

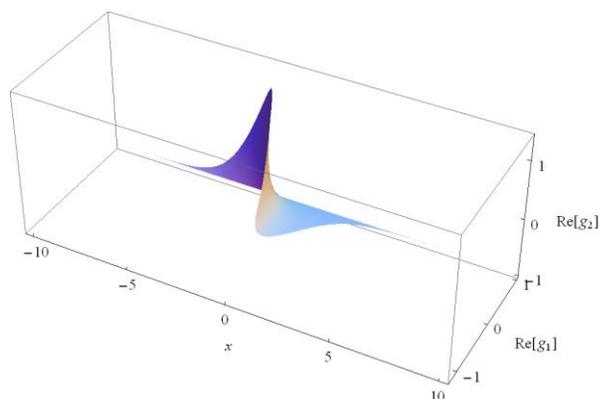
## Эффективный метод решения нелинейного векторного уравнения Шредингера

### An efficient method for solving the nonlinear vector Schrödinger equation

Авторы: Фрумин Л.Л.

Authors: Frumin L.L.

Разработан численный метод решения задачи Коши для нелинейного векторного уравнения Шредингера (модель Манакова), учитывающего, наряду с дисперсией и нелинейностью, еще и поляризацию волн. Метод основан на новых векторных алгоритмах решения обратной и прямой задач рассеяния (ЗР) для системы Манакова. Впервые обнаруженная алгебраическая группа 4-блочных матриц с векторными матрицами в недиагональных блоках позволила обобщить скалярные алгоритмы решения. Обратная ЗР сводится к обращению алгоритмом типа Левинсона системы вложенных блочных матриц дискретизованных интегральных уравнений Гельфанда–Левитана–Марченко. Теплицева симметрия системы резко ускоряет расчеты: алгоритм требует всего  $O(N^2)$  арифметических операций, где  $N$  – размер сетки. Обращение шагов алгоритма решения обратной задачи решает прямую ЗР. Численные тесты подтвердили эффективность новых векторных алгоритмов. Примером решения задачи Коши служит расчет столкновения ортогонально поляризованных солитонов Манакова (рис. 1). Система Манакова возникает также при описании движения ультракоротких поляризованных оптических импульсов в резонансной среде. Новый метод пригоден и для этой важной задачи нелинейной оптики.



**Рис 1.** Расчет столкновения двух ортогонально поляризованных солитонов Манакова

**Fig. 1.** Calculation of the collision of two orthogonally polarized Manakov solitons

A numerical method has been developed for the fast solution of the Cauchy problem for the nonlinear vector Schrödinger equation (Manakov's model), which takes into account, along with dispersion and nonlinearity, the polarization of the waves. The method is based on new vector algorithms for solving the inverse and forward Scattering Problems (SP) for the Manakov system. The new structure of

4-block matrices, with vector matrices in off-diagonal blocks, allowed the known scalar algorithms to be generalized. The inverse SP is reduced to the inversion of a system of nested block matrices of discretized Gel'fand – Levitan – Marchenko integral equations by a Levinson-type algorithm. The Toeplitz symmetry of the system dramatically speeds up the calculations: the algorithm requires only  $O(N^2)$  arithmetic operations, where  $N$  is the mesh size. The inversion of the steps of the algorithm for solving the inverse problem solves the direct SP. Numerical tests have confirmed the effectiveness of the new vector algorithms. An example of solving the Cauchy problem is the calculation of the collision of orthogonally polarized Manakov solitons (Fig. 1). The Manakov system also arises when describing the motion of ultrashort polarized optical pulses in a resonant medium. The new method is also suitable for this critical problem of nonlinear optics.

### **Публикации/References:**

1. Frumin L.L. Algorithms for solving scattering problems for the Manakov model of nonlinear Schrodinger equations // Journal of inverse and ill-posed problems. – 2021. – Vol. 29, is. 3. – P. 369-383. – DOI 10.1515/jiip-2020-0126.