

**Программа вступительного экзамена в аспирантуру
по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»**

1. Математический анализ

Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.

Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения; формула Тейлора; применение дифференциального исчисления к исследованию функций, признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба; геометрические приложения.

Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; определенный интеграл Римана; критерий интегрируемости; свойства определенного интеграла; существование первообразной от непрерывной функции; формула Ньютона-Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям.

Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость.

Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость; ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды.

Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; интеграл Фурье и преобразование Фурье.

2. Алгебра и геометрия

Системы линейных уравнений; свойства линейной зависимости; ранг матрицы; определители, их свойства; решение систем линейных уравнений.

Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы; билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; положительно определенные квадратичные формы; ортонормированные базисы и ортогональные дополнения.

Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; достаточные условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду. Векторы: векторы, их сложение и умножение на число; линейная зависимость векторов и ее геометрический смысл; базис и координаты; скалярное произведение векторов; переход от одного базиса к другому; векторное и смешанное произведения векторов.

3. Информационные технологии

Принятие решений. Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.

Исследование операций и задачи искусственного интеллекта. Экспертизы и неформальные процедуры. Автоматизация проектирования. Искусственный интеллект. Распознавание образов.

4. Компьютерные технологии

Численные методы. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума. Вычислительные методы линейной алгебры. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др. Численные методы вейвлет-анализа.

Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.

Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.

5. Методы математического моделирования

Основные принципы математического моделирования. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Вариационные принципы построения математических моделей. Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.

Математические модели в научных исследованиях. Математические модели в статистической механике, биологии. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.

Задачи редукции к идеальному прибору. Синтез выходного сигнала идеального прибора. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции. Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Эргодичность и перемешивание.

6. Методы оптимизации и оптимального управления

Задача линейного программирования. Теорема о существовании решения. Двойственная задача. Теорема двойственности. Симплекс-метод. Свойства. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.

7. Теория вероятностей и математическая статистика

Основные понятия теории вероятностей. Алгебра событий. Случайные величины. Основные распределения, их характеристики. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Точечные и интервальные оценки параметров распределений. Проверка гипотез. Методы построения критериев. Гипотезы о равенстве средних и дисперсий. Регрессионный анализ. Линейная и нелинейная регрессия.

Литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т.1,2,3. М.-Л.: ФМЛ, 1969.
2. Никольский СМ. Курс математического анализа, т.1 и 2. М.: Наука, 1973.
3. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, 1972.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1971.
5. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1963.
6. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М: Наука, 1968.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М: Изд-во Моск. ун-та, 1999.
8. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976.
9. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М: Наука, 1982.
10. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Т.М. Численные методы. М.: Наука, 1987.
11. Самарский А.А. Теория разностных схем, М.: Наука, 1977.
12. Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1975.
13. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М:

Наука, 1982.

14. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турундаевский В.Б. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1991.