8. Коршунов Ю. М., Симкин А. В. Стабилизация амплитуды импульсных сигналов // ЦНТИ. Информсвязь.—Деп. в ВИНИТИ.—1984.—№ 4.—С. 120.

9. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника.—М.: Сов. радио, 1982.

Поступила в редакцию 20 июня 1990 г.

УДК 681.335.2

В. М. Шилков

(Санкт-Петербург)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИГРОВОГО ПОДХОДА ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Предлагается для формализации задач, возникающих при организации аналого-цифрового преобразования и связанных с принятием решений в условиях неопределенности, использовать теоретико-игровую основу. Рассматривается применение игрового подхода при организации преобразования с использованием одного индикаторного элемента, контроле граничного значения исходной аналоговой величины, повышении помехоустойчивости преобразования, переходе к последовательно-параллельному алгоритму. Основное внимание уделяется игровой постановке задач аналого-цифрового преобразования.

Теорию игр (ТИ) можно рассматривать как математический аппарат, описывающий принятие оптимальных решений в условиях неопределенности [1—3]. Аналого-цифровое (АЦ)-преобразование принципиально проходит в условиях неопределенности: значение исходной непрерывной величины «неизвестно» перед началом кодирования, и задача АЦ-преобразования состоит именно в том, чтобы раскрыть эту неопределенность, т. е. превратить «неизвестное» значение величины в «известный» код [4]. Кроме того, во всех реальных системах существуют другие источники неопределенности, например, внешние и внутренние помехи, временная нестабильность параметров, их технологические разбросы, динамическая погрешность преобразования. Поэтому, наряду с другими подходами [4, 5], можно считать обоснованными попытки формализации задач, возникающих при организации АЦ-преобразования, на ТИ-основе. В статье рассмотрен ряд подобных задач, приводящих к ТИ-моделям. Основное внимание уделено ТИ-постановке задач, поскольку именно в вопросах методологии зачастую лежат главные трудности применения математических методов обоснования решений [2].

Особенности используемых игровых моделей. Наличие неопределенных факторов при АЦ-преобразовании позволяет трактовать его как «игру против природы», что довольно характерно для технических приложений [6]. При решении рассматриваемых задач воспользуемся максиминным критерием Вальда, сознавая его ориентацию на наиболее неблагоприятные условия (принцип «гарантированного результата») [2, 6].

Рассматриваемые задачи будем приводить к классу конечных антагонистических (матричных) игр. Множество игроков, участвующих в АЦ-преобразовании, можно считать состоящим из игрока 1, проводящего преобразование, и игрока 2 — природы, определяющей условия неопределенности. В реальных системах код, служащий результатом АЦ-преобразования, имеет конечную разрядность; длительность цикла преобразования и быстродействие аппаратуры ограничены, поэтому игрок 1 имеет конечное число стратегий (хотя, возможно, и очень большое). Число стратегий игрока 2 (состояний природы) следует полагать бесконечным [6]. Но при ТИ-формализации большинства задач, исходя из конечности числа стратегий игрока 1, варианты «поведения» игрока 2 можно разбить на конечное число стратегий таким образом, чтобы его действия в пределах каждой стратегии не изменяли выигрыш игрока 1. Стремление привести задачи к классу именно конечных антагонистических игр объясняется также тем, что эти игры в некотором смысле наиболее просты, их решения можно найти стандартными методами, а получаемые для них результаты служат основой общей теории игр [1, 7, 8].

Модель идеального АЦ-преобразования. При рассмотрении задач используем математическую модель идеального АЦ-преобразования, аналогичную модели измерения, которая применена в [4]. Пусть на интервале $[a_0, a_N)$ находится некоторая точка A — неизвестное значение исходной непрерывной (аналоговой) величины. В результате АЦ-преобразования необходимо найти код D_a, «соответствующий» значению A.

Для уточнения понятия «соответствия» рассмотрим процедуру нахождения кода D_a при заданном значении A. Код D_a находят с помощью системы, состоящей из p индикаторных элементов (ИЭ). В результате приложения q-го ИЭ $(q = \overline{1, p})$ на l-м шаге преобразования $(l = \overline{1, r})$ к некоторой точке $A_q^l \in [a_0, a_N)$ производится сравнение отрезков a_0A и $a_0A_q^l$, а выходной сигнал элемента принимает следующие значения:

$$Z_q^l = \begin{cases} 0, \text{ если } a_0A < a_0A_q^l; \\ 1, \text{ если } a_0A \geq a_0A_q^l. \end{cases} \quad (1)$$

Процедура преобразования состоит в том, что на его первом шаге ИЭ прикладываются к некоторым точкам исходного интервала неопределенности $[a_0, a_N)$ и после обработки сигналов (1) интервал сужается до некоторого нового значения $[a_0', a_N') \subseteq [a_0, a_N)$. На каждом последующем (l-м) шаге ИЭ прикладываются к точкам интервала неопределенности, выделенного при предшествующем $(l-1)$-м. На последнем r-м шаге выделяется элементарный интервал неопределенности $[a_i, a_{i+1})$, содержащий точку A, и за результат преобразования принимается код D_i, поставленный в соответствие этому интервалу. Рассматривая действие алгоритма преобразования для всех точек $A \in [a_0, a_N)$, получаем множество элементарных интервалов неопределенности (квантов) $\{[a_i, a_{i+1})\}$, образующих некоторое разбиение исходного интервала на N квантов, при этом $[a_0, a_N) = \sum_{i=0}^{N-1} [a_i, a_{i+1})$. Каждому элементарному интервалу ставится в соответствие код, служащий результатом, т. е. АЦ-преобразование можно записать как отображение

$$C: \{[a_i, a_{i+1})\} \to \{D_i\}, \quad i = \overline{0, N-1}. \quad (2)$$

Разбиение исходного интервала на элементарные может быть произвольным.

Точки приложения ИЭ A_q^l выбираются в соответствии с алгоритмом преобразования. В дальнейшем ограничимся случаем, когда они совпадают с концами элементарных интервалов $\{A_q^l\} \subseteq \{a_i\}$. Без потери общности далее считаем, что число элементарных интервалов четное, т. е. $N = 2k$, $k = 1, 2, 3, \ldots$ — натуральное число.

Преобразование с использованием одного ИЭ. Начнем с рассмотрения широко используемого в АЦП варианта применения одного ИЭ, т. е. $p = 1$. Возможны различные подходы к построению игровых моделей АЦ-преобразования. Например, игровая модель может соотносить проведение каждой партии с выполнением полного r-шагового цикла преобразования. Однако подобный подход в рамках матричных игр часто затруднителен из-за чрезмерного количества возможных стратегий игроков, которые надо анализировать. Поэтому при построении моделей за игру будем считать один шаг преобразования или несколько шагов, ограничивая число их допустимых вариантов.

Рассмотрим игровое представление одного шага, выполняемого в соответствии с математической моделью идеального АЦ-преобразования. Для построения игры, соответствующей l-му шагу, в матричной форме необходимо задать тройку [6]

$$G = \langle X, Y, H \rangle, \tag{3}$$

где $X = \{x_i\}$, $Y = \{y_j\}$ — множества чистых стратегий игроков 1 и 2; $H = [H(i, j)]$ — матрица выигрышей. Множества чистых стратегий можно полагать также состоящими из номеров соответственно строк и столбцов матрицы выигрышей: $X = \{1, 2, ..., i, ..., m\}$, $Y = \{1, 2, ..., j, ..., n\}$.

Согласно модели АЦ-преобразования в рассматриваемой игре G_1, i-я стратегия игрока 1 — приложить ИЭ к концу i-го элементарного интервала $A_1^l = a_i$, т. е. число его стратегий $m = N - 1 = 2k - 1$. Стратегия игрока 2 — разместить неизвестную величину A в любой точке интервала $[a_0, a_N)$. Но поскольку игроку 1, выполняющему АЦ-преобразование, надо найти значение величины с точностью до элементарного интервала, можно считать, что j-я стратегия игрока 2 — разместить точку A в пределах интервала $[a_{j-1}, a_j)$. Поэтому число его стратегий конечно и составляет $n = N = 2k$.

Наиболее благоприятный для игрока 1 результат шага АЦ-преобразования — нахождение положения точки A с точностью до одного элементарного интервала. Подобный результат можно получить при выборе $i = j = 1$ или $i = 2k - 1$, $j = 2k$. Обозначим выигрыш игрока 1 в этих ситуациях $H_1(1, 1) = H_1(2k - 1, 2k) = h_1$. Выигрыш в произвольной ситуации (i, j) можно записать как

$$H_1(i, j) = \begin{cases} h_i, & \text{если } j \le i\,; \\ h_{2k-i}, & \text{если } j > i, \end{cases} \tag{4}$$

где h_i — выигрыш игрока 1 при нахождении положения точки A с точностью до i элементарных интервалов. Исходя из интересов игрока 1, устанавливаем соотношения между его выигрышами:

$$h_i > h_{i+1}\,,\ i = \overline{1, 2k - 2}. \tag{5}$$

Рассматривая матрицу выигрышей с элементами, определяемыми соотношениями (4) и (5), находим, что игра G_1 имеет ситуации равновесия в чистых стратегиях (седловые точки). Значение игры достигается при чистой стратегии первого игрока $i_1^* = k$ и составляет

$$v_1 = \max_i \min_j H_1(i, j) = \min_j \max_i H_1(i, j) = h_k.$$

Таким образом, результаты решения игры G_1 показывают, что для оптимальной в принятой ТИ-постановке организации АЦ-преобразования на каждом его шаге ИЭ надо прикладывать к концу $k = N/2$ элементарного интервала (метод деления кодов пополам). После выполнения такого шага исходный интервал неопределенности сужается с $2k$ до k квантов.

Для широко используемого позиционного двоичного кодирования (ПДК) этот метод приводит к одному из классических способов преобразования — алгоритму поразрядного кодирования [5], реализующему алгоритм деления отрезка пополам. Подобное согласование результатов, полученных при ТИ-постановке данной задачи, с широко используемым подходом, принятым на основании других критериев, вселяет надежду, что ТИ-формализация других задач АЦ-преобразования также приведет к «разумным» решениям.

Преобразование с контролем граничного значения. Рассмотрим один шаг АЦ-преобразования, «ценность» результатов которого зависит от положения точки A. Предположим, что при значениях входной величины, равных или превышающих некоторую границу $A \geq a_b$ (считаем $a_b \in \{a_i\}$), возможны аварийные режимы работы системы. Поэтому обнаружение на данном шаге выхода величины за эту границу дает больший выигрыш, чем нахождение результата преобразования в случае $A < a_b$. Ситуация, в которой аналоговая величина выходит за границу a_b и этот выход не устанавливается на данном шаге преобразования, приводит к большому проигрышу. Для определенности считаем, что положение границы определяется соотношениями $k < b < 2k$.

В игровой модели G_2, отображающей шаг преобразования с контролем граничного значения, множества чистых стратегий X, Y те же, что и для игры G_1. Если аналоговая величина не вышла за граничное значение a_b, т. е. игрок 2 выбрал стратегию $j < b$, то выигрыш игрока 1 в ситуации (i, j) остается тем же, что и для игры G_1. При использовании игроком 2 стратегии $j > b$ игрок 1 не сможет достоверно установить выход аналоговой величины за границу, если он выберет стратегию $i \leq b - 1$ или $i \geq j$. В этом случае значение его выигрыша $h_п$ должно отражать наиболее неблагоприятную ситуацию. При выборах игроков $j > b$, $b \leq i < j$ аварийный режим обнаруживается, и выигрыш h_0 имеет наибольшее значение. Таким образом, элементы матрицы выигрышей в игре G_2 имеют следующие значения:

$$H_2(i, j) = \begin{cases} H_1(i, j), & \text{если } j < b\,; \\ h_п, & \text{если } j > b, \quad i \leq b - 1 \text{ или } i > j\,; \\ h_0, & \text{если } j > b, \quad b \leq i < j\,. \end{cases} \tag{6}$$

Соотношения между значениями выигрышей определяются выражением (5) и формулами

$$h_п < h_{2k-1},\ h_0 > h_1. \tag{7}$$

Матрица выигрышей с элементами (6) не содержит седловых точек, и поэтому игра G_2 не имеет ситуаций равновесия в чистых стратегиях. Исключая доминируемые стратегии игроков, приходим к следующей подыгре:

$$G_2^1 = \langle X \setminus \{1, \ldots, k-1, k+1, \ldots, b-1, b+1, \ldots, 2k-1\},$$

$$Y \setminus \{1, \ldots, k-1, k+2, \ldots, b, b+2, \ldots, 2k\},\ H_2^1 \rangle$$

с матрицей выигрышей

$$H_2^1 = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} k,\ k+1 & b+1 \end{array} \\ \begin{array}{c} k \\ b \end{array} & \begin{bmatrix} h_k & h_п \\ h_b & h_0 \end{bmatrix} \end{array}. \tag{8}$$

Рядом со строками и столбцами указаны их номера в матрице H_2; k-й и $(k+1)$-й столбцы составляют одну стратегию игрока 2, поскольку значения выигрышей в них одинаковы.

Исключение не строго доминируемых стратегий может привести к потере некоторых решений [6]. Но в играх против природы, к которым относится рассматриваемая задача, вероятно, целесообразно отбрасывать доминируемые строки перед исключением столбцов, поскольку трудно рассчитывать, что природа (игрок 2) будет всегда использовать оптимальные стратегии. Оставшиеся доминирующие строки обеспечат не меньший выигрыш игрока 1 при отклонениях противника от оптимального поведения. Так как стратегии игрока 2 сами по себе нас вообще не интересуют, то исключать доминируемые столбцы можно всегда [7]. Если необходимо, то после нахождения какого-либо решения можно проверить, входят ли отброшенные чистые стратегии в спектры некоторых оптимальных смешанных стратегий.

Для полученной 2×2-игры оптимальные смешанные стратегии игроков можно представить в виде векторов [6]

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{X}^* = (\xi, 1-\xi);\ \mathbf{Y}^* = (\eta, 1-\eta);\\
&\xi = [H(2,2) - H(2,1)]/H_\Sigma;\\
&\eta = [H(2,2) - H(1,2)]/H_\Sigma;\\
&H_\Sigma = H(1,1) - H(1,2) - H(2,1) + H(2,2),
\end{aligned}
\tag{9}
$$

а выигрыш найти по формуле

$$
v = [H(1,1)H(2,2) - H(1,2)H(2,1)]/H_\Sigma. \tag{10}
$$

Используя формулы (8) — (10), для игры G_2^1 получаем
Из соотношений (5), (7) и (11) видно, что $h_\Sigma > 0$, $0 < \xi_2^1 < 1$, $0 < \eta_2^1 < 1$.

Проверяя все исключенные чистые стратегии игрока 1, находим, что ни одна из них не содержится в спектре его некоторой оптимальной стратегии. Поэтому игрок 1 в исходной игре G_2 имеет оптимальную смешанную стратегию

$$
\begin{gathered}
\mathbf{X}_2^* = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{2k-1});\\
\xi_1 = \xi_2 = \ldots = \xi_{k-1} = \xi_{k+1} = \ldots = \xi_{b-1} = \xi_{b+1} = \ldots = \xi_{2k-1} = 0;\\
\xi_k = \xi_2^1;\ \xi_b = 1 - \xi_2^1,
\end{gathered}
\tag{12}
$$

а значение игры составляет $v_2 = v_2^1$.

Таким образом, получили, что для оптимальной организации АЦ-преобразования с контролем граничного значения a_b на каждом шаге ИЭ прикладывают с вероятностью ξ_2^1 к концу k-го и с вероятностью $1 - \xi_2^1$ к концу b-го элементарного интервала. Значения выигрышей в ситуациях, определяющих эти вероятности, устанавливают при разработке конкретной системы, которая содержит АЦП.

Применение смешанных стратегий, предписываемое ТИ-моделью преобразования, вполне оправдано при его организации, поскольку шаг, моделируемый игрой, многократно повторяется в каждом цикле преобразования, который, как правило, система также выполняет неоднократно. Датчик случайных чисел, необходимый для реализации смешанных стратегий, можно построить как программно [9] (например, в микропроцессорных системах), так и аппаратно [10].

Применение принципа гарантированного результата, использованного при ТИ-формализации задач, наиболее обосновано для случаев, когда возможны аварийные режимы работы систем, как, например, в рассмотренном примере. В подобных случаях естественна ориентация на наиболее неблагоприятные возможные условия.

Повышение помехоустойчивости преобразования. Для повышения помехоустойчивости АЦП используют различные методы (см., например, [11, 12]). Рассмотрим два последовательных шага АЦ-преобразования, выполняемого в системе по алгоритму деления кодов пополам. Предположим, что в системе могут возникать случайные импульсные последовательности (импульсные помехи и/или сбои элементов), приводящие к ошибочным результатам преобразования [11]. Последовательность содержит случайные положительные и отрицательные импульсы, амплитуды которых не превышают $N/4$ элементарных интервалов неопределенности, длительность соответствует длительности одного шага преобразования Δt, а интервал между импульсами — не менее $2\Delta t$. Используя обозначения работы [11], последовательность можно записать как $A_2(N/4,\ 1,\ 2)$.

Для повышения устойчивости к помехам такого рода дополним метод деления кодов пополам стратегией, обеспечивающей «обход» некоторых случайных импульсов. При выполнении двух последовательных шагов деления кодов пополам ИЭ прикладывают к точкам $A_1^l = a_{N/2}$ и $A_1^{l+1} = a_{N/4}$ или $A_1^{l+1} = a_{3N/4}$, в результате чего исходный интервал неопределенности сужают до $N/4$ квантов. Используя те же точки приложения ИЭ, можно предложить и другие стратегии сужения интервала неопределенности до указанного значения. Если ИЭ прикладывать к каждой точке не более одного раза, то чистую стратегию игрока 1 можно записать, например, как систему $x_i = \| i^l;\ i_0^{l+1},\ i_1^{l+1};\ i_0^{l+2},\ i_1^{l+2} \|$, где i^l — номер элементарного интервала, к концу которого надо приложить ИЭ на l-м шаге преобразования; $i_z^{l+1(l+2)}$ — номер элементарного интервала, к концу которого прикладывается ИЭ на $l+1(l+2)$-м шаге, если его выходной сигнал (1) на предыдущем шаге составил $Z_1^{l(l+1)} = z,\ z = 0{,}1$.

Метод деления кодов пополам записываем как стратегию $x_1 = \| N/2;\ N/4,\ 3N/4;\ 0,\ 0 \|$, где 0 означает «неприменимо», т. е. задача сужения интервала неопределенности до $N/4$ квантов выполнена на предыдущем шаге. Чтобы не загромождать решение, рассмотрим применение в игре только дополнительной стратегии $x_2 = \| N/4;\ 0,\ N/2;\ 0,\ 3N/4 \|$.

Стратегия игрока 2 — разместить неизвестную аналоговую величину в любом из четырех конечных интервалов, на которые точки $a_{N/4}$, $a_{N/2}$, $a_{3N/4}$ разбивают исходный интервал неопределенности, и наложить на выбранное значение случайную импульсную последовательность. При заданных параметрах последовательности ее воздействие с учетом полярности импульсов представим как $\pm R$, $R = 1, 2, 3$, что означает переход аналоговой величины в соседний конечный интервал на $(l - 1 + R)$-м шаге преобразования. Если $R = 0$, то помеха отсутствует.

Рассматривая возможные исходы партий игры, находим, что выигрыш игрока 1 можно записать как $h_{\alpha\beta}$, где $\alpha = 0$ при правильном результате преобразования и $\alpha = 1$, если конечный интервал определен ошибочно; $\beta = 1, 2, 3$ — число шагов, за которое найден конечный интервал. Игру G_3 можно представить в виде таблицы.

Поскольку цель введения второй стратегии игрока 1 — повышение помехоустойчивости, то для его выигрышей справедливо принять следующие соотношения:

$$h_{01} > h_{02} > h_{03} > h_{11} > h_{12} > h_{13}\,. \tag{13}$$

Рассматривая таблицу с учетом соотношений (13), находим, что игра G_3 не имеет ситуаций равновесия в чистых стратегиях. Исключая доминируемые стратегии игрока 2, после объединения его оставшихся стратегий приходим к подыгре с матрицей выигрышей

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} 7,\,15,\,22 & 14,\,16,\,21 \end{array} \\ H_3^1 = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{bmatrix} h_{02} & h_{12} \\ h_{13} & h_{03} \end{bmatrix}. \end{array} \tag{14}$$

При фиксированном значении параметра α можно считать, что выигрыш игрока 1 обратно пропорционален числу затраченных шагов преобразования β,

Выигрыш игрока 1 в игре G_3

Стратегия игрока 1	Стратегия игрока 2										
	$[a_0, a_{N/4})$				$[a_{N/4}, a_{N/2})$						
	0	+1	+2	+3	0	+1	+2	+3	-1	-2	-3
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	h_{02}	h_{02}	h_{12}	h_{02}	h_{02}	h_{12}	h_{02}	h_{02}	h_{02}	h_{12}	h_{02}
2	h_{01}	h_{12}	h_{01}	h_{01}	h_{02}	h_{02}	h_{13}	h_{02}	h_{11}	h_{02}	h_{02}

Стратегия игрока 1	Стратегия игрока 2										
	$[a_{N/2}, a_{3N/4})$							$[a_{3N/4}, a_N)$			
	0	+1	+2	+3	-1	-2	-3	0	-1	-2	-3
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	h_{02}	h_{02}	h_{12}	h_{02}	h_{12}	h_{02}	h_{02}	h_{02}	h_{02}	h_{12}	h_{02}
2	h_{03}	h_{03}	h_{03}	h_{13}	h_{03}	h_{12}	h_{03}	h_{03}	h_{03}	h_{03}	h_{13}

т. е. $h_{\alpha 2}/h_{\alpha 3} = 3/2$. С учстом этого из формул (9), (10) и (14) для игры G_3 находим оптимальную смешанную стратегию игрока 1 и его выигрыш:

$$X_3^* = (2/5, 3/5); v_3 = 2(h_{02} + h_{12})/5 . \tag{15}$$

Естественно установить соотношение между выигрышами $h_{02} >> h_{12}$, тогда из второй формулы (15) видно, что введение дополнительной стратегии x_2 существенно повышает средний выигрыш игрока 1 (т. е. помехоустойчивость преобразования), потому что при использовании лишь первой стратегии его гарантированный выигрыш составляет только h_{12}, если второй игрок применит, например, стратегию y_3 (см. таблицу). Вместе с тем, из значения выигрыша v_3 следует, что применение стратегии X_3^* не позволяет полностью защитить систему от воздействий случайных импульсных последовательностей, так как некоторые партии игры G_3 завершатся ошибочным сужением интервала неопределенности. Можно поставить ТИ-задачу поиска алгоритмов, которые позволят при воздействиях заданных помех безошибочно сужать интервал неопределенности, рассматривая дополнительные стратегии игрока 1 и используя, например, многократное прикладывание ИЭ к конечным точкам квантов [12] и принцип повторных сравнений [11].

Последовательно-параллельное преобразование. Для ускорения АЦ-преобразования в систему включают несколько ИЭ и переходят к последовательно-параллельным алгоритмам [5]. Например, для того чтобы заменить два последовательных шага метода деления кодов пополам одним, в систему можно ввести три ИЭ ($p = 3$). Подобный вариант микропроцессорной системы может содержать три комплекта, в каждый из которых входят цифроаналоговый преобразователь (ЦАП), работающий под управлением микропроцессора, и сравнивающее устройство. При использовании в микропроцессорных системах нескольких ЦАП обращение к ним обычно производится как к ячейкам памяти [13] и запись кодов осуществляется по общей шине, т. е. ИЭ на каждом шаге реального преобразования прикладываются неодновременно. Из-за ограниченного быстродействия элементов ИЭ достоверное значение его выходного сигнала устанавливается с некоторой задержкой относительно момента записи кода, и анализ величины Z_q^l надо проводить после ее установления. Поэтому будем считать, что один шаг преобразования можно представить как последовательность следующих операций: приложение ИЭ1 к точке A_1^l — приложение ИЭ2 к A_2^l — приложение ИЭ3 к A_3^l — анализ значения Z_1^l — анализ (если он необходим) Z_2^l — анализ Z_3^l. Найдем наилучшую стратегию выбора точек приложения A_q^l, $q = 1, 2, 3$.

В игровой модели G_4 чистую стратегию игрока 1 представим как $x_i = \|i_1, i_2, i_3\|$, где i_q — номер элементарного интервала, к концу которого надо приложить q-й ИЭ. Поскольку рассматривается шаг преобразования, организованный для замены двух последовательных шагов метода деления кодов пополам, игрок 1 имеет следующие стратегии:

$$x_1 = \|N/4, N/2, 3N/4\|, x_2 = \|N/4, 3N/4, N/2\|,$$

$$x_3 = \|N/2, N/4, 3N/4\|, x_4 = \|N/2, 3N/4, N/4\|,$$

$$x_5 = \|3N/4, N/4, N/2\|, x_6 = \|3N/4, N/2, N/4\|.$$

Стратегия игрока 2 — разместить неизвестную величину в интервале $[a_{(j-1)N/4}, a_{jN/4})$, $j = \overline{1, 4}$.

В результате шага преобразования исходный интервал неопределенности сокращается до $N/4$ элементарных интервалов. Выигрыш игрока 1 составит h_q, если конечный интервал неопределенности найден после анализа сигнала Z_q^l. Естественно полагать, что игрок 1 получает тем больший выигрыш, чем меньше времени затрачено на нахождение конечного интервала, т. е. $h_1 > h_2 > h_3$.

Рассматриваем все возможные ситуации в игре G_4 и записываем ее матрицу выигрышей:

$$H_4 = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_3 \\ h_1 & h_3 & h_3 & h_2 \\ h_2 & h_2 & h_3 & h_3 \\ h_3 & h_3 & h_2 & h_2 \\ h_2 & h_3 & h_3 & h_1 \\ h_3 & h_3 & h_2 & h_1 \end{bmatrix}. \tag{16}$$

Матрица (16) не имеет седловой точки. Исключая доминируемые строки и столбцы, переходим к подыгре $G_4^1 = \langle X \setminus \{2, 3, 4, 5\}, Y \setminus \{1, 4\}, H_4^1 \rangle$, имеющей следующую матрицу выигрышей:

$$H_4^1 = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 6 \end{array} & \begin{bmatrix} h_2 & h_3 \\ h_3 & h_2 \end{bmatrix} \end{array}. \tag{17}$$

Используя выражения (9), находим оптимальные смешанные стратегии игры G_4^1 и затем стратегию игрока 1 в $G_4 : X_4^* = (1/2, 0, 0, 0, 0, 1/2)$. Проверяя отброшенные строки матрицы (16), устанавливаем, что стратегии x_3 и x_4 также входят в спектры оптимальных смешанных стратегий игрока 1. Но с учетом особенностей игр против природы, отмеченных выше, окончательно получаем, что наилучшей стратегией выбора точек приложения ИЭ будет применение $A_1^l = a_{N/4}, A_2^l = a_{N/2}, A_3^l = a_{3N/4}$ и $A_1^l = a_{3N/4}, A_2^l = a_{N/2}, A_3^l = a_{N/4}$ с равными вероятностями. Чередование двух стратегий позволяет выровнять средние длительности АЦ-преобразований при различных значениях входной аналоговой величины (например, при использовании только чистой стратегии x_1 преобразование значений в интервале $[a_0, a_1)$ выполнялось бы всегда быстрее, чем для величин на $[a_{N-1}, a_N)$).

Рассмотренные варианты позволяют сделать вывод о целесообразности ТИ-формализации разнообразных задач, возникающих при организации АЦ-преобразования. ТИ дает единую методологическую основу для решения, на первый взгляд, качественно различных задач разработки АЦП, связанных с принятием решений в условиях неопределенности. Конечно же, при рассмотрении задач целесообразно не ограничиваться лишь классом конечных антагонистических игр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение.—М.: Наука, 1970.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология.—М.: Наука, 1980.
3. Позиционные игры /Под ред. Н. Н. Воробьева и И. Н. Врублевской.—М.: Наука, 1967.
4. Стахов А. П. Коды золотой пропорции.—М.: Радио и связь, 1984.
5. Гитис Э. И., Пискулов Е. А. Аналого-цифровые преобразователи.—М.: Энергоиздат, 1981.
6. Дюбин Г. Н., Суздаль В. Г. Введение в прикладную теорию игр.—М.: Наука, 1981.
7. Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций.—М.: Наука, 1971.
8. Дрешер М. Стратегические игры. Теория и приложения.—М.: Сов. радио, 1964.
9. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т.2. Получисленные алгоритмы.— М.: Мир, 1977.
10. Ярмолик В. Н., Демиденко С. Н. Генерирование и применение псевдослучайных сигналов в системах испытаний и контроля /Под ред. П. М. Чеголина.—Минск: Наука и техника, 1986.
11. Алипов Н. В. Об одном подходе к решению задачи синтеза помехоустойчивых алгоритмов аналого-цифрового преобразования информации // Электронное моделирование.—1986.—8, № 1.
12. Петрович А. Г. Использование алгоритма последовательного обнаружения для повышения помехоустойчивости АЦП // Техника средств связи. Сер. Радиоизмерительная техника.—1980.—Вып.5(30).
13. Собкин Б. Л. Автоматизация проектирования аналого-цифровых приборов на микропроцессорах.—М.: Машиностроение, 1986.

Поступила в редакцию 23 ноября 1990 г.

УДК 621.372.2

С. А. Гавриленко, С. И. Мирошниченко

(Иркутск)

ЦИФРОАНАЛОГОВЫЕ ФИЛЬТРЫ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Описан двумерный цифроаналоговый фильтр нижних частот реального времени для обработки телевизионных видеосигналов. Проанализированы частотные характеристики фильтра и их зависимость от параметров и пространственного размера усредняющей резистивной структуры. Предложены методы перестройки характеристики фильтра, основанные на изменении соотношений элементов и точки съема сигнала в двумерной структуре. Показано существенное снижение шумов квантования в цифроаналоговом фильтре по сравнению с цифровым. Реализация фильтра отличается простотой и малым энергопотреблением.

Для широкого круга задач обработки сигналов изображений в телевидении и радиолокации используются двумерные фильтры нижних частот. К таким задачам относятся подавление высокочастотных пространственных шумов,