

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Ильиных Сергей Петрович

**МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ВЫСОКОРАЗРЕШАЮЩИХ
ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ
С ПОШАГОВЫМ ФАЗОВЫМ СДВИГОМ**

05.11.07 – Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант
доктор технических наук,
профессор
Гужов Владимир Иванович

Новосибирск – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ АНАЛИЗА И РАСШИФРОВКИ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН	25
1.1 Основы теории оптической интерферометрии	25
1.2 Обобщенный алгоритм определения фазовой разности методом пошагового фазового сдвига	29
1.3 Синтез алгоритмов, основанных на преобразовании Фурье	37
1.4 Синтез алгоритмов Carré	40
1.5 Синтез алгоритмов определения фазовой разности с помощью линейной комбинации подвекторов	43
1.6 Анализ алгоритмов PSI	58
1.7 Анализ интерференционной картины методом виртуальных фазовых сдвигов	70
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 1	80
ГЛАВА 2. АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПОШАГОВОГО ФАЗОВОГО СДВИГА	81
2.1 Источники погрешности формул расшифровки	81
2.2 Методы оценки погрешности измерения фазы	83
2.3 Модели погрешности вычисления фазы с учетом произвольных значений фазовых сдвигов	85
2.4 Оценка влияния нелинейных искажений в методе фазовых сдвигов	97
2.5 Компенсация гармоник методом подбора фазовых сдвигов	105
2.6 Оценка параметров интерференционной картины	113
2.7 Повышение пространственного разрешения в цифровых голографических и интерференционных системах	141

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 2	150
ГЛАВА 3. ТРАЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН С ПОШАГОВЫМ ФАЗОВЫМ СДВИГОМ	152
3.1 Классификация искажений траектории	152
3.2 Виды искажения траектории	169
3.3 Методы преобразования траектории	174
3.4 Многоточечные алгоритмы расшифровки интерференционных картин методом траекторного анализа интерференционных сигналов	192
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 3	205
ГЛАВА 4. МЕТОДЫ РАСШИРЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ	208
4.1 Проблема фазовой неопределенности в интерферометрии	208
4.2. Исследование алгоритмов устранения фазовой неоднозначности с одной длиной волны	212
4.3 Методы расширения диапазона фазовой неопределенности с несколькими длинами волн	224
4.4 Исследование алгоритмов устранения фазовой неоднозначности	244
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 4	253
ГЛАВА 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ	256
5.1. Измерение поля смещения плоского объекта методами цифровой голографической интерферометрии	256
5.2 Исследование прогиба мембраны в режиме реального времени	263
5.3 Исследование напряженно-деформируемого состояния крупногабаритных объектов методом структурированного освещения	268

5.4 Исследование возможности повышения пространственного разрешения интерференционных изображений	274
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 5	282
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	284
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	287
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	320
ПРИЛОЖЕНИЕ А	321

ВВЕДЕНИЕ

Диссертация посвящена разработке и исследованию методов и алгоритмов оптической интерферометрии высокого разрешения.

Оптическая интерферометрия основана на сравнении двух или более волновых фронтов в диапазоне видимого света (380-780 нм). Один из волновых фронтов отражается или проходит через тестовый объект, такой волновой фронт называется объектным волновым фронтом, а другой волновой фронт, отражающийся от опорного плеча интерферометра, называется опорным (референтным). Изменение оптической разности хода (ОРХ) между объектным и опорным волновыми фронтами, приводит к возникновению интерференционной картины [6]. Очевидно, что для создания устойчивой интерференционной картины нужно использовать источники излучения со стабильной во времени фазой и длиной волны. Таким образом, свет от источника излучения должен быть монохроматическим. Кроме того, фаза световых волн должна быть стабильной во времени для создания устойчивой интерференционной картины. Эти факторы требуют, чтобы источник света был когерентным, свойство, легко достигаемое применением лазеров [39]. Это позволяет реализовать высокую точность измерений, определяемую стабильностью длины волны лазерного излучения.

Основной задачей оптической интерферометрии является измерение формы волновых фронтов или их разности. Получение количественной информации о форме волнового фронта требует выполнения громоздких математических вычислений и сложной аппаратной реализации, что приводит к трудностям при измерении параметров динамических объектов в режиме реального времени. Достижение предельных возможностей интерференционных оптико-электронных средств измерений ограничено технологическими проблемами совершенствования оптических схем интерферометра. Поэтому основным способом совершенствования оптико-электронных методов измерений на современном этапе становится развитие методов и алгоритмов анализа

интерференционных сигналов. Тенденция развития оптико-электронных измерительных систем подтверждает важность исследований в данном направлении.

Актуальность темы исследования. В современных условиях идет интенсивное развитие высокоточных оптико-электронных интерференционных систем, осуществляющих количественную оценку статических и динамических параметров как фазовых, так и отражающих объектов в различных отраслях науки и техники [133, 134]. Особой привлекательностью оптических методов измерений является отсутствие непосредственного физического контакта между измерительным датчиком (интерферометром) и измеряемым объектом, поскольку в процессе измерения не происходит физического воздействия на состояние объекта. Это повышает эффективность данного вида измерений. Особое внимание уделяется неинвазивному мониторингу биологических объектов, для которых оптические методы измерений являются практически единственными [44].

Основным элементом таких систем является интерферометр, являющийся первичным преобразователем измерительной информации, устройства ее регистрации, как правило, в цифровом виде, системы управления компонентами измерительной системы и обработки измерительной информации. Ранее считалось, что прецизионные измерения возможны только на стационарных измерительных комплексах, способных обеспечить стабильность большинства параметров измерительной системы. Это существенно ограничивает область их применения. Современные исследования показывают, что прецизионные измерения доступны прикладным измерительным системам, если есть возможность контроля параметров измерительной системы в процессе ее функционирования. Поэтому особо важной является разработка алгоритмов, обеспечивающих управление измерительной системой и оценку ее параметров, извлекаемых из информации, получаемой в процессе измерений. Объем обрабатываемой такими системами информации непрерывно возрастает и сейчас уже стала обыденной обработка гигапиксельных цифровых интерференционных

картин, что требует разработки и применения новых эффективных технологий обработки сверхбольших данных, в том числе, в режиме реального времени.

В последние годы самым большим достижением в области интерференционных измерений стали методы анализа интерференционных картин на основе пошагового фазового сдвига. Это обусловлено простотой внесения фазовых сдвигов, относительно простыми алгоритмами и высокой точностью демодуляции фазы. При этом классические схемы интерферометров легко адаптируются к данному методу. Благодаря своим достоинствам метод широко применяется для анализа оптических интерференционных картин не только в видимом диапазоне, но и в смежных частотных диапазонах, например, при измерениях в радио- и СВЧ диапазонах. Наряду с неоспоримыми достоинствами данный метод имеет существенные недостатки. Например, погрешность измерений зависит от точности внесения фазовых сдвигов, изменения амплитуды интерференционной картины в процессе измерений, влияния нелинейности приемно-передающего тракта и т.п.

Таким образом, разработка и исследование новых методов и алгоритмов расшифровки интерференционных картин в оптико-электронных измерительных системах с пошаговым фазовым сдвигом позволит устранить указанные недостатки и значительно расширить область их применения.

Степень разработанности темы исследований. В настоящее время сформировалось два основных направления разработки интерференционных измерительных систем:

- первое направление основано на совершенствовании алгоритмов анализа и расшифровки цифровых интерференционных картин с целью повышения точности и снижения чувствительности к дестабилизирующим факторам: фоновой засветки, неточности задания фазовых сдвигов и нелинейности профиля интерференционных полос;

- второе направление, получившее широкое распространение, связано с повышением пространственного (латерального) разрешения оптических измерительных интерференционных систем. Наиболее часто для этой цели

используются методы апертурного синтеза, которые приводят к необходимости решения систем уравнений большой размерности. Поэтому особое внимание уделяется разработке эффективных методов решения таких систем уравнений.

Решение этих задач при создании высокоточных оптико-электронных систем позволит повысить надежность контроля напряженно-деформируемого состояния механизмов, определения параметров различных объектов, в том числе, биологических, и откроет новые функциональные возможности их применения, благодаря реализации преимуществ бесконтактных методов измерений.

Для анализа и расшифровки интерференционных картин используют широкий набор специальных методов и алгоритмов. Всю совокупность методов и алгоритмов можно разделить на два класса: глобальные и локальные методы и алгоритмы.

Глобальные методы и алгоритмы осуществляют анализ интерференционных картин, как правило, по всей интерференционной картине и часто являются единственным выбором при динамических измерениях, когда регистрация нескольких интерференционных картин в силу ряда причин невозможна [219]. Локальные алгоритмы осуществляют анализ в малой окрестности или непосредственно в измеряемой точке интерференционной картины.

Исторически, интерференционные полосы обрабатывались вручную по фотографическому снимку интерференционной картины. Используя денситометр или просто невооруженным глазом, оператор находил самые яркие и самые темные точки на каждой полосе, т.е. экстремумы косинусоидальной функции (метод реперных точек [114, 116]). Промежуточные значения между серединами (центрами) интерференционных полос интерполировались тем или иным способом. Поэтому первые автоматизированные алгоритмы являлись «цифровыми» версиями такого подхода [10, 13, 49, 114, 254]. Данные методы обладают невысокой точностью (не более одной десятой интерференционной полосы). Однако такие методы все еще используются из-за их простоты и

потому, что они не требуют наличия сложного высокоточного оборудования [10].

Появление недорогих, но мощных настольных компьютеров в 80-х годах вместе с достижениями в технологии видеокамер и обработки изображений привело к разработке большого количества так называемых автоматических алгоритмов анализа [49], которые можно классифицировать в соответствии с используемым ими математическим аппаратом.

Метод Фурье преобразования (FT) является одним из наиболее популярных методов анализа и расшифровки интерференционных картин [82-84, 94, 113, 121, 153, 154, 156, 170, 200, 220, 221, 227, 228, 229, 255]. Успешность данного подхода зависит от возможности разделения спектральных составляющих соответствующих опорному и объектному пучкам интерферометра. В области пространственных частот разнесение пиков спектров, соответствующих объектному и опорному пучкам производится, как правило, наклоном зеркала опорного пучка интерферометра или путем модуляции частоты излучения лазерного диода [180]. Если пространственные частоты спектра, соответствующего объектному пучку, намного отличаются от частот спектра пространственной несущей опорного пучка, то путем цифровой фильтрации их можно разделить [71, 148, 149, 213, 223]. С целью устранения ограничения на разделение спектра Лю и Ронни [166] был предложен модифицированный метод преобразования Фурье. Для этого регистрируется эталонная интерференционная картина с медленно меняющейся фазой. Полоса пропускания фильтра, используемого для разделения спектральных составляющих, настраивается по спектру эталонной интерференционной картины [68, 246]. Kujawinska и Wóciak [154] доказали, что при данном подходе возможно снижение погрешности измерения отклонения высот рельефа до уровня $\lambda/100$. Аналогично методу Фурье построены синхронные методы [143, 243] и методы пространственного фазового сдвига [205, 208, 218, 260], которые используют большой наклон опорного пучка для образования интерференционных картин с высокой несущей

пространственной частотой. Требование наличия пространственной несущей несколько ограничивает применимость этих методов. В методе, основанном на преобразовании координат (Ge и др. [82]) для получения эквивалента несущей частоты сначала преобразуют интерференционную картину с замкнутыми полосами в область с открытыми полосами, а затем используется метод Фурье преобразования для получения промежуточной фазы. После чего выполняется инверсное преобразование Фурье для получения действительного распределения фаз. Однако этот метод применим только для простых конфигураций интерференционных полос, так как требует интерактивной обработки интерференционной картины с участием оператора, для того чтобы найти центры каждой из систем замкнутых полос. В последнее время достигнуты значительные успехи в разработке датчиков изображения с высоким разрешением. Реализуются эффективные методы отслеживания положения и направления интерференционных полос. Однако метод Фурье анализа по-прежнему является основным методом для коммерческих систем анализа интерференционных картин.

В интерферометрии метод вейвлет-преобразования (WT) используется для частотно-временного (пространственного) разложения интерференционных сигналов [64, 192, 214, 239, 261, 264]. Принцип WT заключается в свертке вейвлет-функции с сигналом. Для анализа интерференционных сигналов часто используют вейвлеты Морлета, Гаусса и др. Следует также отметить, что WT обладает свойством одновременного разрешения в пространственной и в частотной областях, это уменьшает проблему разрешения, присущую другим преобразованиям, например, таким как FT. Выбранный материнский вейвлет должен быть адаптирован к интерференционным полосам для правильного извлечения фазы [214, 239, 264]. Сравнение методов Фурье и вейвлет-фильтрации выполнено в работе [261]. Показано, что преобразование Фурье выполняет анализ в частотной, а вейвлет-преобразование в частотно-временной плоскости.

Методы отслеживания фазы (RPT) могут извлекать ее из одной интерференционной картины с замкнутыми полосами без вмешательства человека, хотя и используют более сложные алгоритмы, а поэтому обычно являются дорогостоящими и относительно медленными. Метод RPT, описанный в работах [125, 186, 209], использует тот факт, что медленно изменяющиеся средняя интенсивность и амплитуда интерференционных полос в локальной окрестности можно рассматривать как постоянные величины, а фазу можно рассматривать как линейную функцию. Данный алгоритм использует функцию стоимости, связанную с точностью, оцененной и наблюдаемой интенсивностью интерференционной картины и гладкостью модулированного фазового поля. Например, в работе [209] предполагается, что окрестность анализируемого пикселя можно аппроксимировать поверхностью первого порядка. Параметры поверхности определяются методом штрафной функции. Одним из основных преимуществ алгоритмов RPT является их надежность [125]. Адаптивно аппроксимируя распределение фаз на локальном участке плоскостью, методы могут автоматически определять фазу в зашумленных интерференционных картинах. Кроме того, полученная фаза уже развернута (т.е. устранена 2π -неоднозначность) поэтому дальнейший процесс ее развертывания не требуется. Основными недостатками этого алгоритма являются его низкая скорость и невозможность обрабатывать прерывистые или скачкообразные фазовые распределения. В случае анализа мультимодальных интерференционных картин, которые содержат много минимумов и максимумов, можно легко попасть на локальный экстремум. В работе [207] предложен метод FFRPT, где указанный недостаток устраняется путем сканирования в области локального экстремума. Одним из недостатков такого подхода является необходимость выполнения дополнительных операций для выбора оптимального направления градиента. Кроме того, метод FFRPT критичен к выбору размеров аппроксимируемой области, т.к. при наличии шумов положение плоскости может сильно изменяться вблизи локальных экстремумов. Это приводит к увеличению погрешности определения фазы.

Предложенные Cuevas и др. генетические алгоритмы (ГА) для анализа интерференционных картин [86, 87] также использует функцию стоимости для определения фазы интерференционных полос $\phi(x)$. В них фаза представлена глобальной параметрической нелинейной функцией вместо локальных плоскостей на каждом наборе точек как в RPT-методах. Генетический алгоритм используется для выбора наилучшей нелинейной функции фазы для всей интерференционной картины [232]. Таким образом, вероятность попадания в локальные экстремумы и проблемы сходимости нелинейного приближения уменьшается. Недостатками данного подхода являются, во-первых, модельное представление демодулированной фазы, во-вторых, сложность выбора оптимальных параметров генетического процесса (размер популяции, стратегия выбора метода кроссирования хромосом, вероятность мутаций, диапазона поиска). Кроме того, скорость сходимости генетического процесса сравнительно невысока.

Квадратурное преобразование (ГП) над вещественным интерференционным сигналом используется для нахождения его синфазной составляющей. Квадратурный оператор позволяет непосредственно оценивать фазу [67, 160, 186]. Некоторым недостатком данного подхода является необходимость удаления фона путем пространственной фильтрации, либо путем вычитания одной интерференционной картины из другой. В работе [160] в качестве квадратурного оператора рассматривается преобразование Рисса, являющееся обобщением семейства преобразований Гильберта. Ahmad и др. [67] использовали комбинацию адаптивного вейвлет-метода с квадратурным преобразованием [210] для анализа интерференционных картин с несущей пространственной частотой. Алгоритм позволяет непосредственно получить развернутую фазу.

На качество измерений также влияют параметры среды. Так, например, параметры системы могут изменяться в процессе измерений из-за непостоянства температуры окружающей среды, условий освещения, турбулентности воздушных потоков, неравномерности коэффициента отражения и многих

других факторов, даже за короткий период времени [175]. Изоляция механических вибраций требует использования сложного и дорогостоящего оборудования [137]. Суммарное время регистрации последовательности кадров видеокамерой в PSI (Phase Shift Interferometry) может составлять несколько сотен миллисекунд. Механические вибрации промышленных зданий имеют спектр частот, который обычно находится в диапазоне 20-200 Гц [81]. Поэтому методы PSI обладают высокой чувствительностью к вибрациям [220]. В последнее время в PSI были предложены новые методы, которые могут использоваться даже при наличии вибрации измерительной установки. Основная идея этих методов состоит в параллельной регистрации интенсивности интерференционных картин с разными фазовыми сдвигами [93, 127, 167], что понижает чувствительность системы к более высоким частотам. Другим подходом для устранения влияния вибраций является использование пиксельной фазовой маски, которая использует массив из четырех микрополяризаторов с осью оптического пропускания 0° , 90° , 180° и 270° , соответственно при этом образуется массив суперпикселей размером 2×2 [188]. В работах [63, 216] приводятся примеры интерферометров, использующих данный подход.

Для снижения погрешности определения фазы необходимо как можно точнее производить установку фазовых сдвигов, что приводит к значительному усложнению архитектуры оптико-электронной измерительной системы [120, 204]. Предварительная калибровка устройств внесения фазовых сдвигов не позволяет полностью решить эту сложную задачу. Поэтому определенный интерес вызывают методы, позволяющие определять действительную величину внесенного фазового сдвига непосредственно во время измерений.

В статье [216] представлен интерферометр Физо, предназначенный для измерения отклонения рельефа поверхности от эталонной плоскости. Особенностью интерферометра является наличие дополнительного оптоэлектронного датчика, состоящего из трех фотодиодов с частотой опроса, которая значительно превышает частоты механических колебаний. Коррекция влияния механических колебаний производится путем вычисления

пространственного положения некоторой виртуальной плоскости. Для того чтобы коэффициенты плоскости не были вырожденными, выбор точек принадлежащих этой плоскости производится таким образом, чтобы точки не лежали на одной прямой, т.е. не были коллинеарными. Полагая, что виртуальная плоскость является твердым недеформируемым телом, ее пространственное положение принимается за истинное положение поверхности тестируемого объекта.

В статье [90] представлен алгоритм оценки действительной величины фазовых сдвигов проецируемой на объект системы с полос, амплитуда которых изменяется по синусоидальному закону. Алгоритм оценки использует принцип максимизации евклидовой матричной нормы (EMN) разности интерференционных картин [171, 184 185]. Отличительной особенностью предлагаемого подхода является малое число операций. В статье [184] представлен простой алгоритм оценки фазовых сдвигов по набору интерференционных картин. Сначала образуют попарные разности между интерференционными картинками для удаления значений средней интенсивности. Затем вычисляются дисперсии полученных разностей. Метод основан на тригонометрическом законе косинусов для плоского треугольника. Координаты точек треугольника образуются вычисленными дисперсиями. Затем образуют систему уравнений, решая которую, находят оценки фазовых сдвигов. Метод можно обобщить на произвольное количество вносимых фазовых сдвигов, рассматривая не плоские, а пространственные треугольники. Однако авторы ограничиваются решением плоской задачи. Вызывает сомнение оптимизм авторов о малой погрешности вычисления фазовых углов данным способом, поскольку при вычитании двух интерферограмм средние интенсивности компенсируются только в том случае, когда обеспечивается их равенство. Как правило, в практических измерениях выполнить данное условия сложно.

В отличие от глобальных методов анализа интерференционных картин локальные методы, основанные на внесении фазовых сдвигов между

интерферирующими пучками (PSI), не требуют анализа поведения интенсивности интерференционных картин в окрестности измеряемой точки. В настоящее время разработано большое количество алгоритмов, использующих различное количество фазовых сдвигов, которые широко представлены в литературе [95, 135, 225 - 228, 234, 237]. Каждый метод призван справиться с одной или несколькими случайными и (или) систематическими ошибками в PSI.

К ним относятся:

- изменение фона [18];
- несинусоидальная форма профиля интерференционного сигнала, например, из-за нелинейной передаточной характеристики видеокамеры [104, 178];
- неточность задания фазовых сдвигов [129];
- механические вибрации [167].

Surrel в работах [224-226] проанализировал несколько алгоритмов:

- метод преобразования Фурье;
- метод характеристического полинома;
- метод усреднения данных;
- метод рекурсии.

Им была показана эквивалентность этих методов.

В работах [44, 71, 133, 134, 168, 169, 181, 244, 245, 248] представлены различные оптико-электронные интерференционные системы. Наиболее популярным из них является помехоустойчивый интерферометр Физо. Помехоустойчивость интерферометра обеспечивается тем, что опорный и объектный пучки интерферометра большую часть оптического пути проходят вместе. В этом случае разность оптического хода совмещенных пучков даже в условиях помех будет неизменной [69, 92].

Самокалибрующиеся методы PSI. В описанных ранее методах фазовые сдвиги должны быть известны вплоть до ошибки калибровки и кратны друг другу. Существует класс методов, в которых оценка фазовых сдвигов и иных параметров интерференционных картин определяются непосредственно по их набору [123, 258]. Первоначально эти методы были разработаны для устранения

влияния линейных и нелинейных ошибок наклона зеркала [75, 97, 105, 178, 182, 241]. Lai и Yatagai [254] предложили непосредственно вычислять фазовые сдвиги за счет введения в схему интерферометра дополнительного опорного зеркала, которое перемещается вместе с тестовым объектом. В методах, предложенных Okada в [179] и Kong and Kim [152] фазовое распределение и фазовые сдвиги рассчитываются альтернативно методом наименьших квадратов. Chen и др. [76] представили модифицированный метод, который использует разложение в ряд Тейлора первого порядка выражений для ошибок задания фазового сдвига с последующей их компенсацией. В работе [105] такие эффекты устраняют, вычисляя средние фазовые сдвиги для достаточно малых участков интерференционной картины. Фазовые сдвиги внутри каждого участка можно считать постоянным. На основе карты контраста алгоритм итеративно корректирует фазовые сдвиги. Существуют также алгоритмы, комбинирующие как глобальные, так и локальные (полупространственные) методы анализа интерференционных картин [76, 111, 159, 242, 247, 249, 253].

Заметим, что локальные алгоритмы, рассматривающие фазу только в отдельной точке, возвращают «неразвернутую» фазу (wrapped phase) в интервале $\pm\pi$. При этом образуются разрывы фазы I-го рода. Эта проблема носит название 2π -фазовая неопределенность. Чтобы получить абсолютное (unwrapped phase) значение фазы, связанное с абсолютной разностью оптического хода (ОРХ), следует использовать дополнительную информацию. Например, путем измерения фазы на другой длине волны (методы многоволновой интерферометрии) или путем отслеживания изменения фазы по всей области интерференционной картины [76, 77, 109, 118]. В последнем случае значение фазы получается с точностью до постоянной (аддитивной) составляющей. Во всех этих методах фаза (иногда неявно) восстанавливается в соответствии с моделью, которая предполагает известным вид «развернутой» фазы [4]. Отметим, что «развернутая» фаза, является всего лишь одним из возможных фазовых распределений, которые могут порождать одну и ту же

интерференционную картину. Любому распределению фаз, составленному кусочно из этих кривых, будет соответствовать одна и та же интерференционная картина [217]. Условия, налагаемые на гладкость фазы, уменьшают неопределенность проблемы. Chen и Zebker [74] предложили метод развертки, основанный на таких наблюдаемых величинах, как интенсивность и когерентность интерференционной картины. Правильно «развернутая» фаза должна максимизировать статистическую функцию стоимости. Y. Gao и Liu [115] использовали аналогичный подход, основанный на статистике «развернутой» фазы для определения пороговых значений для алгоритма самокалибровки, который устраняет искажения и корректирует поврежденные фазы. Метод требует выполнения нескольких итераций, чтобы улучшить точность «разворачивания» фазы [102, 135, 141, 191, 256]. В работе [191] используют интересный подход к развёртыванию фазы без определения разрывов I-го рода на основе 4 шагов: (1) - аппроксимация разворачиваемой фазы в квадратах плоскостью; (2) - вычисление дисперсии развернутой фазы в каждом квадрате (3) - выбор областей с низкой дисперсией, (4) - их увеличение до тех пор, пока они не объединятся. Это позволяет выделить отдельные изофазные области с различным постоянным индексом k .

Несмотря на обилие разработанных методов анализа и расшифровки интерференционных картин интерес исследователей к ней не ослабевает. Это свидетельствует о важности и значимости данной проблемы.

В разработке оптико-электронных интерференционных измерительных систем исторически сформировались два основных направления.

Первое основано на совершенствовании алгоритмов анализа и расшифровки цифровых интерференционных картин. Повышение аксиального разрешения интерференционных картин и снижение их чувствительности к дестабилизирующим факторам: фоновой засветки, неточности задания фазовых сдвигов и нелинейности профиля интерференционных полос и т.п. путем разработки и применения специализированных самокалибрующихся

алгоритмов, позволяющих извлекать информацию о состоянии измерительной системы непосредственно из интенсивности интерференционных картин [128, 152, 205].

Второе направление, также получившее широкое распространение связано с повышением латерального разрешения оптических измерительных интерференционных систем. Данный класс измерительных систем основан на методах формирования сверхразрешающих цифровых интерференционных картин (голограмм) [50]. Наиболее часто для этой цели используются методы апертурного синтеза, которые приводят к необходимости решения систем уравнений сверхбольшой размерности [5]. Поэтому важное внимание уделяется эффективным методам решения таких систем уравнений, например, путем их распараллеливания и решения с помощью графических ускорителей [51, 52].

Решение научных проблем создания высокоточных оптико-электронных измерительных систем высокого разрешения позволит существенно повысить надежность контроля напряженных состояний механизмов, измерения различных параметров объектов, в том числе, биологических и это откроет новые перспективы их применения, за счет преимуществ бесконтактных методов измерений.

Целью диссертации является повышение точности и пространственного разрешения оптико-электронных систем с пошаговым фазовым сдвигом.

В ходе исследования решались следующие **задачи**:

1. Разработка и исследование обобщенного метод анализа интерференционных сигналов в оптико-электронных измерительных системах с пошаговым фазовым сдвигом.
2. Разработка и исследование оптимальных по количеству фазовых шагов алгоритмов анализа интерференционных сигналов в оптико-электронных измерительных системах с пошаговым фазовым сдвигом.
3. Теоретическое обоснование, разработка и исследование методов траекторного анализа интерференционных сигналов.

4. Разработка алгоритмов определения полной фазы, не требующих нахождения фазовых переходов в локальной окрестности поля интенсивности интерференционных картин.
5. Разработка и экспериментальное апробирование метода повышения пространственного разрешения интерференционных измерительных систем на основе субпиксельного сканирования.
6. Разработка программно-алгоритмического комплексов, реализующих предлагаемые алгоритмы расшифровки и анализа цифровых интерференционных картин.
7. Разработка и экспериментальное исследование высокопроизводительных оптико-электронных измерительных систем высокого разрешения, реализующих предлагаемые методы и алгоритмы расшифровки интерференционных картин.

Научная новизна

В диссертационной работе впервые:

1. Предложен и научно обоснован обобщенный метод оценки фазы интерференционных сигналов в оптико-электронных измерительных системах с пошаговым фазовым сдвигом. Показано, что существующие алгоритмы расшифровки интерференционных картин являются следствием предлагаемого метода.
2. Предложены и научно обоснованы методы преобразования траектории интерференционных сигналов в оптико-электронных измерительных системах с пошаговым фазовым сдвигом, позволяющие устранить влияние неточности задания фазовых сдвигов.
3. Синтезирована оптимальная по количеству фазовых сдвигов формула расшифровки интерференционных картин, устойчивое к нелинейности профиля интерференционных сигналов.
4. Предложен метод повышения пространственного разрешения оптико-электронных интерференционных измерительных систем с повышенным

быстродействием, позволяющий производить измерения в режиме реального времени.

5. Предложен помехоустойчивый алгоритм развертывания фазы по совокупности многочастотных интерференционных сигналов.

6. Предложен метод измерения фазы интерференционных сигналов, не требующий априорной информации о фазовых сдвигах.

7. Показана возможность высокоточного измерения параметров напряженно-деформируемого состояния крупногабаритных объектов.

Оригинальность и новизна выполненных исследований и полученных результатов подтверждаются публикациями в российских и зарубежных журналах, патентом РФ на полезную модель, а также выступлениями на российских и международных конференциях.

Практическая значимость работы:

1. Разработанные методы оценки фазы интерференционных сигналов, обладают более высокой чувствительностью и повышенным пространственным разрешением по сравнению с известными аналогами.
2. Разработанные методы синтеза выражений для расшифровки минимизируют количество фазовых сдвигов, что позволяет снизить время измерений.
3. Предлагаемые в работе принципы повышения пространственного разрешения оптико-электронных систем подтверждены экспериментально.
4. Разработанные измерительные системы применены для решения ряда прикладных задач исследования напряженно-деформируемого состояния различных объектов.

Методология и методы исследования. При выполнении работы применялось компьютерное моделирование методов оптической интерферометрии. Методы и алгоритмы анализа и расшифровки интерференционных картин основаны на математическом аппарате аналитической и дифференциальной геометрии, цифровой обработки

изображений. Результаты натуральных и компьютерных экспериментов обрабатывались с привлечением методов математической статистики.

Тема и содержание диссертационной работы, соответствуют паспорту научной специальности 05.11.07 – Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы, ее формуле «... специальность в области науки и техники, занимающаяся использованием оптического диапазона электромагнитных волн для создания исследовательских, измерительных, ... и технологических приборов, систем ..., а также разработкой способов применения таких приборов, систем Значение решения научных и технических проблем в данной области состоит в создании новых методов и аппаратуры для физических исследований с использованием оптического излучения, высокоточных измерений, ... и решения других задач народнохозяйственного и оборонного назначения, требующих использования оптической и оптико-электронной техники» и областям исследований, обозначенных в пунктах:

«1. Исследование и разработка новых методов и процессов, которые могут быть положены в основу создания оптических и оптико-электронных приборов, систем и комплексов различного назначения».

«2. Разработка, совершенствование и исследование характеристик приборов, систем и комплексов с использованием электромагнитного излучения оптического диапазона волн, предназначенных для решения задач:

- измерения геометрических и физических величин;
- исследования и контроля параметров различных сред и объектов, в том числе при решении технологических, экологических и биологических задач;
- создания оптического и оптико-электронного оборудования для научных исследований в различных областях науки и техники».

На защиту выносятся следующие основные научные положения:

1. Обобщенный метод определения разности фаз интерферирующих пучков, основанный на алгебраическом подходе к решению трансцендентных

систем уравнений, позволяет получать формулы расшифровки с произвольными величинами вносимых фазовых сдвигов.

2. Применение метода фазовых измерений на основе суммирования результатов двух алгоритмов расшифровки, с одинаковыми по модулю и противоположными по знаку реакциями на нелинейность профиля интерференционных полос, позволяет минимизировать погрешность вычисления фазы.

3. Формирование цифровой голограммы путем субпиксельного сканирования цифровых голограмм с низким разрешением позволяет повысить ее пространственное разрешение до $1000\div 2000$ линий на миллиметр.

4. Преобразование эллиптической траектории интерференционных сигналов оптико-электронных измерительных систем к круговому виду позволяет производить расшифровку интерференционных картин с неизвестными и случайными фазовыми сдвигами.

5. Оценивание разности фаз пространственных интерференционных сигналов, на основе анализа их траектории в двух и более точках интерференционной картины после их усреднения позволяет снизить относительную погрешность до уровня 10^{-2} .

6. Устранение фазовой неоднозначности на основе модулярной арифметики с использованием интерференционных картин, полученных на длинах волн 488 нм и 633 нм, позволяет расширить диапазон однозначности интерференционных измерений до 5064 нм.

Личный вклад автора. Все результаты, представленные в диссертации, получены автором самостоятельно или под его руководством и при его непосредственном участии. В совместных работах вклад соискателя состоял в обосновании целей, постановке задач и разработке методик исследований, постановке экспериментов, обсуждении их результатов и формировании общих выводов. Использование результатов, полученных в совместных исследованиях, согласовано с коллегами, которым автор выражает благодарность за сотрудничество.

Достоверность и апробация результатов. Достоверность полученных результатов подтверждается согласованностью результатов численных и натуральных экспериментов, проведённых в ходе данного исследования, а также заключениями экспертных комиссий при презентации данной работы на российских и международных конференциях и научных школах:

- Всесоюзный симпозиум «Применение лазеров», Куйбышев, 1990г.;
- Научно-технич. конф. «Проблемы железнодорожного транспорта и транспортного строительства Сибири», 1997;
- 4th Korea-Russia International Symposium on Science and Technology. - Republic of Korea, Ulsan, 2000;
- Seventh International Symposium on Laser Metrology Applied to Science, Industry, and Everyday Life, 2002.;
- VIII международная НТК "Оптические методы исследования потоков", 2005;
- Третья международная научно-практическая конференция «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности», 2007;
- DST-RFBR Sponsored Indo-Russian Joint Workshop on Computational Intelligence and modern heuristics in automation and robotics, (2010, 2011);
- Международная НПК «Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий»: Качество – Безопасность – Диагностика (ИНФО – 2010, 2016, 2017);
- The 6-th International Forum on Strategic Technologies, 2011, 2016;
- Международная научно-практическая конференция «Инновационные информационные технологии» (I2T), 2012, 2013, 2014, 2016;
- The 7th International Forum on Strategic Technology IFOST-2012, 2016;
- International Conference on actual problem electronics instrument engineering (APEIE), 2012, 2014, 2016, 2018;
- Международная научная конференция "СибОптика-2013";

- International summer school computer science: proc. of summer school, Germany, Chemnitz, 7–13 Juli 2014;
- V междунар. науч.-практ. конф., Махачкала, 2014;
- International Siberian conference on control and communications (SIBCON–2015);
- Всерос. науч.-практ. конф. смеждународ. участием «Интеллектуальный анализ сигналов, данных и знаний: методы и средства», Новосибирск, 2017, 2018;
- Интерэкспо ГЕО – Сибирь – 2018;
- Information innovative technologies: materials of the intern. sci.-practical conf., Czech Republic, Prague 2018;
- 1 International Conference Problems of Informatics, Electronics, and Radio Engineering (PIERE), Novosibirsk, 10-11 Dec. 2020.

Внедрение результатов работы. Результаты диссертационной работы использованы в научно-исследовательских работах ряда научных предприятий, российского фонда фундаментальных исследований и в учебном процессе вуза, о чём свидетельствуют соответствующие акты о внедрении и справки о практическом использовании полученных автором диссертации научных результатов.

Публикации. Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в **54** научных работах, из них работ, опубликованных согласно перечню российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора наук (**перечень ВАК**) – **25**, из них в научных изданиях, индексируемых базами Scopus и/или Web of Science – **16**; в научных изданиях также индексируемых этими базами – **17**, получены: патент РФ на полезную модель и **2** свидетельства о регистрации программ для ЭВМ.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы, включающего 264 наименования. Общий объем работы 320 страниц, включая 142 рисунка, 33 таблицы и 1 приложение.

ГЛАВА 1. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ АНАЛИЗА И РАСШИФРОВКИ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН

В главе рассматривается обобщенный метод построения формул расшифровки интерференционных картин с произвольными величинами фазовых сдвигов. Выполнен анализ алгоритмов расшифровки интерференционных картин. Показано, что существующие алгоритмы являются следствием обобщенного метода. Рассмотрена возможность применения принципов метода фазовых сдвигов для анализа одной интерференционной картины.

1.1 Теоретические основы оптической интерферометрии

Оптическая интерферометрия основана на интерференции двух или более волновых фронтов [6]. При разработке когерентно-оптических измерительных систем наиболее часто используются двухлучевые интерферометры [189]. Падающая электромагнитная волна делится на два когерентных пучка: на объектную (предметную) волну и опорную (эталонную) волну. В качестве делителя луча обычно используется полупрозрачное зеркало или светоделительный кубик. После прохождения соответствующих путей и накопления фазовых задержек происходит суперпозиция объектной и опорной волн на втором светоделителе. Вид образующейся при этом интерференционной картины зависит от формы интерферирующих волновых фронтов. На рис. 1.1.1 показаны интерференционные картины, получающиеся при различных формах интерферирующих волновых фронтов [217]. Рассмотрим процесс образования интерференционной картины. Волновой фронт $\dot{E}(x, y)$ в плоскости (x, y) можно описать как

$$\dot{E}(x, y) = A(x, y)e^{i\phi(x, y)}, \quad (1.1.1)$$

где A - амплитуда, φ - фаза волнового фронта, $i = \sqrt{-1}$.

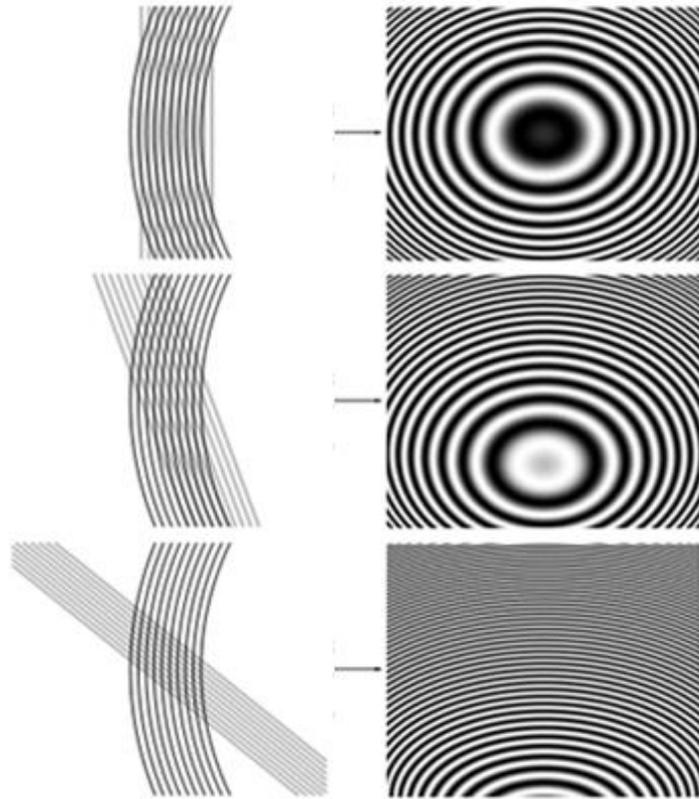


Рисунок 1.1.1 – Двухлучевая интерферометрия: (слева) - интерферирующие волновые фронты, (справа) - соответствующие им интерференционные картины [217]

Интерферометр разделяет волновой фронт $\dot{E}(x, y)$ на опорный и объектный волновые фронты: $\dot{E}_2(x, y)$ и $\dot{E}_1(x, y)$, соответственно.

$$\dot{E}_1(x, y) = A_1(x, y)e^{i\phi_1(x, y)}. \quad (1.1.2)$$

Объектный волновой фронт проходит через объект или отражается от него. При этом он претерпевает изменение фазы $\Delta\phi(x, y)$

$$\dot{E}_2(x, y) = A_2(x, y)e^{i\phi_1(x, y) + \Delta\phi(x, y)} = A_2(x, y)e^{i\phi_2(x, y)}. \quad (1.1.3)$$

Интенсивность интерференционной картины результирующего волнового поля может быть представлена в виде

$$\left| \dot{E}_1(x, y) + \dot{E}_2(x, y) \right|^2 = \left(\dot{E}_1(x, y) + \dot{E}_2(x, y) \right) \overline{\left(\dot{E}_1(x, y) + \dot{E}_2(x, y) \right)}, \quad (1.1.4)$$

здесь $\overline{(\quad)}$ - знак комплексного сопряжения.

Подставим выражения (1.1.2) и (1.1.3) в выражение (1.1.4)

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \left(A_1(x, y)e^{i\phi_1(x, y)} + A_2(x, y)e^{i\phi_2(x, y)} \right) \cdot \left(A_1e^{-i\phi_1(x, y)} + A_2(x, y)e^{-i\phi_2(x, y)} \right) = \\ &= A_1^2(x, y) + A_1A_2(x, y)e^{i(\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y))} + A_1A_2(x, y)e^{-i(\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y))} + A_2^2(x, y). \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

Раскрывая выражение (1.1.5) получим

$$I(x, y) = A_1^2(x, y) + A_2^2(x, y) + 2A_1(x, y)A_2(x, y)\cos(\phi_1 - \phi_2). \quad (1.1.6)$$

Данное выражение является основным уравнением интерферометрии.

Отметим, что интерференционная картина (1.1.6) содержит информацию только о разности фаз опорного и отраженного или прошедшего через объект объектного пучков, независимо от того, какой из пучков претерпел изменение. Фаза интерференционной картины $\phi(x, y)$ полученная на длине волны λ связана с оптической разностью хода интерферирующих волновых фронтов $\Delta(x, y)$ соотношением

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(x, y). \quad (1.1.7)$$

При равенстве оптического хода интерферирующих пучков эта зависимость описывает изменение коэффициента преломления $\Delta n(x, y)$ материала для прозрачных объектов

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} h(\Delta n(x, y)). \quad (1.1.8)$$

Для отражающих объектов зависимость (1.1.7) пропорциональна высоте рельефа $h(x, y)$ поверхности объекта

$$\phi(x, y) = \frac{4\pi}{\lambda} h(x, y). \quad (1.1.9)$$

Здесь учитывается двукратный ход отраженного от поверхности пучка. При интерференции объектного и опорного пучков возникает интерференционная картина, которая представляет собой систему интерференционных полос. Регистрируемая фотоприемным устройством (1.1.6) может быть описана следующим выражением

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y)) + \varepsilon = \quad (1.1.10)$$

$$= \langle I(x, y) \rangle [1 + V(x, y) \cos(\phi(x, y))] + \varepsilon,$$

здесь функция $a(x, y)$ называется фоновой освещенностью, $b(x, y)$ - амплитуда, $\phi(x, y)$ - фаза, $\langle I(x, y) \rangle$ - средняя интенсивность регистрируемой интерференционной картины и $V(x, y) = \frac{a(x, y)}{\langle I(x, y) \rangle} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ - контраст или видимость интерференционных полос, ε - аддитивный шум.

Решение задачи анализа интерференционной картины можно разбить на два самостоятельных шага. На первом шаге требуется найти фазу $\phi(x, y)$ во всех точках интерференционной картины. Эта задача хотя и кажется относительно простой, однако совсем нетривиальна. Поскольку даже в случае, когда шумовым членом выражения (1.1.10) можно пренебречь, данное уравнение содержит три неизвестных: a , b и ϕ . Поэтому для корректного решения уравнения (1.1.10) необходимо предварительно определять переменные a и b . Это сложная техническая задача. Второй шаг заключается в нахождении абсолютной разности фаз интерферирующих волновых фронтов, когда ее величина превышает 2π . Эта проблема носит название фазовой неопределенности. Методы ее решения рассмотрены в четвертой главе диссертационной работы.

1.2 Обобщенный алгоритм определения фазовой разности методом пошагового фазового сдвига

Метод фазовых сдвигов был впервые описан К. Carré в работе [72] и вызвал интерес специалистов тем, что позволяет измерять фазу в каждой точке интерференционной картины и не требует анализа ее поведения в окрестности этой точки [91, 147, 197]. Метод Carré предполагает получение серии интерференционных картин путем изменения фазы опорного пучка интерферометра (внесения фазового сдвига). Тогда в каждой точке интерференционной картины фаза находится путем решения системы уравнений составленной из интенсивностей каждой из интерференционных картин в этой же точке. В настоящее время известны алгоритмы, в которых число фазовых сдвигов достигает нескольких десятков. Так, например, Peter de Groot в своей работе [88] показал алгоритмы расшифровки, в которых используется 101 фазовый сдвиг.

Перепишем систему уравнений (1.1.10) обозначив среднюю интенсивность $\langle I(x, y) \rangle$ как I_a

$$I_i(x, y) = I_a(x, y)[1 + V(x, y)\cos(\phi(x, y) + \delta_i)], \quad (1.2.1)$$

где $i = 0, 1, \dots, m-1$, m – число фазовых сдвигов, $m \geq 3$, а $I_a(x, y)$ средняя интенсивность интерференционной картины: $I_a(x, y) = \langle I(x, y) \rangle$.

В работе [16] показано, что разность фаз интерферирующих пучков с учетом ее знака, можно определить, только в том случае, когда число измерений не менее трех. Для обеспечения независимости уравнений необходимо, чтобы каждое из уравнений (1.2.1) отличалось от других уравнений на некоторую величину фазового сдвига δ . Каждое из измерений представляет собой отдельное уравнение с четырьмя неизвестными. Для того, чтобы число неизвестных было равно числу уравнений предполагается, что средняя интенсивность интерференционной картины $I_a(x, y)$ и контраст интерференционных полос $V(x, y)$ в измеряемой точке при внесении фазовых сдвигов не изменяются т.е.

$$I_a(x, y) = \text{const},$$

$$V(x, y) = \text{const}.$$

(1.2.2)

Это основное условие корректного решения системы уравнений (1.2.1) в методе фазовых сдвигов. Далее, для упрощения формул обозначение (x, y) опускаем. Уравнение расшифровки интерференционной картины можно получить, разрешив систему уравнений (1.2.1) относительно разности фаз ϕ . В литературе рассматривается большое количество различных алгоритмов решения данной системы уравнений. Ниже рассматривается предложенный автором обобщенный алгоритм получения уравнений расшифровки, не требующий непосредственного решения системы уравнений (1.2.1). Алгоритм изложен в работах автора [1, 16,

17, 28, 42, 43, 55, 96, 128]. Отметим, что уравнения системы (1.2.1) трансцендентные. В нашем случае это тригонометрические уравнения, которые имеют множество корней: $\phi \pm 2k\pi$. Обычно за решение такой системы принимается главное значение фазы, находящееся в интервале $-\pi \leq \phi \leq \pi$ или $0 \leq \phi \leq 2\pi$.

Представим выражение (1.2.1) в векторной форме с учетом известного тригонометрического соотношения $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$

$$\vec{I} = I_a \cdot \vec{R} + (I_a \cdot V \cdot \cos \phi) \cdot \vec{C} - (I_a \cdot V \cdot \sin \phi) \cdot \vec{S}, \quad (1.2.3)$$

где $\vec{C} = (\cos \delta_0, \dots, \cos \delta_{m-1})^T$ и $\vec{S} = (\sin \delta_0, \dots, \sin \delta_{m-1})^T$ – векторы, компонентами которых являются значения синусов и косинусов, рассчитанных по известным величинам вносимых фазовых сдвигов, $\vec{R} = (1, \dots, 1)^T$ – единичный вектор размерностью m , m - количество фазовых сдвигов.

Квадратурную и синфазную составляющие выражения (1.2.3) найдем, используя известное свойство скалярного произведения двух ортогональных друг другу векторов

$$(\vec{a} \cdot \vec{a}^\perp) = 0, \quad (1.2.4)$$

здесь и далее оператор $(**)$ обозначает скалярное произведение векторов.

Умножим выражение (1.2.3) на вектор \vec{C}^\perp ортогональный вектору \vec{C}

$$(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp) = I_a \cdot (\vec{R} \cdot \vec{C}^\perp) + I_a \cdot V \cdot \cos \phi (\vec{C} \cdot \vec{C}^\perp) - I_a \cdot V \cdot \sin \phi (\vec{S} \cdot \vec{C}^\perp). \quad (1.2.5)$$

Затем тоже выражение умножим на вектор \vec{S}^\perp ортогональный вектору \vec{S}

$$\left(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp\right) = I_a \cdot \left(\vec{R} \cdot \vec{S}^\perp\right) + I_a \cdot V \cdot \cos \delta\phi \left(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp\right) - I_a \cdot V \cdot \sin \delta\phi \left(\vec{S} \cdot \vec{S}^\perp\right). \quad (1.2.6)$$

В силу свойства (1.2.4) имеем

$$\left(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp\right) = I_a \cdot \left(\vec{R} \cdot \vec{C}^\perp\right) - I_a \cdot V \cdot \sin \phi \cdot \left(\vec{S} \cdot \vec{C}^\perp\right), \quad (1.2.7)$$

$$\left(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp\right) = I_a \cdot \left(\vec{R} \cdot \vec{S}^\perp\right) + I_a \cdot V \cdot \cos \phi \cdot \left(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp\right). \quad (1.2.8)$$

Потребуем, чтобы скалярные произведения векторов $\left(\vec{R} \cdot \vec{C}^\perp\right)$ и $\left(\vec{R} \cdot \vec{S}^\perp\right)$ также удовлетворяли следующим условиям:

$$\left(\vec{R} \cdot \vec{C}^\perp\right) = 0 \text{ и } \left(\vec{R} \cdot \vec{S}^\perp\right) = 0. \quad (1.2.9)$$

Тогда из выражений (1.2.8) и (1.2.9) можно получить:

$$I_a V \sin \phi = -\frac{\left(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp\right)}{\left(\vec{S} \cdot \vec{C}^\perp\right)}, \quad (1.2.10)$$

$$I_a V \cos \phi = -\frac{\left(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp\right)}{\left(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp\right)}. \quad (1.2.11)$$

Из выражений (1.2.10) и (1.2.11) следует:

$$\sin \phi = -\frac{1}{I_a V} \cdot \frac{\left(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp\right)}{\left(\vec{S} \cdot \vec{C}^\perp\right)}, \quad (1.2.12)$$

$$\cos \phi = -\frac{1}{I_a V} \cdot \frac{(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp)}{(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp)}. \quad (1.2.13)$$

С учетом выражений (1.2.12) и (1.2.13) получим выражение для расчета фазы

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{(\vec{S} \cdot \vec{C}^\perp)(\vec{I}^\perp \cdot \vec{C})}{(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp)(\vec{I}^\perp \cdot \vec{S})}. \quad (1.2.14)$$

Учитывая известное свойство скалярного произведения

$$(a \cdot b^\perp) = -(a^\perp \cdot b) \quad (1.2.15)$$

имеем $(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp) = -(\vec{S} \cdot \vec{C}^\perp)$. Тогда алгоритм определения разности фаз можно переписать в следующем виде

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[-\frac{(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp)}{(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp)} \right]. \quad (1.2.16)$$

С учетом свойства (1.2.15) выражение (1.2.16) можно привести к часто используемому в алгоритмах расшифровки виду

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[-\frac{(\vec{I}^\perp \cdot \vec{C})}{(\vec{I}^\perp \cdot \vec{S})} \right]. \quad (1.2.17)$$

Отметим, что при расшифровке интерференционных картин выражение (1.2.16) вычислять эффективнее, чем выражение (1.2.17). Это следует из того, что векторы \vec{S}^\perp и \vec{C}^\perp требуется вычислять только один раз. В то время как векторы

\vec{I}^\perp необходимо вычислять в каждой точке интерференционной картины. Также отметим, что широко используемый метод ортогонализации векторов Грама-Шмидта имеет итерационную структуру и при большой размерности векторов, вычисленные векторы часто оказываются неортогональными из-за накопления ошибок округления [138].

Здесь предлагается простой способ нахождения ортогональных векторов произвольной размерности, для которых выполняется условие (1.2.4). Пусть ортогональный вектор получается путем умножения вектора \vec{a} на некоторую матрицу \mathbf{M}

$$\vec{a}^\perp = \mathbf{M} \cdot \vec{a}. \quad (1.2.18)$$

Для компенсации постоянных составляющих системы уравнений (1.2.3) также должно выполняться условие:

$$\mathbf{M} \cdot \vec{R} = \vec{0}, \quad (1.2.19)$$

здесь $\vec{0}$ - нулевой вектор.

Покажем методику построения матрицы \mathbf{M} на примере нахождения вектора ортогонального к четырехмерному вектору. Рассмотрим следующее выражение:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = 0. \quad (1.2.20)$$

Раскрывая выражение (1.2.20) и приведя подобные члены получим

$$\begin{aligned}
& a_{11}I_1^2 + a_{22}I_2^2 + a_{33}I_3^2 + a_{44}I_4^2 + \dots \\
& + (a_{12} + a_{21})I_1I_2 + (a_{13} + a_{31})I_1I_3 + (a_{14} + a_{41})I_1I_4 + \dots \\
& + (a_{23} + a_{32})I_2I_3 + (a_{24} + a_{42})I_2I_4 + (a_{34} + a_{43})I_3I_4 = 0.
\end{aligned} \tag{1.2.21}$$

Анализ выражения (1.2.21) показывает, что для того чтобы выполнялись условия (1.2.4) и (1.2.19), коэффициенты выражении (1.2.21) должны принимать следующие значения:

$$a_{ii} = 0, \quad a_{ij} = -a_{ji} \tag{1.2.22}$$

Условием (1.2.22) удовлетворяет кососимметричная матрица

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & | & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & | & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & | & 1 & -1 & 1 \\ \hline -1 & 1 & -1 & | & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & | & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & | & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1.2.23}$$

Суммы элементов матрицы по строке и по столбцу должна быть равны нулю. Это требование необходимо для выполнения условия (1.2.19). Путем прореживания элементов матрицы (1.2.23) можно получить другую матрицу M

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -1 & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \vdots & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1.2.24}$$

Данная матрица имеет минимально возможное количество ненулевых элементов.

В ряде случаев целесообразно использование блочной структуры матриц. Так, например, блочная форма записи удобна при реализации алгоритмов расшифровки при помощи технологии параллельных вычислений [16]. Матрицу M можно представить в виде блочной матрице

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ \hline 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.2.25)$$

Кроме рассмотренных матриц можно получить другие матрицы, удовлетворяющие условиям (1.2.18), (1.2.19) и (1.2.22).

Далее в разделах 1.3 – 1.5 показано, что обобщенный алгоритм расшифровки позволяет получать формулы, соответствующие широко известным алгоритмам расшифровки. Существующие алгоритмы PSI условно можно разбить на три группы.

Алгоритмы первой группы основаны на вычислении первой гармоники преобразования Фурье.

Вторая группа алгоритмов (алгоритмы Carré) в отличие от предыдущих алгоритмов не требует знания действительной величины вносимого фазового сдвига. Однако такие алгоритмы требуют выполнения определенной функциональной зависимости между величинами фазовых сдвигов.

Алгоритмы третьей группы предназначены для расшифровки интерференционных картин, получаемых при внесении фазовых сдвигов известной величины.

Показано, что предложенный в работе подход позволяет непосредственно конструировать формулы расшифровки каждой из групп алгоритмов, не прибегая к прямому решению системы уравнений (1.2.3).

1.3 Синтез алгоритмов, основанных на преобразовании Фурье

Алгоритмы данной группы находят широкое применение в интерферометрии для расшифровки интерференционных картин имеющих пространственную несущую [86, 96, 109, 118, 162, 163, 176, 179, 194, 202, 203, 229, 230, 254]. В данном методе фаза интерференционных полос вычисляется по формуле [109]

$$\phi = \operatorname{arctg} \left(- \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (I_i \cdot S_i)}{\sum_{i=0}^{N-1} (I_i \cdot C_i)} \right). \quad (1.3.1)$$

Алгоритмам данной группы соответствует обобщенный алгоритм (1.2.16).

Рассмотрим случай, когда фазовые сдвиги кратны $\frac{2\pi}{N}$, т.е.

$$\delta_0 = 0, \delta_1 = \frac{2\pi}{N}, \delta_2 = \frac{6\pi}{N}, \dots, \delta_{N-1} = 2\pi. \quad (1.3.2)$$

Покажем, что, если фазовые сдвиги удовлетворят условию (1.3.2), то справедливо следующее равенство

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[-\frac{(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp)}{(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp)} \right] = \operatorname{arctg} \left(-\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (I_i \cdot S_i)}{\sum_{i=0}^{N-1} (I_i \cdot C_i)} \right). \quad (1.3.3)$$

Для этого докажем тождества

$$\frac{(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp)}{(\vec{C}^\perp \cdot \vec{S})} = \frac{2}{N} (\vec{I} \cdot \vec{S}) \quad (1.3.4)$$

и

$$\frac{(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp)}{(\vec{C}^\perp \cdot \vec{S})} = \frac{2}{N} (\vec{I} \cdot \vec{C}). \quad (1.3.5)$$

Умножим правую и левую часть выражений (1.3.4) и (1.3.5) на их знаменатели

$$(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp) = \frac{2}{N} (\vec{I} \cdot \vec{S}) (\vec{C}^\perp \cdot \vec{S}) \quad \text{и} \quad (\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp) = \frac{2}{N} (\vec{I} \cdot \vec{C}) (\vec{C}^\perp \cdot \vec{S}). \quad (1.3.6)$$

Перегруппировывая члены выражения (1.3.6) по известным правилам $(a \cdot b)c = (b \cdot c)a$ и $(a \cdot b^\perp) = -(a^\perp \cdot b)$ получим

$$(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp) = \frac{2}{N} (\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp) (\vec{S} \cdot \vec{S}) \quad \text{и} \quad (\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp) = -\frac{2}{N} (\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp) (\vec{C} \cdot \vec{C}). \quad (1.3.7)$$

С учетом известных тригонометрических выражений $\cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \sin(2x))$ и

$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$, а также принимая во внимание условие (1.3.1),

выражения (1.3.8) и (1.3.9) примут вид

$$\left(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp\right) = \frac{2}{N} \left(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp\right) \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \left(1 - \cos\left(\frac{4\pi}{N} i\right)\right) \quad (1.3.8)$$

и

$$\left(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp\right) = \frac{2}{N} \left(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp\right) \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \left(1 - \sin\left(\frac{4\pi}{N} i\right)\right). \quad (1.3.9)$$

Поскольку сумма периодически повторяющихся синусов и косинусов равна нулю, а оставшаяся часть суммы равна N , то правые и левые части выражений (1.3.8) и (1.3.9) равны. Следовательно, тождества (1.3.6) и (1.3.7) справедливы. Таким образом выражение

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[-\frac{\left(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp\right)}{\left(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp\right)} \right] \quad (1.3.10)$$

при выполнении условия (1.3.2) полностью совпадает с формулой расшифровки интерференционных картин методом преобразования Фурье (1.3.1).

1.4 Синтез алгоритмов Carré

Алгоритмы Carré также широко применяются для анализа интерференционных картин, поскольку они позволяют производить расшифровку интерференционных картин при неизвестных значениях фазовых сдвигов между различными интерференционными картинками [72, 84, 122, 139, 147, 197, 206, 213, 218]. Для данного алгоритма фазовые сдвиги должны удовлетворять следующему правилу:

$$\delta_i = \frac{2i - N - 1}{2} \delta, \quad (1.4.1)$$

здесь δ - произвольная величина, N - число фазовых сдвигов, $i \in [0, N-1]$.

Покажем, что обобщенный алгоритм расшифровки интерференционных картин позволяет получить решение и в этом случае. Например, в четырёхшаговом алгоритме Carré [206] фазовые сдвиги имеют следующие значения:

$$\delta_1 = -\frac{3}{2}\delta, \quad \delta_2 = -\frac{1}{2}\delta, \quad \delta_3 = \frac{1}{2}\delta, \quad \delta_4 = \frac{3}{2}\delta. \quad (1.4.2)$$

Для удобства вычислений можно удвоить значения фазовых сдвигов

$$\delta_1 = -3\delta, \quad \delta_2 = -\delta, \quad \delta_3 = \delta, \quad \delta_4 = 3\delta. \quad (1.4.3)$$

Тогда числитель и знаменатель уравнения расшифровки (1.2.16) примут вид

$$N = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \cdot \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(-3\delta) \\ \cos(-\delta) \\ \cos(\delta) \\ \cos(3\delta) \end{bmatrix} \right\}, \quad (1.4.4)$$

$$D = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \cdot \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin(-3\delta) \\ \sin(-\delta) \\ \sin(\delta) \\ \sin(3\delta) \end{bmatrix} \right\}. \quad (1.4.5)$$

Раскрывая выражения (1.4.4) - (1.4.5) и понижая кратность тригонометрических аргументов получим

$$N = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(-3\delta) \\ \cos(-\delta) \\ \cos(\delta) \\ \cos(3\delta) \end{bmatrix} \right\} = \quad (1.4.6)$$

$$= (I_1 - I_2 - I_3 + I_4) 4 \sin^2(\delta) \cos(\delta),$$

$$D = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(-3\delta) \\ \cos(-\delta) \\ \cos(\delta) \\ \cos(3\delta) \end{bmatrix} \right\} = \quad (1.4.7)$$

$$= (I_1 + I_2 - I_3 - I_4) 4 \sin(\delta) \cos^2(\delta).$$

Подставляя выражения (1.4.6) и (1.4.7) в выражение (1.2.16) имеем

$$\operatorname{tg}(\phi) = \frac{I_1 + I_2 - I_3 - I_4}{I_1 - I_2 - I_3 + I_4} \operatorname{tg}(\delta). \quad (1.4.8)$$

Полученное выражение эквивалентно выражению, которое реализует алгоритм Carré [129]. Тангенс фазового угла δ можно получить из следующего равенства

$$\sqrt{\frac{3(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)}{(I_2 + I_3) - (I_1 - I_4)}} = \sqrt{\frac{8 \sin(\phi) \sin^3(\delta)}{8 \sin(\phi) \sin(\delta) \cos^2(\delta)}} = \operatorname{tg}(\delta). \quad (1.4.9)$$

Объединив выражения (1.4.8) и (1.4.9) получим формулу Carré [129]:

$$\operatorname{tg}(\phi) = \frac{\sqrt{[(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)][3(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)]}}{(I_2 + I_3) - (I_1 - I_4)}. \quad (1.4.10)$$

Для пятиточечного алгоритма Carré условие соотношения фазовых сдвигов (1.4.1) принимает вид

$$\delta_1 = -2\delta, \delta_2 = -\delta, \delta_3 = 0, \delta_4 = \delta, \delta_5 = 2\delta. \quad (1.4.11)$$

Тогда числитель и знаменатель формулы расшифровки запишем как

$$N = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(-2\delta) \\ \cos(-\delta) \\ \cos(0) \\ \cos(\delta) \\ \cos(2\delta) \end{bmatrix} \right\} = \quad (1.4.12)$$

$$= (-I_1 + 2I_2 - I_5)4\sin^2(\delta),$$

$$D = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(-2\delta) \\ \cos(-\delta) \\ \cos(0) \\ \cos(\delta) \\ \cos(2\delta) \end{bmatrix} \right\} = \quad (1.4.13)$$

$$= (I_1 - I_5)4\sin(\delta)\cos(\delta).$$

Подставляя выражения (1.4.12) и (1.4.13) в выражение (1.2.18), и вычисляя угол сдвига получим

$$\operatorname{tg}(\phi) = \frac{-I_1 + 2I_3 - I_5}{I_1 - I_5} \operatorname{tg}(\delta), \quad (1.4.14)$$

$$(1.4.15)$$

$$\operatorname{tg}(\delta) = \frac{\sqrt{(I_2 - I_4)^2 - (I_1 - I_5)^2}}{(2I_3 - I_1 - I_5)}.$$

Полученное выражение (1.4.15) совпадает с выражением для пятиточечного алгоритма Carré. Таким образом, проведенные исследования показывают, что обобщенный алгоритм позволяет синтезировать все широко известные формулы расшифровки.

1.5 Синтез алгоритмов определения фазовой разности с помощью линейной комбинации подвекторов

Для повышения помехоустойчивости часто используют усреднение комбинаций различных алгоритмов расшифровки. Это полезно, например, для снижения погрешности обусловленной неточностью установки фазовых сдвигов или вибрацией измерительной установки. Отметим, что подвекторы для числителя и знаменателя могут формироваться из векторов, содержащих различное количество точек.

Рассмотрим случай, когда число фазовых сдвигов больше трех. Пусть имеем вектор \vec{I} размерностью $N > 3$. Тогда, например, при $N = 4$ можно сформировать следующие комбинации подвекторов \vec{I}_i

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \rightarrow \left\{ \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I_0 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \right\}. \quad (1.5.1)$$

Тогда обобщенная формула расшифровки может быть представлена как

$$\phi = \arctg \frac{\sum_{l=1}^m \left(\begin{bmatrix} I_i^\perp \\ I_j^\perp \\ I_k^\perp \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_i \\ C_j \\ C_k \end{bmatrix} \right)}{\sum_{l=1}^m \left(\begin{bmatrix} I_i^\perp \\ I_j^\perp \\ I_k^\perp \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_i \\ S_j \\ S_k \end{bmatrix} \right)}, \quad (1.5.2)$$

здесь: $m = C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}$ - число комбинаций подвекторов размерностью n ,

которые могут быть составлены из компонентов N -точечного вектора.

Выражение (1.5.2) по сути сводится к усреднению фазы путем суммирования отдельных формул расшифровки составленных из комбинаций подвекторов (1.5.1).

Впервые возможность суммирования числителей и знаменателей различных формул расшифровки показал Швидер для двух четырехточечных формул расшифровки с фазовыми сдвигами кратными $\frac{\pi}{2}$ [209]. Покажем, что обобщенный алгоритм также работает, когда числитель N_i и знаменатель D_j имеют различное число точек. В этом случае необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\sum_i (\vec{S}_i \cdot \vec{C}_i^\perp) = k \sum_j (\vec{S}_j \cdot \vec{C}_j^\perp), \quad (1.5.3)$$

где k - выравнивающий множитель.

Несложно убедиться, что известная формула Швайдера-Харихарана [124]:

$\frac{-2(I_1 - I_3)}{I_0 - 2I_2 + I_4}$ при фазовых сдвигах кратных $\frac{\pi}{2}$ может быть получена путем

выбора подвекторов $[I_1 \ I_2 \ I_3]^T$ для числителя и $[I_0 \ I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4]^T$ для знаменателя выражения (1.5.3), соответственно:

$$N_{123} \rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{2} \\ \cos \pi \\ \cos \frac{3}{2}\pi \end{bmatrix} = I_3 - I_1, \quad (1.5.4)$$

$$D_{01234} \rightarrow \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin 0 \\ \sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \pi \\ \sin \frac{3\pi}{2} \\ \sin 2\pi \end{bmatrix} = I_0 - 2I_2 + I_4. \quad (1.5.5)$$

Рассчитаем скалярные произведения векторов фазовых сдвигов числителя и знаменателя

$$\left(\vec{C}_N^\perp \cdot \vec{S}_N \right) = \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \pi \\ \sin \frac{3}{2}\pi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{2} \\ \cos \pi \\ \cos \frac{3}{2}\pi \end{bmatrix} = 2, \quad (1.5.6)$$

$$(\vec{C}_D^\perp \cdot \vec{S}_D) = \begin{bmatrix} \cos 0 \\ \cos \frac{\pi}{2} \\ \cos \pi \\ \cos \frac{3\pi}{2} \\ \cos 2\pi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin 0 \\ \sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \pi \\ \sin \frac{3\pi}{2} \\ \sin 2\pi \end{bmatrix} = -4. \quad (1.5.7)$$

Отсюда в силу условия (1.5.3) следует, что выравнивающий множитель равен $k = -2$ и формула расшифровки примет следующий вид

$$\frac{N}{D} = \frac{-2(I_1 - I_3)}{I_0 - 2I_2 + I_4}. \quad (1.5.8)$$

Полученное выражение (1.5.8) полностью совпадает с известной формулой Харихарана [124].

Выражение (1.5.2) не изменится, если все компоненты числителя и знаменателя умножить на некоторый коэффициент α_i . В этом случае выражение (1.5.2) преобразуется к следующему виду

$$\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i (\vec{I}_i^\perp \cdot \vec{S}_i)}{\sum_{i=1}^m \alpha_i (\vec{I}_i^\perp \cdot \vec{C}_i)} \right) \quad (1.5.9)$$

или

$$\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i (\vec{I}_i \cdot \vec{S}_i^\perp)}{\sum_{i=1}^m \alpha_i (\vec{I}_i \cdot \vec{C}_i^\perp)} \right), \quad (1.5.10)$$

где α — произвольный весовой коэффициент.

В случае, когда весовые коэффициенты имеют разные знаки, сумма коэффициентов с положительным знаком должна быть равна сумме коэффициентов с отрицательным знаком, соответственно.

С помощью формул (1.5.9) и (1.5.10) можно получить обширный класс формул расшифровки [144]. Рассмотрим различные примеры формирования формул расшифровки.

Пример 1

Для пятиточечного вектора будем объединять последовательность

трехкомпонентных подвекторов $I_{01234} \rightarrow \left\{ I_{012} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}, I_{123} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}, I_{234} = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \right\}.$

Используя формулу расшифровки (1.5.2) сформируем структурную матрицу формулы расшифровки как сумму соответствующих матриц для подвекторов

I_{012} , I_{123} и I_{234} , соответственно

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.5.11)$$

и тогда числитель формулы расшифровки примет вид

$$N_{01234} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \delta_0 \\ \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \\ \sin \delta_4 \end{bmatrix}. \quad (1.5.12)$$

Аналогично вычисляется знаменатель формулы расшифровки

$$D_{01234} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_0 \\ \cos \delta_1 \\ \cos \delta_2 \\ \cos \delta_3 \\ \cos \delta_4 \end{bmatrix}. \quad (1.5.13)$$

После несложных преобразований получим следующий алгоритм (формулу) расшифровки

$$\phi = \arctg \left[\frac{(I_1 - I_2) \sin \delta_0 + (2I_2 - I_0 - I_3) \sin \delta_1 + (I_0 - 2I_1 + 2I_3 - I_4) \sin \delta_2 + \dots}{(I_1 - I_2) \cos \delta_0 + (2I_2 - I_0 - I_3) \cos \delta_1 + (I_0 - 2I_1 + 2I_3 - I_4) \cos \delta_2 + \dots} \right. \\ \left. \frac{\dots + (I_1 - 2I_2 + I_4) \sin \delta_3 + (I_2 - I_3) \sin \delta_4}{\dots + (I_1 - 2I_2 + I_4) \cos \delta_3 + (I_2 - I_3) \cos \delta_4} \right]. \quad (1.5.14)$$

С целью упрощения удобно выражение (1.5.14) представить, как

$$\phi = \arctg \left(\frac{\sum_i a_i I_i}{\sum_i b_i I_i} \right), \quad (1.5.15)$$

здесь $a = \vec{C}_i^\perp$, а $b = \vec{S}^\perp$.

В этом случае получим

$$\phi = \arctg \left(\frac{N}{D} \right), \quad (1.5.16)$$

$$\begin{aligned}
\text{где } N = & (\sin \delta_1 - \sin \delta_2)I_0 + (\sin \delta_0 + \sin \delta_3 - 2\sin \delta_2)I_1 + \\
& +(2\sin \delta_1 - \sin \delta_0 - 2\sin \delta_3 + \sin \delta_4)I_2 + \\
& +(2\sin \delta_2 - \sin \delta_1 - \sin \delta_4)I_3 + (\sin \delta_2 - \sin \delta_3)I_4
\end{aligned} \tag{1.5.17}$$

$$\begin{aligned}
D = & (\cos \delta_2 - \cos \delta_1)I_0 + (\cos \delta_0 + \cos \delta_3 - 2\cos \delta_2)I_1 + \\
& +(2\cos \delta_1 - \cos \delta_0 - 2\cos \delta_3 + \cos \delta_4)I_2 + \\
& +(2\cos \delta_2 - \cos \delta_1 - \cos \delta_4)I_3 + (\cos \delta_3 - \cos \delta_2)I_4.
\end{aligned}$$

Так, если фазовые сдвиги удовлетворяют условию: $\frac{\pi}{2}i$ и $i \in 0, \dots, 4$, то выражение (1.5.16) примет вид

$$\phi = \arctg \left[\frac{I_0 - 3I_1 + 3I_3 - I_4}{I_0 + I_1 - 4I_2 + I_3 - I_4} \right]. \tag{1.5.18}$$

Пример 2

Задавая коэффициенты значимости для каждого из подвекторов \vec{l}_i можно получить другие формулы расшифровки. Пусть значимость последовательностей равна $[11100 \rightarrow 2(01110) \rightarrow 00111]$. Тогда структурная матрица формулы расшифровки может быть представлена следующим образом

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{1.5.19}$$

а числители и знаменатели комбинаций указанных последовательностей будут равны:

$$N_{012+123+234} \rightarrow \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \delta_0 \\ \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \\ \sin \delta_4 \end{bmatrix}, \quad (1.5.20)$$

$$D_{012+123+234} \rightarrow \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_0 \\ \cos \delta_1 \\ \cos \delta_2 \\ \cos \delta_3 \\ \cos \delta_4 \end{bmatrix}. \quad (1.5.21)$$

Отсюда получим

$$\phi = \arctg \left[\frac{(I_1 - I_2) \sin \delta_0 + (I_0 - 3I_2 + 2I_3) \sin \delta_1 + (3I_1 - I_0 - 3I_3 + I_4) \sin \delta_2 + \dots}{(I_1 - I_2) \cos \delta_0 + (I_0 - 3I_2 + 2I_3) \cos \delta_1 + (3I_1 - I_0 - 3I_3 + I_4) \cos \delta_2 + \dots} \right. \\ \left. \dots \frac{+(2I_1 - 3I_2 + I_4) \sin \delta_3 + (I_2 - I_3) \sin \delta_4}{+(2I_1 - 3I_2 + I_4) \cos \delta_3 + (I_2 - I_3) \cos \delta_4} \right] \quad (1.5.22)$$

или

$$\phi = \arctg \left[\frac{(\sin \delta_2 - \sin \delta_1) I_0 + (\sin \delta_0 - 3 \sin \delta_2 + 2 \sin \delta_3) I_1 + \dots}{(\cos \delta_2 - \cos \delta_1) I_0 + (\cos \delta_0 - 3 \cos \delta_2 + 2 \cos \delta_3) I_1 + \dots} \right. \\ \left. \dots \frac{+(3 \sin \delta_1 - 3 \sin \delta_3 + \sin \delta_4 - \sin \delta_0) I_2 + (3 \sin \delta_2 - 2 \sin \delta_1 - \sin \delta_4) I_3 + (\sin \delta_2 - \sin \delta_3) I_4}{+(3 \cos \delta_1 - 3 \cos \delta_3 + \cos \delta_4 - \cos \delta_0) I_2 + (3 \cos \delta_2 - 2 \cos \delta_1 - \cos \delta_4) I_3 + (\cos \delta_2 - \cos \delta_3) I_4} \right]. \quad (1.5.23)$$

Так, при фазовых сдвигах кратных $\frac{\pi}{2}$ получим известную формулу расшифровки [158]

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[\frac{I_0 + 4I_1 - 4I_3 - I_4}{I_0 - 2I_1 + 6I_2 - 2I_3 - I_4} \right]. \quad (1.5.24)$$

Пример 3

Будем объединять подвекторы \vec{I}_i разной длины $[11111 \rightarrow 2(0111)]$. Тогда числитель и знаменатель комбинаций указанных последовательностей будут равны

$$\begin{aligned} N_{012+123+234} &\rightarrow 2 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \delta_0 \\ \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \\ \sin \delta_4 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \delta_0 \\ \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \\ \sin \delta_4 \end{bmatrix}, \quad (1.5.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{012+123+234} &\rightarrow 2 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_1 \\ \cos \delta_2 \\ \cos \delta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_0 \\ \cos \delta_1 \\ \cos \delta_2 \\ \cos \delta_3 \\ \cos \delta_4 \end{bmatrix} = \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_0 \\ \cos \delta_1 \\ \cos \delta_2 \\ \cos \delta_3 \\ \cos \delta_4 \end{bmatrix}. \quad (1.5.26)$$

После несложных преобразований алгоритм расшифровки примет вид

$$\phi = \arctg \frac{N_{012+123+234}}{D_{012+123+234}} = \arctg \left[\frac{(I_1 - I_4) \sin \delta_0 + (-I_0 + 2I_2 - I_3) \sin \delta_1 + (-2I_1 + 2I_3) \sin \delta_2 + \dots}{(I_1 - I_4) \cos \delta_0 + (-I_0 + 2I_2 - I_3) \cos \delta_1 + (-2I_1 + 2I_3) \cos \delta_2 + \dots} \right. \\ \left. \dots \frac{+(I_1 - 2I_2 + I_4) \sin \delta_3 + (I_1 - I_4) \sin \delta_4}{+(I_1 - 2I_2 + I_4) \cos \delta_3 + (I_1 - I_4) \cos \delta_4} \right] \quad (1.5.27)$$

или

$$\phi = \arctg \left[\frac{(-\sin \delta_1 + \sin \delta_4) I_0 + (\sin \delta_0 - 2 \sin \delta_2 + \sin \delta_3) I_1 + \dots}{(-\cos \delta_1 + \cos \delta_4) I_0 + (\cos \delta_0 - 2 \cos \delta_2 + \cos \delta_3) I_1 + \dots} \right. \\ \left. \dots \frac{+(\sin \delta_1 - \sin \delta_3) I_2 + (-\sin \delta_1 + 2 \sin \delta_2 - \sin \delta_4) I_3 + (-\sin \delta_0 + \sin \delta_3) I_4}{+(\cos \delta_1 - \cos \delta_3) I_2 + (-\cos \delta_1 + 2 \cos \delta_2 - \cos \delta_4) I_3 + (-\cos \delta_0 + \cos \delta_3) I_4} \right]. \quad (1.5.28)$$

При фазовых сдвигах $0, \frac{\pi}{2}, \dots$ и т.д. получим следующую формулу расшифровки

$$\phi = \arctg \left[\frac{-I_0 - I_1 + 4I_2 - I_3 - I_4}{-I_0 + 3I_1 - 3I_3 - I_4} \right]. \quad (1.5.29)$$

Аналогично можно получить формулы расшифровки для векторов большей размерности.

Пример 4

Построим шеститочечную формулу расшифровки с фазовыми сдвигами кратными $\delta = \pi/2$

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[\frac{-3I_1 + 4I_3 - I_5}{I_0 - 4I_2 + 3I_5} \right]. \quad (1.5.30)$$

Данную формулу можно получить путем объединения четырех четырехточечных подвекторов образованных из шеститочечного вектора $[I_0 \ I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5]^T : [I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4]^T, [I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5]^T, [I_0 \ I_1 \ I_2 \ I_3]^T$ и $[I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4]^T$. Числитель формулы (1.5.30) можно разложить на составляющие:

$$3(I_1^\perp C_1) = 3 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\delta) \\ \cos(2\delta) \\ \cos(3\delta) \\ \cos(4\delta) \end{bmatrix} = 6(-I_1 + I_3), \quad (1.5.31)$$

$$(I_2^\perp C_2) = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(2\delta) \\ \cos(3\delta) \\ \cos(4\delta) \\ \cos(5\delta) \end{bmatrix} = 2(I_3 - I_5), \quad (1.5.32)$$

Суммируя выражения выражения (1.5.31) и (1.5.32) получим числитель формулы расшифровки (1.5.30)

$$3(I_1^\perp C_1) + (I_2^\perp C_2) = 6I_1 - 8I_3 + 2I_5. \quad (1.5.33)$$

Знаменатель формулы (1.5.30) можно разложить на составляющие:

$$3(I_3^\perp S_1) = 3 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\delta) \\ \sin(2\delta) \\ \sin(3\delta) \\ \sin(4\delta) \end{bmatrix} = 6(-I_2 + I_4), \quad (1.5.34)$$

$$(I_4^\perp S_2) = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(\delta) \\ \sin(2\delta) \\ \sin(3\delta) \end{bmatrix} = 2(I_0 - I_2), \quad (1.5.35)$$

Суммируя полученные выражения (1.5.34) и (1.5.35) получим знаменатель формулы расшифровки (1.5.30)

$$3(I_3^\perp S_1) + (I_4^\perp S_2) = 2I_0 - 8I_2 + 6I_4. \quad (1.5.36)$$

Окончательно получим

$$\frac{3(I_1^\perp C_1) + (I_2^\perp C_2)}{3(I_3^\perp S_1) + (I_4^\perp S_2)} = \frac{-3I_1 + 4I_3 - I_5}{I_0 - 4I_2 + 3I_5}. \quad (1.5.37)$$

Выражение (1.5.37) совпадает с исходным выражением (1.5.30) полученным методом МНК.

Пример 5

Семиточечная формула расшифровки

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[\frac{4I_3 - 2I_1 - 2I_5}{I_0 - 3I_2 + 3I_3 - I_6} \right] \quad (1.5.38)$$

может быть получена объединением подвекторов, получаемых из семиточечного вектора $[I_0 \ I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5 \ I_6]^T$. Подвекторы $[I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4]^T$ и $[I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5]^T$ образуют числитель, а подвекторы $[I_0 \ I_1 \ I_2 \ I_3]^T$, $[I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4]^T$ и $[I_3 \ I_4 \ I_5 \ I_6]^T$ образуют знаменатель формулы расшифровки, соответственно.

Тогда выполняя преобразования аналогичные преобразованиям (1.5.31) – (1.5.36) получим

$$\left(I_1^\perp C_1\right) = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\delta) \\ \cos(2\delta) \\ \cos(3\delta) \\ \cos(4\delta) \end{bmatrix} = 2(-I_1 + I_3), \quad (1.5.39)$$

$$\left(I_2^\perp C_2\right) = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(2\delta) \\ \cos(3\delta) \\ \cos(4\delta) \\ \cos(5\delta) \end{bmatrix} = 2(I_3 - I_5), \quad (1.5.40)$$

$$\left(I_1^\perp C_1\right) + \left(I_2^\perp C_2\right) = 4I_3 - 2I_1 - 2I_5, \quad (1.5.41)$$

$$\frac{1}{2}\left(I_3^\perp S_3\right) = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(\delta) \\ \sin(2\delta) \\ \sin(3\delta) \end{bmatrix} = (I_0 - I_2), \quad (1.5.42)$$

$$\frac{1}{2}\left(I_4^\perp S_2\right) = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\delta) \\ \sin(2\delta) \\ \sin(3\delta) \\ \sin(4\delta) \end{bmatrix} = (-I_2 + I_4), \quad (1.5.43)$$

$$I_5^\perp S_3 = \begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(3\delta) \\ \sin(4\delta) \\ \sin(5\delta) \\ \sin(6\delta) \end{bmatrix} = 2(I_4 - I_6), \quad (1.5.44)$$

$$\frac{1}{2}(I_1^\perp S_1) + \frac{1}{2}(I_2^\perp S_2) + (I_3^\perp S_3) = I_0 - 3I_2 + 3I_3 - I_6, \quad (1.5.45)$$

$$\frac{C_1^\perp I_1 + C_2^\perp I_2}{\frac{1}{2}S_1^\perp I_3 + \frac{1}{2}S_2^\perp I_4 + S_3^\perp I_5} = \frac{4I_3 - 2I_1 - 2I_5}{I_0 - 3I_2 + 3I_4 - I_6}. \quad (1.5.46)$$

Полученное выражение (1.5.46) совпадает с исходным выражением (1.5.38).

Пример 6

Восьмиточечная формула расшифровки

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[\frac{2I_1 - 4I_3 + 3I_4 - I_7}{I_0 - 2I_2 + 4I_4 - 3I_6} \right], \quad (1.5.47)$$

получается из шести четырехточечных подвекторов: $[I_0 \ I_1 \ I_2 \ I_3]^\top$, $[I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5]^\top$ и $[I_4 \ I_5 \ I_6 \ I_7]^\top$ которые, образуют числитель, а, подвекторы $[I_0 \ I_1 \ I_2 \ I_3]^\top$, $[I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4]^\top$ и $[I_3 \ I_4 \ I_5 \ I_6]^\top$ образуют знаменатель формулы расшифровки (1.5.47), соответственно:

$$(I_1^\perp C_1) = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\delta) \\ \cos(2\delta) \\ \cos(3\delta) \\ \cos(4\delta) \end{bmatrix} = 2(-I_1 + I_3), \quad (1.5.48)$$

$$\left(I_2^\perp C_2\right) = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(2\delta) \\ \cos(3\delta) \\ \cos(4\delta) \\ \cos(5\delta) \end{bmatrix} = 2(I_3 - I_5), \quad (1.5.49)$$

$$\left(I_3^\perp C_3\right) = \begin{bmatrix} I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(4\delta) \\ \cos(5\delta) \\ \cos(6\delta) \\ \cos(7\delta) \end{bmatrix} = 2(-I_5 + I_7), \quad (1.5.50)$$

$$-\left(\left(I_1^\perp C_1\right) + \left(I_2^\perp C_2\right) + \frac{1}{2}\left(I_3^\perp C_3\right)\right) = 2I_1 - 4I_3 + 3I_4 - I_7, \quad (1.5.51)$$

$$\frac{1}{2}I_3^\perp S_1 = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(\delta) \\ \sin(2\delta) \\ \sin(3\delta) \end{bmatrix} = (I_0 - I_2), \quad (1.5.52)$$

$$\frac{1}{2}\left(I_4^\perp S_2\right) = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\delta) \\ \sin(2\delta) \\ \sin(3\delta) \\ \sin(4\delta) \end{bmatrix} = (-I_2 + I_4), \quad (1.5.53)$$

$$\left(I_5^\perp S_3\right) = \begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(3\delta) \\ \sin(4\delta) \\ \sin(5\delta) \\ \sin(6\delta) \end{bmatrix} = 2(I_4 - I_6), \quad (1.5.54)$$

$$\frac{1}{2}(I_1^\perp S_1) + (I_2^\perp S_2) + 3(I_3^\perp S_3) = I_0 - 2I_2 + 4I_4 - 3I_6. \quad (1.5.55)$$

В итоге получим

$$-\frac{I_1 C_1^\perp + I_2 C_2^\perp + \frac{1}{2} I_3 C_3^\perp}{\frac{1}{2} I_1 S_1^\perp + I_2 C_2^\perp + 3 I_3 C_3^\perp} = \frac{2I_1 - 4I_3 + 3I_4 - I_7}{I_0 - 2I_2 + 4I_4 - 3I_6}. \quad (1.5.56)$$

Полученное выражение (1.5.56) совпадает с выражением (1.5.47).

Рассмотренные способы конструирования формул расшифровки позволяют соответствующим выбором структурной матрицы и значений углов фазовых сдвигов δ реализовывать различные виды формул расшифровки, в том числе, устойчивые к случайным погрешностям и дестабилизирующим факторам, возникающим в процессе измерений [15, 26, 186, 194]. Отметим также, что обобщенный метод расшифровки интерференционных картин применим как при линейном, так и при нелинейном [124] способах внесения фазовых сдвигов [90].

Выполненные исследования с учетом результатов полученных в разделах 1.2 – 1.5 показывают, что **обобщенный метод определения разности фаз интерферирующих пучков методом фазовых сдвигов, основанный на алгебраическом подходе к решению трансцендентных систем уравнений, позволяет получать формулы расшифровки с произвольными величинами вносимых фазовых сдвигов. Это первое защищаемое научное положение.**

1.6 Анализ алгоритмов пошаговых фазовых сдвигов

В литературе приведены различные виды алгоритмов (формул) пошагового фазового сдвига. При их применении часто не учитывается знак числителя или знаменателя, что приводит к возникновению дополнительного смещения фазы при расшифровке интерференционных картин. Кроме того, некоторые формулы

расшифровки при расширении диапазона изменения фазы до $\pm\pi$ путем анализа знаков числителя и знаменателя формул расшифровки дают неверный результат. Исследуем эти алгоритмы используя предложенный обобщенный подход.

Особенности использования функции $\text{atan}()$ в алгоритмах нахождения фазы. При практических расчетах в формулах расшифровки разность фаз ϕ определяется с помощью функции программирования $\text{atan}()$. Область определения функции atan ограничена диапазоном от $-\pi/2$ до $\pi/2$ (рис. 1.6.1). Анализируя знаки числителя и знаменателя выражения функции тангенса фазы можно расширить область определения ее определения [249]. Поскольку знаки числителя и знаменателя определяют квадрант, в котором находится фаза.

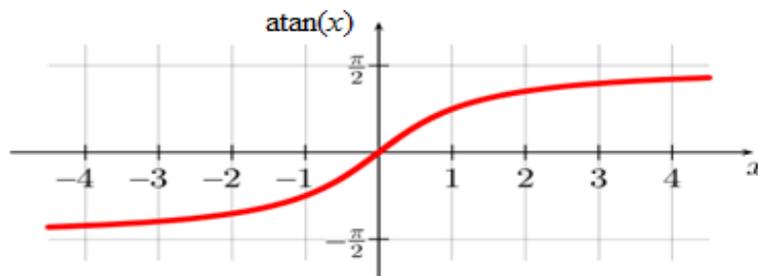


Рисунок 1.6.1 – График функции $\text{atan}(x)$

В современных языках программирования для вычисления функции арктангенса вводится специальная функция двух аргументов $\text{atan2}(y,x)$

$$\phi(x, y) = \text{atan2}(y, x). \quad (1.6.1)$$

Структура функции выражается формулой

$$\operatorname{atan} 2(y, x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x > 0 \\ \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{if } x < 0 \\ \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y < 0. \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0 \\ \text{неопределено} & \text{if } x = 0 \text{ and } y = 0 \end{cases} \quad (1.6.2)$$

Функция имеет область допустимых значений $\phi \in [-\pi, \pi]$. Она также может быть отображена на область $\phi \in [0, 2\pi]$

$$\phi = \phi + 2\pi, \text{ если } \phi < 0. \quad (1.6.3)$$

В литературе встречаются две формы записи разрешающих уравнений для нахождения значений фазы:

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{(\vec{I}^\perp \cdot \vec{C})}{(\vec{I}^\perp \cdot \vec{S})} = \operatorname{atan} 2(y, x), \quad (1.6.4)$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{(\vec{I}^\perp \cdot \vec{S})}{(\vec{I}^\perp \cdot \vec{C})} = \operatorname{atan} 2(x, y). \quad (1.6.5)$$

К тому же, при различных формах записи уравнений расшифровки знаки числителя и (или) знаменателя могут определяться произвольно [172]. Покажем, к чему приводит использование различных форм записи уравнения расшифровки. Значения числителя и знаменателя формулы расшифровки $x = \vec{I}^\perp \cdot \vec{C}$ и $y = \vec{I}^\perp \cdot \vec{S}$ изменяются от $-x_{\max}$ до x_{\max} — для числителя и от $-y_{\max}$ до

y_{\max} - для знаменателя формулы расшифровки, соответственно. Если отложить по оси X и по оси Y значения аргументов функции x и y , то величина функции $\text{atan2}(x, y)$ будет изменяться в диапазоне $[-\pi, \pi]$ (рис. 1.6.2).

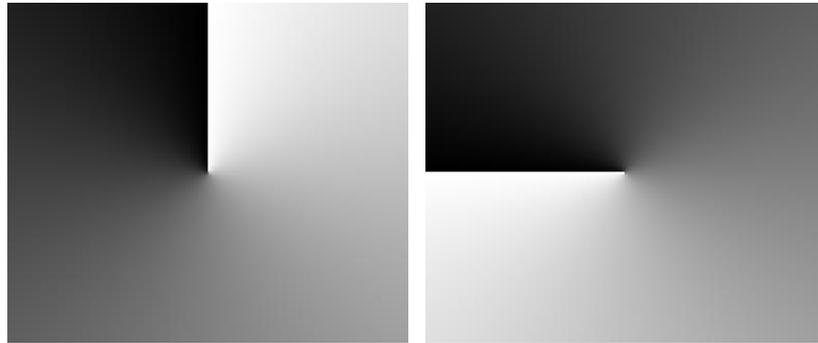


Рисунок 1.6.2 – Значения вычисляемые функцией $\text{atan2}(x, y)$ (слева) и $\text{atan2}(y, x)$ (справа)

На рис. 1.6.3 – 1.6.5 показаны значения функций $\text{atan2}(x, y)$ и $\text{atan2}(y, x)$ при неправильном определении знака числителя и (или) знаменателя формулы расшифровки.

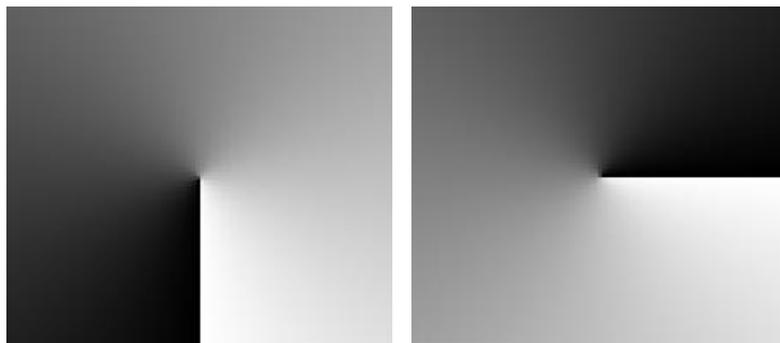


Рисунок - 1.6.3 – Значения вычисляемые функцией $\text{atan2}(-y, x)$ (слева) и $\text{atan2}(-x, y)$ (справа)

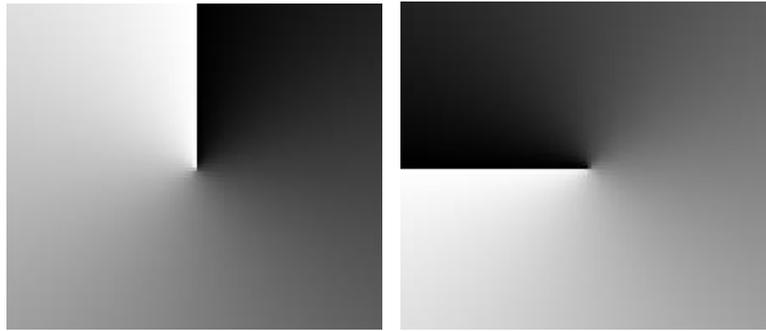


Рисунок 1.6.4 – Значения вычисляемые функцией $\text{atan2}(-y, x)$ (слева) и $\text{atan2}(y, -x)$ (справа)

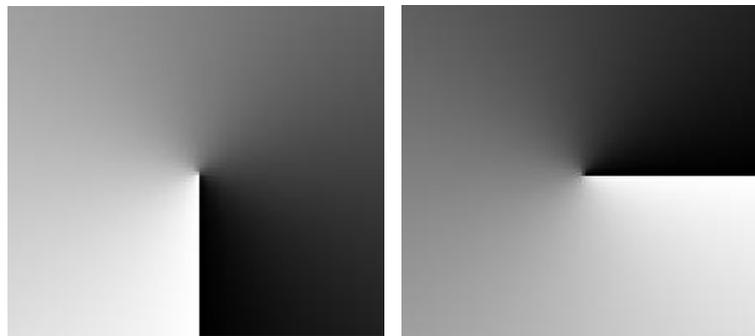


Рисунок 1.6.5 – Значения вычисляемые функцией $\text{atan2}(-y, -x)$ (слева) и $\text{atan2}(-y, x)$ (справа)

При перестановке местами числителя и знаменателя функции $\text{atan2}(x, y)$ получим

$$\text{atan} 2(x, y) = -\text{atan} 2(y, x) - \frac{3\pi}{2}, \text{ если } \left(-\text{atan} 2(y, x) - \frac{3\pi}{2} \right) > -\pi, \quad (1.6.6)$$

$$\text{atan} 2(x, y) = -\text{atan} 2(y, x) - \frac{3\pi}{2} + 2\pi, \text{ если } \left(-\text{atan} 2(y, x) - \frac{3\pi}{2} \right) \leq -\pi. \quad (1.6.7)$$

Отсюда следует, что если фаза – линейно возрастающая функция, то вычисление фазы о функции $\text{atan} 2(x, y)$ вместо функции $\text{atan} 2(y, x)$ приведет к изменению знака (функция становится линейно убывающей) и сдвигу фазы на $3\pi/2$ (рис. 1.6.6).

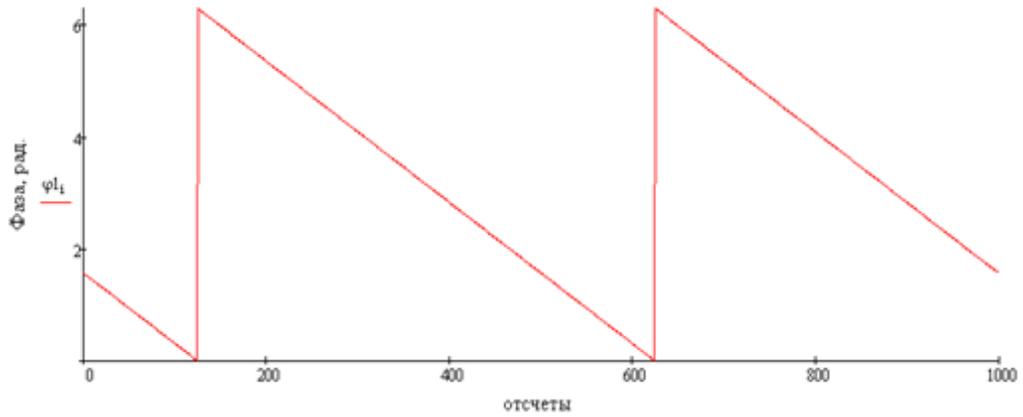


Рисунок 1.6.6 – Искажение фазы при изменении положения числителя и знаменателя в формуле расшифровки

На рис. 1.6.7 показан случай, когда неправильно определяется знак числителя в формуле расшифровки.

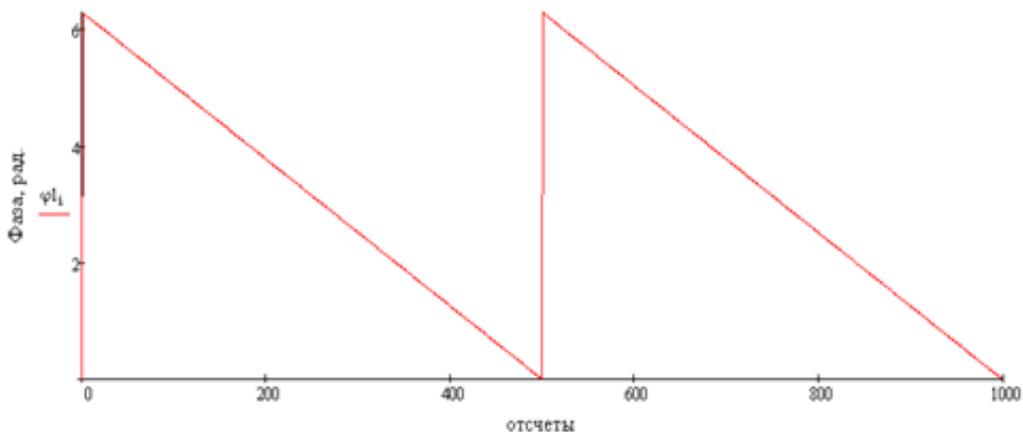


Рисунок 1.6.7 – Искажение фазы при неправильном определении знака числителя в формуле расшифровки

Из рис. 1.6.7 следует, что в этом случае происходит изменение знака изменения фазы и сдвиг фазы на величину равную 2π . Отметим еще одну особенность – это смещение графика на один отсчет, что приводит к возникновению ошибки, зависящей от числа точек N_p приходящихся на один период интерференционной полосы

$$\delta\phi \leq \pi \frac{N_p}{N}. \quad (1.6.8)$$

Так, например, если на изображении интерференционной картины размером $N = 1000$ пикселей регистрируется пятьдесят интерференционных полос ($N_p = 1000/50 = 20$), ошибка может достигать величины 0.05 рад., что является существенной величиной при высокоточных измерениях и требует ее компенсации. При неправильном определении знака знаменателя происходит изменение знака фазы и ее сдвиг на π (рис. 1.6.8).

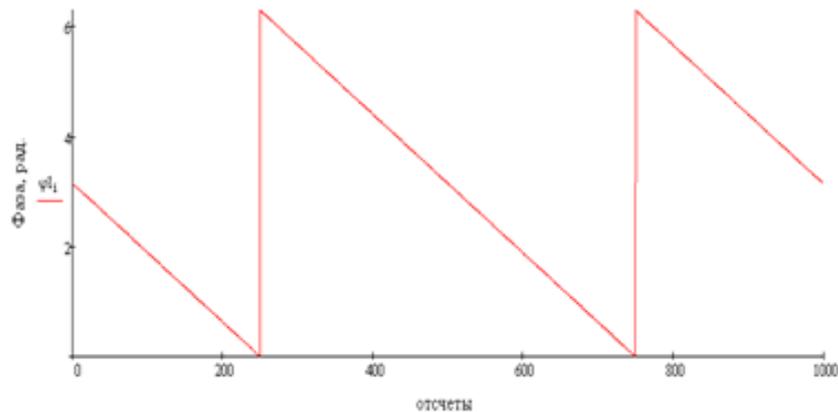


Рисунок 1.6.8 – Искажение фазы при неправильном определении знака знаменателя в формуле расшифровки

При неправильном определении знаков числителя и знаменателя происходит сдвиг фазы на величину равную π без изменения знака приращения фазы (рис. 1.6.9).

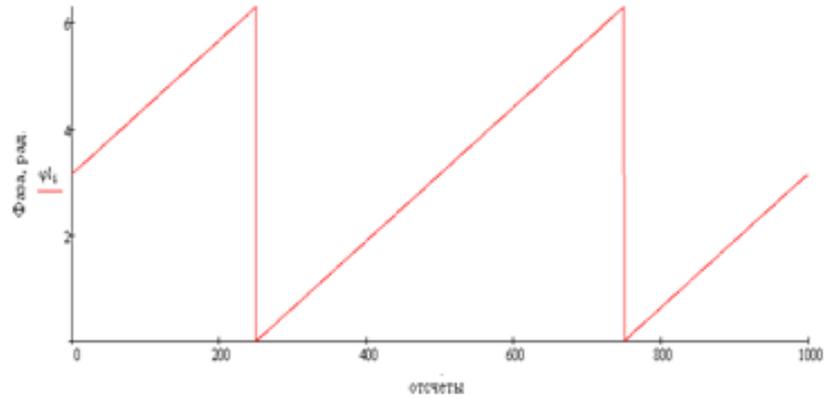


Рисунок 1.6.9 – Искажение фазы при неправильном определении знака числителя и знаменателя в формуле расшифровки

Таким образом, при применении различных формул расшифровки необходимо учитывать указанное различие способов вычисления значений фазы.

Анализ существующих алгоритмов PSI

Для расшифровки интерференционных картин применяется большое количество алгоритмов, различающихся как по величине фазовых сдвигов, так и по их количеству. В табл. 1.6.1 представлены широко используемые формулы расшифровки широко известные в литературе.

Таблица 1.6.1 Формулы расшифровки

Алгоритм	Число точек	Формула расшифровки	Фазовый сдвиг	Источники
A1	3	$\frac{-\sqrt{3}(I_2 - I_3)}{I_2 + I_3 - 2I_1}$	$\delta = \frac{2\pi}{3}i$	[103]
A2		$\frac{I_1 - 2I_2 + I_3}{I_1 - I_3}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[245]
A3	4	$\frac{I_2 - I_4}{I_3 - I_1}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[103]
A4	4	$\frac{3I_2 - (I_1 + I_3 + I_4)}{(I_1 + I_2 + I_4) - 3I_3}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[203]

A5	4	$\frac{\sqrt{3}(I_2 - I_3)}{I_2 + I_3 - I_1 - I_4}$	$\delta = \frac{2\pi}{3}i$	[167]
A6	4	$\frac{I_1 - 3I_2 + 3I_3 - I_4}{\sqrt{3}(I_1 - I_2 - I_3 + I_4)}$	$\delta = \frac{2\pi}{3}i$	[224]
A7	5	$\frac{2(I_4 - I_2)}{I_1 - 2I_3 + I_5}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[136][104]
A8	5	$\frac{I_1 - 4I_2 + 4I_4 - I_5}{I_1 + 2I_2 - 6I_3 + 2I_4}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[197]
A9	5	$\frac{3I_1 - 6I_2 + 4I_3 - 2I_4 + I_5}{2I_1 + 2I_2 - 4I_3 + 2I_4 - 2I_5}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[225]
A11	6	$\frac{-\sqrt{3}(I_2 + I_3 - I_5 - I_6)}{2I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6}$	$\delta = \frac{\pi}{3}i$	[103]
A12	6	$\frac{-3I_2 + 4I_4 - I_6}{I_1 - 4I_3 + 3I_5}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[201]
A13		$\frac{4I_4 + I_5 - I_1 - 3I_2 - I_6}{I_1 - I_2 - 4I_3 + 3I_5 + I_6}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[261]
A14		$\frac{I_1 - 4I_2 + 2I_3 + 2I_4 + I_5 - 2I_6}{2I_1 - I_2 - 2(I_3 + I_4 - 2I_5) - I_6}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[262]
A15	7	$\frac{\sqrt{3}(-I_2 - I_3 + I_5 + I_6)}{I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6 + I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{3}i$	[159]
A16	7	$\frac{-I_1 - 3(I_2 + I_3 - I_5 - I_6) + I_7}{\sqrt{3}(I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6 + I_7)}$	$\delta = \frac{\pi}{3}i$	[159]
A17	7	$\frac{7(I_3 - I_5) - (I_1 - I_7)}{8I_2 - 4(I_4 + I_6)}$	$\delta = \frac{\pi}{2}(i - 2)$	[89]
A18	7	$\frac{4I_4 - 2I_2 - 2I_6}{I_1 - 3I_3 + 3I_5 - I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[140]
A19	8	$\frac{I_2 - I_4 + I_6 - I_8}{I_1 - I_3 + I_5 - I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[197]
A20	8	$\frac{2I_2 - 4I_4 + 3I_6 - I_8}{I_1 - 3I_3 + 4I_5 - 2I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[197]
A21	8	$\frac{3I_2 - 7I_4 + 5I_6 - I_8}{I_1 - 7I_3 + 5I_5 - 3I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[197]

Окончание таблицы 1.6.1

Алгоритм	Число точек	Формула расшифровки	Фазовый сдвиг	Источники
A22	8	$\frac{4I_2 - 11I_4 + 8I_6 - I_8}{I_1 - 8I_3 + 11I_5 - 4I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[197]
A23	8	$\frac{3I_2 - 7I_4 + 5I_6 - I_8}{I_1 - 7I_3 + 5I_5 - 3I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[197]
A24	10	$\frac{\sqrt{3}(-I_1 - 3I_2 - 3I_3 + I_4 + 6I_5 + I_7 - 3I_8 - 3I_9 - I_{10})}{I_1 - I_2 + 7I_3 - 11I_4 - 6I_5 + 6I_6 + 11I_7 + 7I_8 + I_9 - I_{10}}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	[140]
A25	11	$\frac{(I_1 - I_{11}) - 8(I_3 - I_9) + 15(I_5 - I_7)}{(4I_2 + I_{10}) - 12(I_4 + I_8) + 19I_6}$	$\delta = \frac{\pi}{2}(i-6)$	[89]

Путем компьютерного моделирования исследована корректность данных формул расшифровки. В соответствии с алгоритмами, показанными в табл. 1.6.1, моделировались серии интерференционных картин. Фазовые сдвиги между каждой из интерференционных картин соответствовали значениям фазовых сдвигов, также указанным в табл. 1.6.1. Фаза интерференционной полосы изменялась в диапазоне: $0 \div 2\pi$.

Анализ формул расшифровки приведенных в табл. 1.6.1 показал, что часть алгоритмов некорректно вычисляет значение фазы. Так в алгоритмах A1, A3-A6, A8, A16, A19-A23 неправильно определяется знак тангенса фазы, а в алгоритме A17 вычисляется котангенс фазы (переставлены местами числитель и знаменатель). В алгоритмах A20, A23 и A25 неправильно заданы коэффициенты интенсивностей в формулах расшифровки. Это приводит к систематической погрешности при вычислении фазы [161].

Кроме того, значения синуса и косинуса фазы интерференционной полосы, рассчитанные по числителю и знаменателю приведенных в табл. 1.6.1 формул в своем большинстве позволяют рассчитать лишь пропорциональные им величины, а не их действительные значения. Это не позволяет корректно рассчитать амплитуду интерференционной полосы непосредственно по формулам, приведенным в табл. 1.6.1.

Пример

Пусть фаза интерференционной полосы ϕ равна $\pi/3$, а амплитуда B и средняя интенсивность A равна 127.5. В этом случае при изменении фазы интенсивность будет изменяться от 0 до 255. Интенсивности рассчитанные по формуле алгоритма А1 будут равны: $I_1 = 331.255$, $I_2 = 0$, $I_3 = 331.255$, соответственно. Подставив данные значения интенсивностей в формулу алгоритма А1 получим следующие значения числителя и знаменателя: $N = -\sqrt{3}(I_2 - I_3) = 2.59$ и $D = \frac{1}{3}(I_2 + I_3 - 2I_1) = -191.25$. Тогда амплитуда интерференционной полосы рассчитанная по формуле $B = \sqrt{N^2 + D^2}$ будет равна: $B = \sqrt{2.59^2 + 191.25^2} = 382.5$. Полученное значение амплитуды интерференционной полосы не соответствует ее заданному значению равному 127.5. Несовпадение заданного и рассчитанного значений амплитуды вызвано тем, что в формулах алгоритмов, приведенных в табл. 1.6.1 не показаны полученные в разделе (1.2) сокращаемые множители числителя и знаменателя (1.2.10) и (1.2.11), соответственно. В табл. 1.6.2 приведены значения числителей и знаменателей формул расшифровки, скорректированные в соответствии с выражениями (1.2.14) и (1.2.15).

Таблица 1.6.2 Числители и знаменатели формул расшифровки после их коррекции

Алгоритм	Число точек	$B \sin(\varphi)$	$B \cos(\varphi)$
А1	3	$-\frac{1}{\sqrt{3}}(I_2 - I_3)$	$-\frac{1}{3}(-2I_1 + I_2 + I_3)$
А2	3	$I_1 - 2I_2 + I_3$	$I_1 - I_3$
А3	4	$-I_2 + I_4$	$I_1 - I_3$
А4	4	$\frac{1}{2}[3I_2 - (I_1 + I_3 + I_4)]$	$\frac{1}{2}[(I_1 + I_2 + I_4) - 3I_3]$

Продолжение таблицы 1.6.2

Алго- ритм	Число точек	$B \sin(\varphi)$	$B \cos(\varphi)$
A5	4	$-\frac{2}{\sqrt{3}}(I_2 - I_3)$	$-\frac{2}{3}(I_1 + I_4 - I_2 - I_3)$
A6	4	$\frac{2}{3\sqrt{3}}(I_1 - 3I_2 + 3I_3 - I_4)$	$\frac{2}{3}(I_1 - I_2 - I_3 + I_4)$
A7	5	$-I_2 + I_4$	$\frac{1}{2}(I_1 - 2I_3 + I_5)$
A8	5	$\frac{1}{4}(I_1 - 4I_2 + 4I_4 - I_5)$	$\frac{1}{2}(I_1 + I_2 - 3I_3 + I_4)$
A9	5	$\frac{1}{2}(3I_1 - 6I_2 + 4I_3 - 2I_4 + I_5)$	$I_1 + I_2 - 2I_3 + I_4 - I_5$
A10	5	$\frac{1}{2}(I_1 - 2I_2 + 2I_4 - I_5)$	$I_1 + I_2 - 2I_3 + I_4 - I_5$
A11	6	$-\frac{1}{\sqrt{3}}(I_2 + I_3 - I_5 - I_6)$	$\frac{1}{3}(2I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6)$
A12	6	$-\frac{1}{4}(3I_2 + 4I_4 - I_6)$	$\frac{1}{4}(I_1 + 4I_3 - 3I_5)$
A13	6	$\frac{1}{4}(4I_4 + I_5 - I_1 - 3I_2 - I_6)$	$\frac{1}{4}(I_1 - I_2 - 4I_3 + 3I_5 + I_6)$
A14	6	$\frac{1}{4}(I_1 - 4I_2 + 2I_3 + 2I_4 + I_5 - 2I_6)$	$\frac{1}{4}[2I_1 - I_2 - 2(I_3 + I_4 - 2I_5) - I_6]$
A15	7	$\frac{1}{\sqrt{3}}(-I_2 - I_3 + I_5 + I_6)$	$\frac{1}{3}(I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6 + I_7)$
A16	7	$\frac{1}{3\sqrt{3}}[-I_1 - 3(I_2 + I_3 - I_5 - I_6) + I_7]$	$\frac{1}{3}(I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6 + I_7)$
A17	7	$\frac{1}{6}[(I_1 - I_7) - 7(I_3 - I_5)]$	$\frac{1}{6}[8I_2 - 4(I_4 + I_6)]$
A18	7	$\frac{1}{4}(-2I_2 + 4I_4 - 2I_6)$	$\frac{1}{4}(I_1 - 3I_3 + 3I_5 - I_7)$
A19	8	$-\frac{1}{2}(I_2 - I_4 + I_6 - I_8)$	$\frac{1}{2}(I_1 - I_3 + I_5 - I_7)$
A20	8	$-\frac{1}{5}(2I_2 - 4I_4 + 3I_6 - I_8)$	$\frac{1}{5}(I_1 - 3I_3 + 4I_5 - 2I_7)$
A21	8	$-\frac{1}{8}(3I_2 - 7I_4 + 5I_6 - I_8)$	$\frac{1}{8}(3I_1 - 7I_3 + 5I_5 - I_7)$

Окончание таблицы 1.6.2

Алгоритм	Число точек	$B \sin(\varphi)$	$B \cos(\varphi)$
A22	8	$-\frac{1}{12}(4I_2 - 11I_4 + 8I_6 - I_8)$	$\frac{1}{12}(I_1 - 8I_3 + 11I_5 - 4I_7)$
A23	8	$-\frac{1}{8}(3I_2 - 7I_4 + 5I_6 - I_8)$	$\frac{1}{8}(3I_1 - 7I_3 + 5I_5 - I_7)$
A24	10	$\frac{\sqrt{3}(-I_1 - 3I_2 - 3I_3 + I_4 + 6I_5 + I_7 - 3I_8 - 3I_9 - I_{10})}{18}$	$\frac{I_1 - I_2 + 7I_3 - 11I_4 - 6I_5 + 6I_6 + 11I_7 + 7I_8 + I_9 - I_{10}}{18}$
A25	11	$\frac{1}{24}[(4I_2 + I_{10}) - 12(I_4 + I_8) + 19I_6]$	$-\frac{1}{24}[(I_1 - I_{11}) - 8(I_3 - I_9) + 15(I_5 - I_7)]$

Подставив рассчитанные в предыдущем примере значения интенсивностей в формулу A1 табл. 1.6.2 получим: $N = -\frac{1}{\sqrt{3}}(I_2 - I_3) = 110.42$ и $D = \frac{1}{3}(I_2 + I_3 - 2I_1) = -63.75$. Тогда амплитуда интерференционной полосы будет равна $B = \sqrt{110.42^2 + 63.75^2} = 127.5$. Полученное значение амплитуды интерференционной полосы соответствует ее заданному значению. Следовательно, приведенные в табл. 1.6.2 скорректированные числители и знаменатели формул расшифровки позволяют корректно рассчитывать амплитуду интерференционной полосы.

1.7. Анализ интерференционной картины методом виртуальных фазовых сдвигов

В последнее время по мере возрастания вычислительной способности компьютерных систем возрос интерес к методам расшифровки по одной интерференционной картине [63, 97, 98, 107, 207, 215, 216, 257, 260].

Предложенный автором подход псевдодинамического преобразования интерференционной картины [16, 25-27, 31, 35] является примером

использования идеологии метода фазовых сдвигов при расшифровке одной, а не серии интерференционных картин. Метод предусматривает оценку основных параметров интерференционной картины в локальной области интерференционной картины. Пусть поле интенсивности интерференционной картины I является результатом воздействия некоторого оператора Λ над полем фазы волнового фронта ϕ

$$\Lambda\phi = I. \quad (1.7.1)$$

Для большинства интерференционных приложений выражение (1.7.1) совпадает с основной формулой интерференции:

$$I(x, y) = A(x, y)[1 + V(x, y)\cos\phi(x, y)]. \quad (1.7.2)$$

В общем случае структура средней интенсивности и контраста интерференционной картины $A(x, y)$ и $V(x, y)$ зависит от многих параметров и указанные параметры однозначно определить невозможно. Корректность решения задачи анализа интерференционных картин зависит от спектрального состава интерференционного члена выражения (1.7.2), средней интенсивности $A(x, y)$ и контраста интерференционных полос $V(x, y)$. Задача допускает корректное решение только в том случае, когда спектры полей A , V , ϕ не накладываются друг на друга. Например, достаточным условием будет

$$|f_A| \ll \frac{2\pi}{h}, \quad |f_V| \ll \frac{2\pi}{h}, \quad (1.7.3)$$

где f_V – пространственная частота контраста, f_A – пространственная частота средней интенсивности; h – локальный период интерференционной полосы, соответственно.

Рассмотрим основные гипотезы метода:

- 1) интерференционный член уравнения (1.7.2) описывается относительно гладкой функцией;
- 2) вариация контраста, как правило, достигает несколько периодов интерференционной полосы.

Выполнение этих гипотез достаточно для выполнения условия (1.7.3).

Отсюда следует:

- 1) в локальной окрестности произвольной точки (x, y) поля A и V допустимо аппроксимировать полиномом нулевого порядка;
- 2) фазу интерференционной полосы в той же окрестности $\phi(x, y)$ можно аппроксимировать полиномом первого порядка.

Вышесказанное позволяет представить A , V , I и ϕ в локальной окрестности i -й точки следующим образом

$$A_{i+n} = A_i, V_{i+n} = V_i, \phi_{i+n} = \phi_i + n\Delta\phi_i,$$

$$I_{i+n} = A_i[1 + V_i \cos(\phi_i + n\Delta\phi_i)], \quad n = 0; \pm 1; \pm 2, \dots, \quad (1.7.4)$$

здесь A_i , V_i , ϕ_i , I_i – оцифрованные значения полей A , V , ϕ , I соответственно; $\Delta\phi_i = (\phi_{i+1} - \phi_i)$ – приращение фазы в смежных точках оцифрованного поля интенсивности (виртуальный или псевдофазовый сдвиг).

Формулы (1.7.4) аппроксимирующие поля A_i , V_i , ϕ_i , I_i носят локальный характер и не ограничивают общий вид этих функций. На практике это означает, что разрешающие соотношения (1.7.4) применимы не только к линейным, но и нелинейным распределениям фазы интерференционных полос. Таким образом в предлагаемом методе отсчеты в локальной окрестности точки измерения интерпретируются как некоторый фазовый сдвиг [25-27].

Применим в качестве оператора Λ (1.7.1) дифференциальный оператор k -го порядка. Преобразуем выражение (1.7.2) с учетом соотношений (1.7.4).

$$\Lambda^1 I = I' = A_1 + C_1 \cos \phi - S_1 \sin \phi, \quad (1.7.5)$$

$$\Lambda^2 I = I'' = A_2 + C_2 \cos \phi - S_2 \sin \phi, \quad (1.7.6)$$

где $A_1 = A'$, $A_2 = A''$, $C_1 = (AV)'$, $C_2 = A'' - [(AV)'' - (AV)\phi''^2]$, $S_1 = (AV)\phi'$,
 $S_2 = 2(AV)'\phi' + (AV)\phi''$.

Синфазная (1.7.5) и квадратурная (1.7.6) составляющие фазы интерференционных полос образуют систему уравнений

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ A_1 & S_1 & C_1 \\ A_2 & S_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \sin \phi \\ \cos \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ I' \\ I'' \end{bmatrix}. \quad (1.7.7)$$

Решение системы уравнений (1.7.7) позволяет определить фазу интерференционных полос

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{C_2 I' + C_1 I''}{S_2 I' + S_1 I''}. \quad (1.7.8)$$

С учетом полученных соотношений можно записать

$$\operatorname{tg} \phi(x, y) = \frac{I''(x, y)}{I'(x, y)\phi'(x, y)} \equiv \frac{1}{\phi'} \frac{\partial}{\partial s} \ln(I'(x, y))\phi, \quad (1.7.9)$$

$$\phi'(x, y) = f[I'(kx, ky) / I'(x, y)], \quad (1.7.10)$$

где $(\cdot)' \equiv \partial / \partial s$ – пространственная производная, взятая в направлении максимального градиента интерференционных полос; k – масштабный множитель.

Соотношение (1.7.9) можно интерпретировать как гомоморфную фильтрацию интерференционной картины [4]. Эффективность такой фильтрации обусловлена подавлением низких пространственных частот, соответствующих изменению контраста интерференционных полос путем дифференцирования, а также преобразованием мультипликативного шума в аддитивный шум путем его логарифмирования. В случае нелинейной фазы интерференционных полос ее можно аппроксимировать локально-квадратичной функцией. Тогда уравнение (1.7.10) преобразуется к виду

$$\operatorname{tg} \phi(x, y) = \frac{I''(x, y)}{I'(x, y)\phi'(x, y)} - \frac{\phi''(x, y)}{\phi'^2(x, y)}, \quad (1.7.11)$$

$$\operatorname{tg} \phi(x, y) \equiv \frac{1}{\phi'} \frac{\partial}{\partial s} \ln \left(\frac{I'(x, y)}{\phi'(x, y)} \right). \quad (1.7.12)$$

Косинус угла фазового сдвига вычисляют, используя известное тригонометрическое соотношение $\sin 2\phi = 2\sin \phi \cos \phi$

$$\cos \phi'(x, y) = \frac{1}{2} \frac{I'(x + 2h, y + 2h)}{I'(x + h, y + h)}, \quad (1.7.13)$$

где ϕ' – производная фазы, h – шаг дифференцирования.

Направление вычисления производных выбирается в направлении максимума градиента поля интенсивности интерференционных полос.

Алгоритм расчета фазы представим следующим образом [31, 35]:

- 1) вычисление числителя и знаменателя формулы расшифровки (1.7.11) из выражений (1.7.5) и (1.7.6);
- 2) вычисление косинуса виртуального фазового сдвига по формуле (1.7.13);
- 3) вычисление непосредственно значения фазы по формуле (1.7.12).

Было проведено численное моделирование алгоритма. Оно состояло в том, что рассчитывались двумерные интерференционные картины с пространственной несущей. Размеры интерференционных картин и число градаций уровня серого соответствуют устройству регистрации (фотокамера Canon 650D). На них накладывались аддитивные шумы, имеющие гауссовское распределение с нулевым средним. С помощью приведенного в данном разделе алгоритма восстанавливалось двумерное распределение фазы. Полученные значения фазы переводились в значения высот топограммы отражающей поверхности измеряемого объекта в соответствии с формулой (1.1.9).

Моделирование интерференционной картины производилось по формуле:

$$I = A_p^2 + A_r^2 + 2A_p A_r \cos F(\phi) + \text{const} + \varepsilon, \quad (1.7.14)$$

здесь A_p - амплитуда объектного пучка, A_r - амплитуда опорного пучка, const - интенсивность фоновой засветки устройства ввода, $F(\phi)$ - функция распределения фазы, ε - аддитивный шум.

Значения, полученные с помощью формулы (1.7.14) округлялось до ближайшего целого.

Моделирование осуществлялось со следующими параметрами интерференционных картин:

- число интерференционных полос – 40;

- размер интерференционной картины 6000x4000;
- число градаций – 255;
- уровень шума 2%.

Данные параметры соответствуют интерференционным картинам получаемых при реальных измерениях.

Ниже показаны результаты выполнения основных этапов предлагаемого алгоритма (рис. 1.7.1,а-ж). На рис. 1.7.1,а – сгенерированная по формуле (1.7.14) интерференционная картина. На рис. 1.7.21,б показана центральная первая производная I' рассчитанная по формуле

$$I' \cong \frac{I_{-h} - I_{+h}}{2h}, \quad (1.7.15)$$

где h - шаг вычисления производной.

На рис. 1.7.21,(в) – показана вторая центральная производная поля интенсивности I''

$$I'' \cong \frac{I_{+h} + 2I - I_{-h}}{h^2}, \quad (1.7.16)$$

На рис. 1.7.1,(г) – показаны косинус фазового сдвига рассчитанный по формуле (1.7.12), на рис. 1.7.1,(д) ϕ – фаза интерференционной картины, рассчитанная по формуле (1.7.11), а на рис. 1.7.1,(е) и (ж) - фаза интерференционной картины после устранения 2π - неоднозначности (разрывов первого рода).

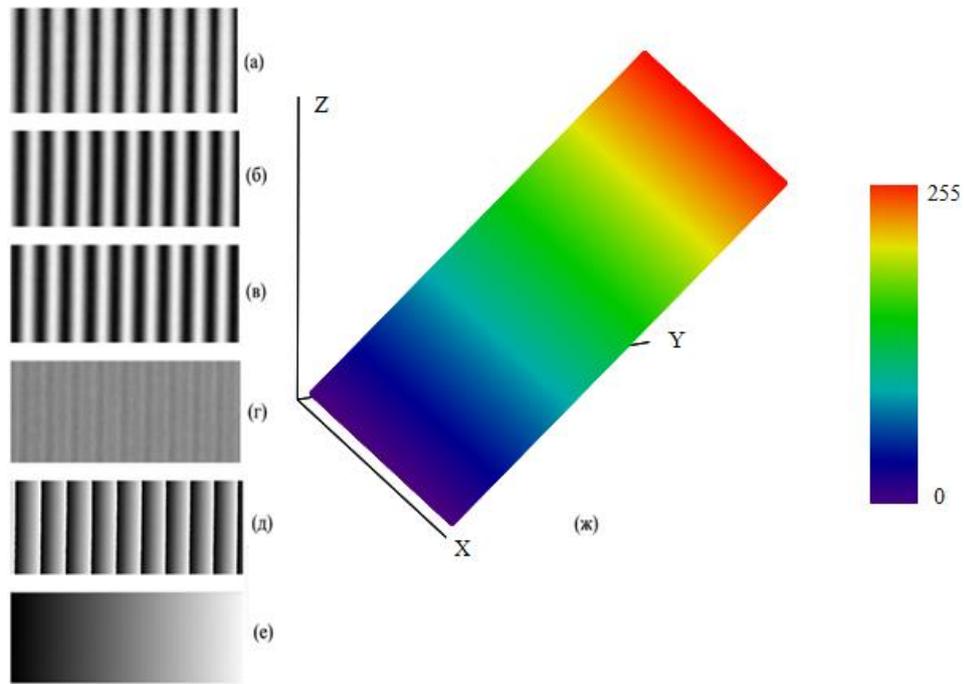


Рисунок 1.7.1 – Результаты основных этапов расшифровки интерференционной картины по предлагаемому алгоритму виртуальных фазовых сдвигов

Качество работы алгоритма оценивалась по двум показателям: RMS и PV [32]

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n-1} H_i^2}{n}}, \quad (1.7.17)$$

$$PV = \max(H) - \min(H), \quad (1.7.18)$$

где H – топограмма поверхности, n - число измерений.

Важной задачей является выбор оптимального шага дифференцирования. При малых шагах дифференцирования повышается точность вычисления производных, но при этом наблюдается сильная зависимость от уровня шумов. При больших шагах дифференцирования преобладающей становится алгоритмическая погрешность вычисления производных. При выбранных параметрах модели (1.7.14) на одну интерференционную полосу приходится 150

отсчетов. Моделировалось вычисление производных I' и I'' с шагами дифференцирования 1, 3, 5, ..., 17 отсчетов, соответственно. Оценка качества вычислений производилась путем сравнения результатов вычислений для зашумленных и не зашумленных данных. Расчёт производился для области нулевой фазы, где соотношение сигнал/шум имеет минимальное значение. Полученные результаты нормировались на величину максимальной интенсивности ($I_{\max} = 255$). На рис. 1.7.2 и 1.7.3 показаны графики зависимости погрешности вычисления первой и второй производных поля интенсивности синтезированной интерференционной картины от величины шага дифференцирования. Вычисления производились специально разработанным при участии автора пакетом программ [59].

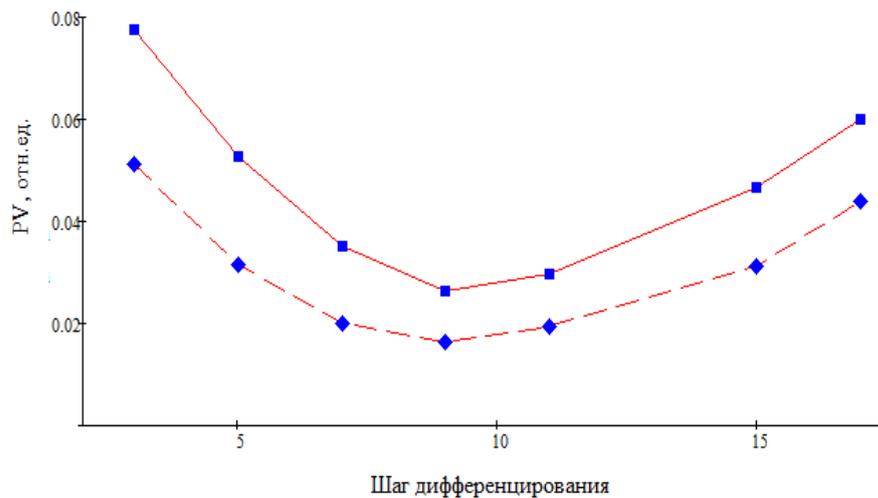


Рисунок 1.7.2 – Зависимости погрешности PV вычисления первой и второй производных поля интенсивности интерференционной картины (1.7.14) при 2% аддитивном шуме – сплошная и штриховая кривые, соответственно

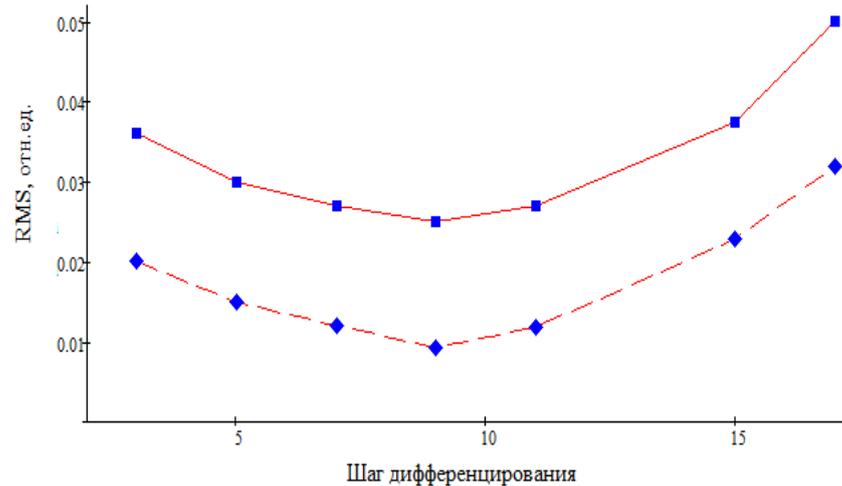


Рисунок 1.7.3 – Зависимости погрешности RMS вычисления первой и второй производных поля интенсивности интерференционной картины (1.7.14) при 2% аддитивном шуме – сплошная и штриховая кривые, соответственно

В результате моделирования получены следующие оценки погрешности вычисления производных:

- при вычислении первой производной $PV = (0.016...0.078)$ отн. ед.;
- при вычислении второй производной $PV = (0.012...0.051)$ отн. ед.;
- при вычислении первой производной $RMS = (0.0093...0.032)$ отн. ед.;
- при вычислении второй производной $RMS = (0.025...0.052)$ отн. ед.;

Из рис. 1.7.2 и 17.3 следует, что для принятых параметров интерференционной картины оптимальным является шаг дифференцирования равный 9 отсчетам. Это соответствует $1/30$ ширины интерференционной полосы. При практических измерениях следует согласовывать шаг дифференцирования поля интенсивности интерференционной картины с шириной интерференционных полос.

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 1

1. Разработан и исследован новый обобщенный метод построения формул определения фазовых разностей с произвольными известными величинами вносимых фазовых сдвигов. Метод позволять производить коррекцию

вычисления фазы по реальным величинам фазовых сдвигов. Метод основан на векторном представлении основной формулы интерференции. Возможно обобщение метода на область цифровой голографии [1, 18, 26].

2. Показано, что существующие формулы расшифровки интерференционных картин методом фазовых шагов являются следствием нового обобщенного метода построения формул определения фазовых разностей.

3. Показаны способы синтеза новых формул расшифровки интерференционных картин с помощью линейных комбинаций подвекторов, составленных из значений интенсивности интерференционных картин с произвольными величинами фазовых сдвигов.

4. Рассмотрена возможность применения метода фазовых сдвигов для анализа одной интерференционной картины. Выполнено компьютерное моделирование алгоритма. Показано, что при практических измерениях следует согласовывать шаг дифференцирования поля интенсивности интерференционной картины с шириной интерференционных полос.

Материал главы основан на работах автора [1, 15-18, 23-26, 29-31, 42, 96, 128].

ГЛАВА 2. АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПОШАГОВОГО ФАЗОВОГО СДВИГА

В главе рассмотрены вопросы исследования влияния различных факторов на погрешность измерения фазы. Предложены модели погрешностей, учитывающие структуры формул расшифровки. Рассмотрены методы оценки основных параметров интерференционных картин. Предложены способы повышения латеральной разрешающей способности и устранения влияния нелинейности профиля интерференционных полос на результаты расшифровки интерференционных картин.

2.1 Источники погрешности формул расшифровки

Рассмотрим основные виды погрешностей, возникающие при измерении разности фаз методом пошагового фазового сдвига:

- погрешности, обусловленные неточностью задания величины фазовых сдвигов. Обычно предполагается, что величина вносимых в опорный пучок интерферометра фазовых сдвигов известна *априори*. Однако в силу ряда причин практически невозможно установить фазовый сдвиг точно. Например, в методах структурированного освещения точность задания фазового сдвига зависит от отношения числа точек, приходящихся на одну проецируемую полосу к общему числу точек в проецируемом изображении [48]. В интерференционных методах пошагового фазового сдвига точность установки фазовых сдвигов ограничивается нелинейностью фазосдвигающего устройства. Если в качестве такого устройства используется пьезокерамический преобразователь, то из-за явления гистерезиса пьезокерамики его передаточная характеристика может отличаться от линейной.

- вибрация элементов конструкции измерительной установки приводит к возникновению погрешности из-за искажения профиля интерференционных полос.

- при регистрации интерференционных картин могут возникать погрешности, обусловленные нелинейностью характеристик фотодетекторов, а также при малом числе разрядов квантования (малом динамическом диапазоне).

Классификация основных источников погрешности при измерении разности фаз в методах пошагового фазового сдвига приведена на рис. 2.1.1



Рисунок 2.1.1 – Классификация источников погрешности определения фазы

2.2 Методы оценки погрешности измерения фазы

Вопросам оценки погрешности формул расшифровки всегда уделялось большое внимание, например, в работах [85, 92, 105, 155, 161, 165, 202, 104, 215, 226, 219, 258, 262], а также в работах автора [1, 16, 19, 47, 21, 145, 173]. Для анализа погрешности измерения разности фаз в основном используется формула [104]

$$\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{n=0}^{N-1} I_n \cdot \sin \delta_n}{\sum_{n=0}^{N-1} I_n \cdot \cos \delta} \right), \quad (2.2.1)$$

где I_n – регистрируемая фотодетектором интенсивность интерференционной картины, $\delta_n = 0, \dots, \frac{2\pi}{N}$ – вносимые фазовые сдвиги.

В общем случае, когда интенсивность интерференционной картины регистрируется с ошибкой, она может быть представлена следующим образом:

$$(I + \varepsilon(I)) = (A + \varepsilon(A)) + (B + \varepsilon(B)) \cos(\phi + \delta + \varepsilon(\delta)), \quad (2.2.2)$$

здесь A и B – средняя интенсивность, и амплитуда интерференционных полос, соответственно, ϕ – фаза, ε – ошибка.

Очевидно, что формула (2.2.1) не позволяет произвести анализ всех составляющих погрешности фазы описываемых выражением (2.2.2). Однако в силу своей простоты она получила широкое распространение. Швидером в работе [104] была получена оценка ошибки измерения фазы при неточном задании фазовых сдвигов на основании следующих предположений:

$$\Delta\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{n=0}^{N-1} I_n \cdot \sin \delta_n}{\sum_{n=0}^{N-1} I_n \cdot \cos \delta_n} \right) - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \phi), \quad (2.2.3)$$

$$\Delta\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{N}{D} \right) - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \phi) = \operatorname{arctg} \left(\frac{N - D \cdot \operatorname{tg} \phi}{D + N \cdot \operatorname{tg} \phi} \right).$$

Окончательная оценка погрешности фазы имеет вид

$$\Delta\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_n \varepsilon_n + \sin(2\phi) \sum_n \varepsilon_n \sin(2\delta_n) - \cos \phi \sum_n \varepsilon_n \cos(2\delta_n)}{N - \sin(2\phi) \sum_n \varepsilon_n \cos(2\delta_n) + \cos(2\phi) \sum_n \varepsilon_n \sin(2\delta_n)} \right). \quad (2.2.4)$$

Карпюком [33] получено выражение, уточняющее выражение (2.2.4) с учетом погрешности изменения интенсивности

$$\Delta\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_n \varepsilon_n(\phi) - C \cos(2\phi) - S \sin(2\phi) - 2C_d \cos \phi + S_d \sin \phi}{N - C \sin(2\phi) - S \cos(2\phi) + 2C_d \cos \phi + S_d \sin \phi} \right), \quad (2.2.5)$$

где $C = \sum_n \varepsilon_n(\phi) \cos(2\delta_n)$, $S = \sum_n \varepsilon_n(\phi) \sin(2\delta_n)$, $C_d = \sum_n \varepsilon_n(I) \cos(\phi)$ и $S_d = \sum_n \varepsilon_n(I) \sin(\phi)$ при условии $\varepsilon_n(\phi) \ll \phi$ и $\varepsilon_n(I) \ll I$.

Из формул (2.2.4) и (2.2.6) следует, что погрешность измерения фазы от погрешности задания фазовых сдвигов проявляется на второй гармонике сигнала и принимает максимальное значение в точках соответствующих максимальной амплитуде второй гармоники, т.е. в точках $\frac{\pi}{2}$ и $\frac{3}{2}\pi$. Однако такие способы

анализа погрешностей имеют ограниченное применение, поскольку не учитывают структуру формулы расшифровки. Это не позволяет сделать выбор в пользу того или иного алгоритма (формулы) расшифровки в зависимости от вида входных сигналов.

2.3 Модели погрешности вычисления фазы с учетом произвольных значений фазовых сдвигов

Рассмотрим модели погрешности формул расшифровки на примере трехточечного алгоритма. Пусть фаза ϕ определена как аргумент комплексного сигнала

$$Z = D + iN, \quad (2.3.1)$$

$$\text{здесь } D = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_1 \\ \cos \delta_2 \\ \cos \delta_3 \end{bmatrix}.$$

В этом случае погрешность расшифровки будет определяться погрешностью вычисления мнимой - N и реальной - D частей комплексного сигнала Z :

а) погрешность при изменении средней интенсивности интерференционной картины

$$\tilde{D} = (\vec{I}^\perp \cdot S) = \begin{bmatrix} I_1 + \Delta I_1 \\ I_2 + \Delta I_2 \\ I_3 + \Delta I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} I_2 + \Delta I_2 - (I_3 + \Delta I_3) \\ I_3 + \Delta I_3 - (I_1 + \Delta I_1) \\ I_1 + \Delta I_1 - (I_2 + \Delta I_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \end{bmatrix} \right). \quad (2.3.2)$$

В силу линейности выражения (2.3.2) ошибка, обусловленная погрешностью измерения интенсивности, будет равна

$$\Delta I = \begin{pmatrix} \Delta I_2 - \Delta I_3 \\ \Delta I_3 - \Delta I_1 \\ \Delta I_1 - \Delta I_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \end{pmatrix} = (\Delta I_2 - \Delta I_3) \sin \delta_1 + (\Delta I_3 - \Delta I_1) \sin \delta_2 + (\Delta I_1 - \Delta I_2) \sin \delta_3 \quad (2.3.3)$$

или

$$\Delta I = \begin{pmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \Delta I_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \delta_2 - \sin \delta_3 \\ \sin \delta_3 - \sin \delta_1 \\ \sin \delta_1 - \sin \delta_2 \end{pmatrix} = (\sin \delta_2 - \sin \delta_3) \Delta I_1 + (\sin \delta_3 - \sin \delta_1) \Delta I_2 + (\sin \delta_1 - \sin \delta_2) \Delta I_3. \quad (2.3.4)$$

Аналогично определяется погрешность вычисления числителя путем замены функции $\sin \delta$ на функцию $\cos \delta$ в выражении (2.3.4)

$$\Delta I = (\cos \delta - \cos \delta_3) \Delta I_1 + (\cos \delta_3 - \cos \delta_1) \Delta I_2 + (\cos \delta_1 - \cos \delta_2) \Delta I_3 \quad (2.3.5)$$

или

$$\Delta I = (\Delta I_2 - \Delta I_3) \cos \delta_1 + (\Delta I_3 - \Delta I_1) \cos \delta_2 + (\Delta I_1 - \Delta I_2) \cos \delta_3, \quad (2.3.6)$$

соответственно. Анализ выражений (2.3.5) и (2.3.6) показывает, что они отличаются между собой только способом группирования их членов, и, следовательно, обладают одинаковой погрешностью;

б) погрешность измерения фазы при неточном задании фазовых углов описывается следующим выражением

$$(\vec{I}^\perp \cdot S) = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\delta_1 + \Delta \delta_1) \\ \sin(\delta_2 + \Delta \delta_2) \\ \sin(\delta_3 + \Delta \delta_3) \end{bmatrix}. \quad (2.3.7)$$

Рассмотрим выражение: $\cos(\Delta\delta_i) + \cos(\delta_i + \Delta\delta_i) - \cos(\Delta\delta_i) = \tilde{C}_i = C_i + \Delta C_i$. Отсюда следует: $\Delta C_i = \cos(\delta_i + \Delta\delta_i) - \cos(\Delta\delta_i)$ и после несложных тригонометрических преобразований получим следующее выражение $\Delta C_i = -\sin \delta_i \sin(\Delta\delta_i) - 2\cos \delta_i \sin^2(\Delta\delta_i/2)$. Тогда

$$(\vec{I}^\perp \cdot \tilde{C}) = \begin{pmatrix} I_2 - I_3 \\ I_3 - I_1 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \delta_1 \\ \cos \delta_2 \\ \cos \delta_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} I_2 - I_3 \\ I_3 - I_1 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \delta_1 \sin(\Delta\delta_1) \\ \sin \delta_2 \sin(\Delta\delta_2) \\ \sin \delta_3 \sin(\Delta\delta_3) \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} I_2 - I_3 \\ I_3 - I_1 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \delta_1 \sin^2(\Delta\delta_1/2) \\ \cos \delta_2 \sin^2(\Delta\delta_2/2) \\ \cos \delta_3 \sin^2(\Delta\delta_3/2) \end{pmatrix}. \quad (2.3.8)$$

Аналогично полагая, что, $\sin(\Delta\delta_i) + \sin(\delta_i + \Delta\delta_i) - \sin(\Delta\delta_i) = \tilde{S}_i = S_i + \Delta S_i$ получим

$$(\vec{I}^\perp \cdot \tilde{S}) = \begin{pmatrix} I_2 - I_3 \\ I_3 - I_1 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_2 - I_3 \\ I_3 - I_1 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \delta_1 \sin(\Delta\delta_1) \\ \cos \delta_2 \sin(\Delta\delta_2) \\ \cos \delta_3 \sin(\Delta\delta_3) \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} I_2 - I_3 \\ I_3 - I_1 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \delta_1 \sin^2(\Delta\delta_1/2) \\ \sin \delta_2 \sin^2(\Delta\delta_2/2) \\ \sin \delta_3 \sin^2(\Delta\delta_3/2) \end{pmatrix}. \quad (2.3.9)$$

Тогда

$$(\vec{I}^\perp \cdot \tilde{C}) = (\vec{I}^\perp \cdot C) - [\vec{I}^\perp \cdot (S \otimes \sin(\Delta\delta_i))] - 2[\vec{I}^\perp \cdot (C \otimes \sin^2(\Delta\delta_i/2))], \quad (2.3.10)$$

$$(\vec{I}^\perp \cdot \tilde{S}) = (\vec{I}^\perp \cdot S) + [\vec{I}^\perp \cdot (C \otimes \sin(\Delta\delta_i))] - 2[\vec{I}^\perp \cdot (S \otimes \sin^2(\Delta\delta_i/2))], \quad (2.3.11)$$

здесь \otimes - символ Кронекеровского произведения (поэлементного перемножения) векторов.

Для удобства анализа преобразуем выражения (2.3.10) и (2.3.11)

$$(\vec{I}^\perp \cdot \tilde{C}) = (\vec{I}^\perp \cdot C) - [\vec{I}^\perp \cdot (\vec{S} \otimes \sin(\overline{\Delta\delta}) + \vec{C} \otimes 2\sin^2(\overline{\Delta\delta}/2))], \quad (2.3.12)$$

и

$$(\vec{I}^\perp \cdot \vec{S}) = (\vec{I}^\perp \cdot S) + \left[\vec{I}^\perp \cdot \left(\vec{C} \otimes \sin(\overline{\Delta\delta}) - \vec{S} \otimes 2\sin^2(\overline{\Delta\delta}/2) \right) \right]; \quad (2.3.13)$$

в) погрешность, образующуюся при изменении амплитуды интерференционных полос, представим, как

$$(\vec{I} \cdot S^\perp) = \begin{bmatrix} B_1 \cos(\phi + \delta_1) \\ B_2 \cos(\phi + \delta_2) \\ B_3 \cos(\phi + \delta_3) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \end{bmatrix}. \quad (2.3.14)$$

Вычитая из выражения (2.3.14) неискаженный интерференционный сигнал \vec{I} получим

$$\Delta(\vec{I} \cdot S^\perp) = \begin{bmatrix} \Delta B_1 \\ \Delta B_2 \\ \Delta B_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\phi + \delta_1) \\ \cos(\phi + \delta_2) \\ \cos(\phi + \delta_3) \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \sin \delta_1 \\ \sin \delta_2 \\ \sin \delta_3 \end{bmatrix}. \quad (2.3.15)$$

Подставляя полученные оценки погрешностей в выражение (2.2.3) можно получить окончательные выражения для оценки погрешности. Отметим, что разработанные модели формирования погрешностей позволяют производить их оценку с учетом структуры формулы расшифровки при произвольных величинах фазовых сдвигов.

Далее с использованием данных моделей погрешностей была исследована зависимость рассмотренных ранее алгоритмов расшифровки А1 – А25 к воздействию дестабилизирующих факторов (шумов) различного вида. Погрешность квантования достаточно подробно исследована во многих работах (см., например, [4, 16, 190, 262]) и здесь не рассматривается.

Моделирование интерференционных картин производилось по методике, изложенной в разделе 1.7 первой главы.

Всего было синтезировано 11 интерференционных картин с различными фазовыми сдвигами.

Исследовались:

а) погрешности, обусловленные неточностью установки фазовых сдвигов первого рода $F_I(\delta)$. Изменения первого рода подразумевают одновременное изменение фазового сдвига с одним и тем же знаком на одну и ту же величину, что соответствует неточности задания начального сдвига;

б) погрешности, обусловленные неточностью установки фазовых сдвигов второго рода $F_{II}(\delta)$. Изменения второго рода возникают при противоположном или неравном изменении величины фазовых сдвигов относительно друг друга и выбирались таким образом, чтобы погрешность фазы была максимальной;

в) погрешности, обусловленные изменением амплитуды интерференционных полос - $F(B)$ (неравномерность контраста интерференционных полос);

г) погрешности, обусловленные изменением средней интенсивности - $F(A)$.

Отклонение параметров алгоритмов: $\Delta(\delta)$ - неточность установки фазовых сдвигов, ΔB - неравномерность контраста интерференционных полос и ΔA - изменение средней интенсивности интерференционной картины, соответственно, выбирались таким образом, чтобы погрешность фазы была максимальной при выбранном уровне погрешностей $\Delta(\delta)$, ΔB и ΔA .

Оценка погрешности производилась двумя способами: вычислялись абсолютная погрешность как разность PV (Peak-Valley) между максимальным и минимальным величинами оцениваемых значений и среднеквадратичная погрешность RMS (Root Mean Square). В табл. 2.3.1 – 2.3.4 приведены оценки погрешности фазы при уровне шума 1, 5, 10 и 20%, соответственно.

Таблица 2.3.1 – Погрешность алгоритмов расшифровки при уровне шума 1%

Формула расшифровки	Погрешность фазы, рад.							
	F _I (δ)		F _{II} (δ)		F(B)		F(A)	
	P-V	RMS	P-V	RMS	P-V	RMS	P-V	RMS
A1	0,008	0,033	0,028	0,007	0,013	0,003	0,027	0,005
A2	0,575	0,196	0,543	0,188	0,549	0,193	0,564	0,192
A3	0,024	0,007	0,04	0,008	0,017	0,004	0,04	0,008
A4	0,024	0,007	0,025	0,006	0,01	0,003	0,028	0,006
A5	0,167	0,051	0,168	0,055	0,149	0,051	0,163	0,051
A6	0,044	0,01	0,037	0,008	0,008	0,002	0,015	0,003
A7	0,032	0,009	0,016	0,005	0,02	0,004	0,022	0,005
A8	0,001	0,001	0,064	0,015	0,02	0,004	0,01	0,002
A9	0,031	0,008	0,017	0,004	0,02	0,004	0,018	0,004
A10	0,071	0,02	0,055	0,014	0,01	0,002	0,02	0,004
A11	0,032	0,008	0,032	0,007	0,006	0,001	0,003	0,029
A12	0,027	0,006	0,016	0,003	0,02	0,004	0,021	0,004
A13	0,039	0,011	0,016	0,004	0,018	0,004	0,007	0,001
A14	0,235	0,074	1,043	0,35	0,222	0,076	0,232	0,075
A15	0,034	0,009	0,654	0,225	0,007	0,001	0,024	0,005
A16	0,037	0,009	0,654	0,225	0,007	0,001	0,023	0,005
A17	0,01	0,004	0,774	0,271	0,028	0,007	0,036	0,008
A18	0,172	0,051	1,01	0,346	0,144	0,048	0,149	0,051
A19	0,063	0,016	0,263	0,08	0,01	0,002	0,014	0,003
A20	0,056	0,016	0,29	0,094	0,012	0,002	0,023	0,005
A21	0,055	0,014	0,413	0,136	0,012	0,003	0,023	0,005
A22	0,055	0,016	0,316	0,096	0,012	0,003	0,026	0,005
A23	0,047	0,014	0,478	0,16	0,001	0,001	0,011	0,002
A24	0,047	0,014	0,478	0,16	0,001	0,001	0,011	0,002
A25	0,01	0,005	0,292	0,097	0,02	0,004	0,012	0,002

Таблица 2.3.2 – Погрешность алгоритмов расшифровки при уровне шума 5%

Формула расшифровки	Погрешность фазы, рад							
	F _I (δ)		F _{II} (δ)		F(B)		F(A)	
	P-V	RMS	P-V	RMS	P-V	RMS	P-V	RMS
A1	0.167	0.039	0.14	0.035	0.066	0.013	0.133	0.027
A2	0.707	0.215	0.548	0.173	0.577	0.198	0.65	0.194
A3	0.119	0.034	0.196	0.041	0.019	0.081	0.2	0.041
A4	0.119	0.034	0.692	0.14	0.199	0.05	0.572	0.116
A5	0.26	0.061	0.27	0.076	0.171	0.052	0.248	0.058
A6	0.219	0.052	0.186	0.038	0.038	0.008	0.077	0.016
A7	0.158	0.045	0.023	0.08	0.1	0.02	0.112	0.023
A8	0.013	0.003	0.309	0.074	0.1	0.02	0.05	0.01
A9	0.157	0.041	0.087	0.02	0.1	0.02	0.09	0.018
A10	0.35	0.095	0.235	0.063	0.05	0.01	0.1	0.02
A11	0.161	0.04	0.161	0.037	0.029	0.006	0.017	0.007
A12	0.138	0.033	0.079	0.016	0.1	0.02	0.106	0.022
A13	0.198	0.057	0.086	0.021	0.089	0.018	0.035	0.007
A14	0.324	0.078	1.1	0.324	0.264	0.082	0.314	0.08
A15	0.171	0.046	0.654	0.202	0.033	0.007	0.12	0.025
A16	0.187	0.047	0.654	0.204	0.033	0.007	0.115	0.024
A17	0.01	0.003	0.797	0.272	0.097	0.021	0.176	0.036
A18	0.286	0.065	1.01	0.32	0.144	0.038	0.171	0.051
A19	0.314	0.081	0.415	0.095	0.049	0.01	0.071	0.014
A20	0.282	0.08	0.356	0.089	0.059	0.012	0.113	0.023
A21	0.274	0.07	0.413	0.106	0.061	0.013	0.113	0.023
A22	0.274	0.08	0.462	0.092	0.061	0.013	0.129	0.026
A23	0.236	0.068	0.514	0.144	0.006	0.001	0.055	0.011
A24	0.236	0.068	0.514	0.144	0.006	0.001	0.055	0.002
A25	0.049	0.026	0.292	0.076	0.098	0.02	0.06	0.012

Таблица 2.3.3 – Погрешность алгоритмов расшифровки при уровне шума 10%

Алгоритм	Погрешность фазы, рад							
	F _I (δ)		F _П (δ)		F(B)		F(A)	
	P-V	RMS	P-V	RMS	P-V	RMS	P-V	RMS
A1	0,338	0,08	0,283	0,07	0,129	0,027	0,267	0,055
A2	0,874	0,243	0,565	0,16	0,615	0,204	0,76	0,201
A3	0,241	0,068	0,383	0,08	0,155	0,038	0,402	0,082
A4	0,241	0,068	0,277	0,064	0,1	0,025	0,283	0,058
A5	0,373	0,084	0,416	0,106	0,204	0,056	0,365	0,075
A6	0,443	0,105	0,376	0,077	0,077	0,017	0,154	0,031
A7	0,32	0,091	0,162	0,045	0,2	0,041	0,224	0,046
A8	0,053	0,012	0,555	0,137	0,2	0,041	0,1	0,02
A9	0,314	0,082	0,175	0,04	0,2	0,041	0,18	0,037
A10	0,686	0,179	0,437	0,113	0,1	0,02	0,2	0,041
A11	0,323	0,079	0,329	0,075	0,058	0,012	0,033	0,014
A12	0,28	0,066	0,161	0,033	0,2	0,041	0,212	0,043
A13	0,398	0,114	0,19	0,046	0,179	0,037	0,071	0,014
A14	0,438	0,098	1,106	0,306	0,322	0,092	0,427	0,094
A15	0,34	0,092	0,654	0,178	0,064	0,013	0,24	0,049
A16	0,372	0,094	0,654	0,183	0,064	0,013	0,231	0,047
A17	0,01	0,003	0,824	0,274	0,183	0,039	0,354	0,072
A18	0,431	0,1	1,01	0,292	0,144	0,031	0,199	0,053
A19	0,627	0,162	0,621	0,141	0,095	0,02	0,141	0,029
A20	0,564	0,159	0,451	0,103	0,115	0,024	0,226	0,046
A21	0,548	0,14	0,518	0,104	0,12	0,025	0,226	0,046
A22	0,549	0,159	0,975	0,183	0,12	0,025	0,259	0,053
A23	0,474	0,136	0,567	0,136	0,011	0,003	0,111	0,023
A24	0,474	0,136	0,567	0,136	0,011	0,003	0,111	0,023
A25	0,098	0,052	0,403	0,085	0,195	0,04	0,12	0,025

Таблица 2.3.4 – Погрешность алгоритмов расшифровки при уровне шума 20%

Формула расшифровки	Погрешность фазы, рад							
	F _I (δ)		F _{II} (δ)		F(B)		F(A)	
	P-V	RMS	P-V	RMS	P-V	RMS	P-V	RMS
A1	0,701	0,164	0,595	0,142	0,25	0,052	0,539	0,11
A2	1,223	0,309	0,69	0,155	0,698	0,218	0,989	0,228
A3	0,495	0,137	0,749	0,155	0,281	0,071	0,822	0,165
A4	0,495	0,137	0,692	0,14	0,199	0,05	0,572	0,116
A5	0,589	0,144	0,825	0,18	0,281	0,069	0,625	0,123
A6	0,91	0,213	0,772	0,157	0,154	0,033	0,308	0,063
A7	0,652	0,182	0,331	0,087	0,402	0,082	0,45	0,092
A8	0,206	0,046	0,792	0,21	0,402	0,082	0,2	0,041
A9	0,627	0,165	0,386	0,077	0,402	0,082	0,362	0,074
A10	1,326	0,325	0,821	0,193	0,2	0,041	0,403	0,082
A11	0,647	0,157	0,696	0,159	0,116	0,024	0,131	0,067
A12	0,608	0,138	0,353	0,072	0,402	0,082	0,427	0,087
A13	0,809	0,227	0,472	0,111	0,364	0,074	0,141	0,029
A14	0,67	0,16	1,106	0,263	0,448	0,118	0,678	0,136
A15	0,674	0,183	0,654	0,153	0,125	0,026	0,485	0,099
A16	0,742	0,188	0,685	0,17	0,125	0,026	0,465	0,095
A17	0,002	0,01	0,878	0,28	0,351	0,075	0,72	0,145
A18	0,724	0,185	0,241	0,046	0,059	0,046	0,258	0,059
A19	1,256	0,325	1,413	0,305	0,182	0,038	0,283	0,058
A20	1,122	0,318	1,818	0,236	0,222	0,046	0,456	0,093
A21	1,095	0,279	1,866	0,241	0,233	0,048	0,456	0,093
A22	1,099	0,318	2,671	0,501	0,233	0,048	0,523	0,106
A23	0,954	0,273	0,911	0,174	0,022	0,005	0,222	0,045
A24	0,954	0,273	0,911	0,174	0,005	0,022	0,222	0,045
A25	0,197	0,103	0,583	0,125	0,392	0,08	0,24	0,049

Сравнение результатов моделирования погрешностей, представленных в табл. 2.3.1 – 2.3.4 позволяет сделать вывод о том, многоточечные алгоритмы по сравнению с малоточечными более эффективно подавляют ошибку, обусловленную шумами поля интенсивности. Так RMS трёхточечного алгоритма А1 при уровне шума 1-20% составила 0.02-0.11 рад., а для одиннадцатиточечного алгоритма А25 эта величина составила 0.005-0.049 рад. Ошибки установки фазовых сдвигов для мало- и многоточечных алгоритмов имеют сопоставимую величину. На рис. 2.3.1 и 2.3.2 показаны трехмерные графики зависимости погрешности фазы от неточности установки фазового сдвига первого и второго вида.

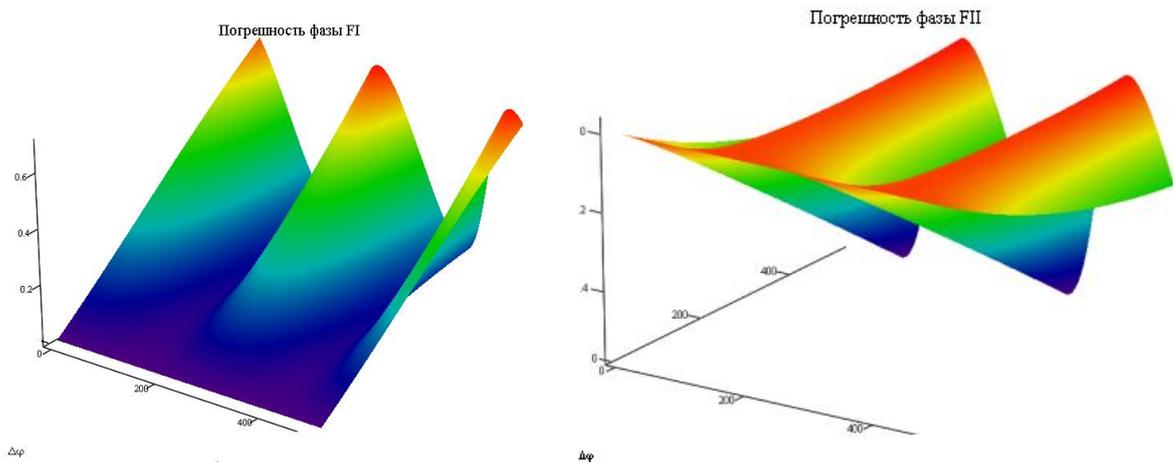


Рисунок 2.3.1 – Зависимость погрешности фазы от погрешности первого рода установки фазовых сдвигов I рода (слева) и II рода (слева)

На рис. 2.3.2 показана зависимость погрешности фазы, образованная погрешностью задания амплитуды интерференционных полос и средней интенсивности, соответственно.

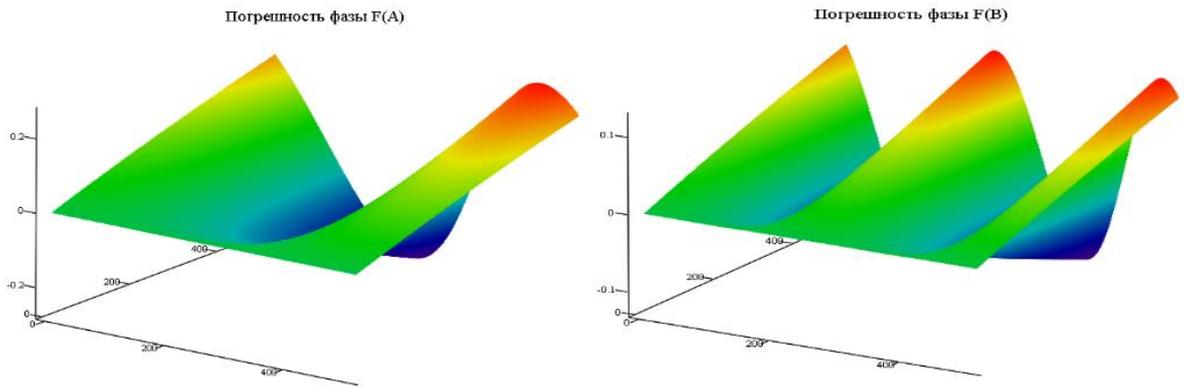


Рисунок 2.3.2 – Зависимость погрешности фазы от погрешности средней интенсивности и амплитуды интерференционных полос

Из рис. 2.3.1 – 2.3.2 следует, что погрешности, обусловленные неправильным заданием фазовых сдвигов и изменением амплитуды интерференционных полос пропорциональны второй гармонике, а погрешность, обусловленная изменением средней интенсивности пропорциональна первой гармонике интерференционных сигналов [21, 117, 157].

Данные виды погрешности зависят от начальной фазы интерференционных сигналов. В первом случае максимальная погрешность наблюдается при значениях фазы интерференционных полос равных $\pi/2$ и $3\pi/2$, а во втором случае при значении фазы равной π . Сравнение результатов моделирования погрешностей для формул расшифровки с различным числом фазовых сдвигов расшифровки (A1 – A25) показывает, что погрешность задания фазовых сдвигов является преобладающей в сравнении с погрешностями других видов. В случае, когда данная погрешность минимальна, что справедливо, например, при измерении рельефа объектов методами структурированного освещения [28, 106, 112, 122], преобладающей становится погрешность определения амплитуды интерференционных полос, возникающая из-за нелинейности характеристик устройств проецирования и ввода цифровых изображений.

В табл. 2.3.5 приведены значения погрешности определения фазы при различном числе усредняемых интерференционных картин.

Таблица 2.3.5 – Погрешность фазы в радианах при различном числе усреднений серии интерференционных картин

Формула расшифровки	n = 10	n = 20	n = 30	n = 40	n = 50
A1	0,04715	0,01754	0,00757	0,002852	0,00039
A2	0,06644	0,02816	0,01674	0,01093	0,00728
A3	0,07391	0,03317	0,01902	0,0157	0,00726
A4	0,09038	0,04044	0,02381	0,0157	0,00996
A5	0,07331	0,03125	0,01712	0,01712	0,00679
A6	0,0608	0,02715	0,01678	0,01067	0,00701
A7	0,06137	0,02764	0,01622	0,01016	0,00672
A8	0,09315	0,03883	0,02221	0,01417	0,00775
A9	0,07999	0,03471	0,02085	0,01272	0,00850
A10	0,14377	0,06338	0,03578	0,02196	0,01401
A11	0,06012	0,02643	0,01438	0,00852	0,00553
A12	0,07678	0,03346	0,0187	0,01154	0,00769
A13	0,07202	0,03076	0,01848	0,01222	0,00780
A14	0,06591	0,03006	0,01764	0,01167	0,00779
A15	0,05167	0,02360	0,01395	0,00853	0,00509
A16	0,0581	0,02494	0,01526	0,0097	0,00634
A17	0,08931	0,0375	0,02184	0,01341	0,00886
A18	0,05611	0,02463	0,01364	0,00856	0,00562
A19	0,04231	0,01857	0,0106	0,00648	0,00414
A20	0,05563	0,02484	0,01411	0,00874	0,00570
A21	0,05871	0,02563	0,01491	0,0087	0,00544
A22	0,0583	0,02455	0,01424	0,00846	0,00553
A23	0,05574	0,02529	0,01449	0,0092	0,0061
A24	0,04406	0,02023	0,01123	0,00688	0,00466
A25	0,02336	0,00840	0,00429	0,00194	0,00025

На рис. 2.3.3 показана зависимость погрешности фазы при различном числе усреднений. Здесь кривая 1 – соответствует трехточечному алгоритму A1, кривая 2 – семиточечному алгоритму A15, а кривая 3 – одиннадцатиточечному алгоритму A25, соответственно.

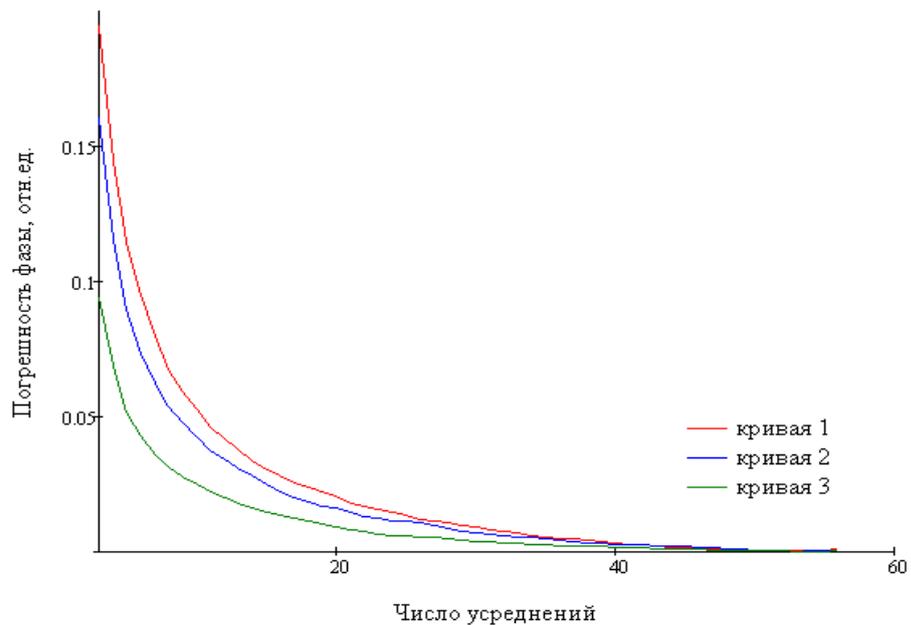


Рисунок 2.3.3 – Погрешность расшифровки фазы при различном числе усреднений

Из рис. 2.3.3 следует, что при большом количестве усреднений (>50) уровень подавления шума для мало- и многоточечных алгоритмов становится сопоставимым.

2.4 Оценка влияния нелинейных искажений в методе фазовых сдвигов

Точность методов PSI также зависит от формы профиля интерференционных полос, который должен быть синусоидальным. Нелинейность профиля интерференционных полос может вызываться различными причинами, например, нелинейностью устройства регистрации интерференционных картин, переотражением пучков интерферометра [53, 136]

и т.д. Такое искажение формы полос называется гамма-искажением [251]. На рис. 2.4.1 (слева) показаны идеальная (сплошная линия) и искаженная (штриховая линия) формы интерференционных полос. Справа на рисунке показаны спектры искаженных и неискаженных полос. Гамма-искажение интерференционного сигнала приводит к появлению гармоник высшего порядка.

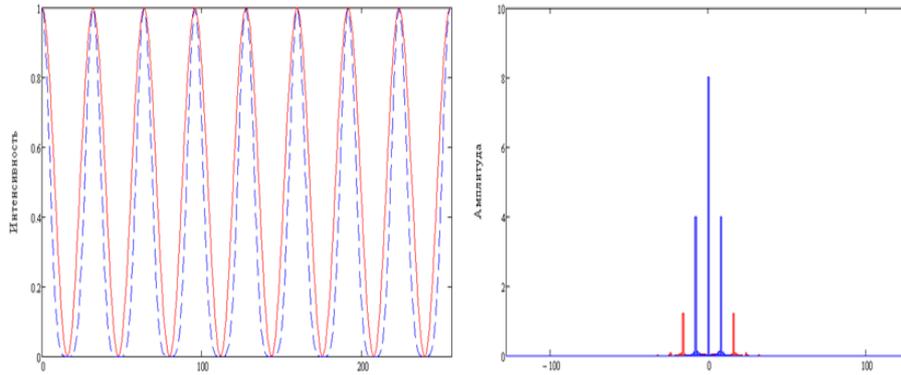


Рисунок 2.4.1 – Идеальный и искаженный ($\gamma=2.4$) синусоидальные сигналы (слева), и спектры идеального и искаженного синусоидального сигнала в частотной области (справа)

На рис. 2.4.2 показано изменение профиля гармонического интерференционного сигнала при его прохождении через нелинейный приемо-передающий тракт.

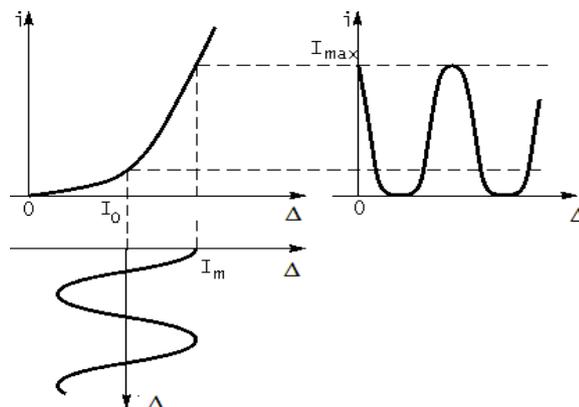


Рисунок 2.4.2 – Преобразование гармонического сигнала при нелинейной передаточной характеристике

Рис. 2.4.2 показывает, что при гамма-искажении профиль интерференционного сигнала становится несинусоидальным. С учетом гамма-искажения, интенсивность регистрируемого в точке (x, y) изображения I представляется следующим образом

$$I_i^\gamma(x, y) = \left[\alpha(x, y) (A + B \cos(\varphi(x, y) + \delta\varphi_i)) \right]^\gamma, \quad (2.4.1)$$

где γ – коэффициент гамма-искажения.

Данное выражение описывает искажение интерференционного сигнала при его регистрации. Если устройство излучения также нелинейно, то результирующий коэффициент искажений вычисляется как произведение соответствующих коэффициентов. Зависимость (2.4.1) обычно аппроксимируется степенным полиномом n – го порядка

$$I^\gamma = a_0 + a_1 I + a_2 I^2 + a_3 I^3 + \dots + a_{n-1} I^{n-1} + a_n I^n. \quad (2.4.2)$$

Подставляя в (2.4.2) выражение интенсивности I и выполняя тригонометрические преобразования получим

$$I^\gamma = I_0 + I_1 \cos(\phi + \delta_1) + I_2 \cos(2\phi + 2\delta_1) + \dots + I_n \cos(n\phi + n\delta_1). \quad (2.4.3)$$

Выражение (2.4.3) представляет собой разложение в ряд Фурье последовательности (2.4.2). Таким образом, при нелинейном преобразовании гармонического сигнала получим спектр частот. Число учитываемых гармоник равно степени аппроксимирующего полинома (2.4.3). Начальные фазы гармоник связаны между собой соотношением

$$\phi_k = k\phi \quad \text{и} \quad \phi = \phi_k/k, \quad (2.4.4)$$

где k – номер гармоники.

В силу ряда причин непосредственное применение преобразования Фурье для вычисления первой гармоники не позволяет обеспечить высокую точность измерений. Отметим, что здесь формула расшифровки ассоциируется с квадратурным фильтром [187]. Так, например, малое количество отсчетов, ограниченность спектра и не кратность периода сигнала приводит к появлению эффекта Гиббса. Это так называемое «затекание» высших гармоник в низшие приводит к неправильному определению амплитуды первой гармоники [16, 85, 187, 211, 212]. В табл. 2.4.1 показана зависимость амплитуд первых десяти гармоник от величины коэффициента гамма-искажений - γ . Амплитуды гармоник нормированы по амплитуде первой гармоники.

Таблица 2.4.1 Амплитуды гармоник

γ	Амплитуда гармоники								
2.0	0.25	0	0	0	0	0	0	0	0
2.1	0.2682	0.00526	0.00078	0.00021	0.00007	0.00003	0.00002	0.00001	0
2.2	0.2857	0.01099	0.00142	0.00035	0.00012	0.00005	0.00002	0.00001	0.00001
2.3	0.3023	0.01711	0.0019	0.00044	0.00014	0.00006	0.00003	0.00001	0.00001
2.4	0.3181	0.02357	0.00221	0.00048	0.00015	0.00006	0.00003	0.00001	0.00001
2.4	0.3333	0.0303	0.00233	0.00047	0.00014	0.00005	0.00002	0.00001	0.00001
2.6	0.3478	0.03727	0.00226	0.00042	0.00012	0.00004	0.00002	0.00001	0
2.7	0.3617	0.04442	0.00199	0.00034	0.00009	0.00003	0.00001	0.00001	0
2.8	0.375	0.05172	0.00152	0.00023	0.00006	0.00002	0.00001	0	0
2.9	0.3877	0.05915	0.00086	0.00012	0.00003	0.00001	0	0	0
3.0	0.4	0.06667	0	0	0	0	0	0	0

Путем компьютерного моделирования были исследованы широко известные алгоритмы А1-А25 на степень подавления гармоник. Результаты исследования представлены в табл. 2.4.2.

Таблица 2.4.2 Подавление гармоник алгоритмами различного вида

№	Число точек	Формула расшифровки	Фазовый сдвиг	Номер подавляемой гармоники											
				2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
A1	3	$\frac{\sqrt{3}(I_2 - I_3)}{I_2 + I_3 - 2I_1}$	$\delta = \frac{2\pi}{3}i$	+	+		+	+		+	+		+	+	
A2		$\frac{I_1 - 2I_2 + I_3}{I_1 - I_3}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$		+	+			+	+			+	+	
A3	4	$\frac{I_2 - I_4}{I_3 - I_1}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+		+	+	+		+	+	+	
A4		$\frac{3I_2 - (I_1 + I_3 + I_4)}{(I_1 + I_2 + I_4) - 3I_3}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+		+		+		+		+		+	
A5		$\frac{\sqrt{3}(I_2 - I_3)}{I_2 + I_3 - I_1 - I_4}$	$\delta = \frac{2\pi}{3}i$	+	+		+	+		+	+		+	+	
A6		$\frac{I_1 - 3I_2 + 3I_3 - I_4}{\sqrt{3}(I_2 - I_3)}$	$\delta = \frac{2\pi}{3}i$		+			+				+		+	
A7	5	$\frac{2(I_4 - I_2)}{I_1 - 2I_3 + I_5}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+		+	+	+		+	+	+	

Продолжение табл.2.4.2

№	Число точек	Формула расшифровки	Фазовый сдвиг	Номер подавляемой гармоники											
				2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
A8	5	$\frac{I_1 - 4I_2 + 4I_4 - I_5}{I_1 + 2I_2 - 6I_3 + 2I_4}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$		+	+				+	+			+	+
A9		$\frac{3I_1 - 6I_2 + 4I_3 - 2I_4 + I_5}{2I_1 + 2I_2 - 3I_3 + 2I_4 - 2I_5}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$		+	+				+	+			+	+
A10		$\frac{I_1 - 2I_2 + 2I_4 - I_5}{2(I_2 - 2I_3 + I_4)}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	-	+	+	-			+	+	-	-	+	+
A11	6	$\frac{-\sqrt{3}(I_2 + I_3 - I_5 - I_6)}{2(I_2 - 2I_3 + I_4)}$	$\delta = \frac{\pi}{3}i$	-	+	+	-	+		-	-	-	-	-	+
A12		$\frac{-3I_2 + 4I_4 - I_6}{I_1 - 4I_3 + 3I_5}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+	-	+		+	+	+	-	+	+
A13		$\frac{4I_4 + I_5 - I_1 - 3I_2 - I_6}{I_1 - I_2 - 4I_3 + 3I_5 + I_6}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+	-	+		+	+	+	-	+	+
A14		$\frac{I_1 - 4I_2 + 2I_3 + 2I_4 + I_5 - 2I_6}{2I_1 - I_2 - 2(I_3 + I_4 - 2I_5) - I_6}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	-	+	+	-			+	+	-	-	+	+

Продолжение табл.2.4.2

A15	7	$\frac{\sqrt{3}(-I_2 - I_3 + I_5 + I_6)}{I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6 + I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{3}i$	+	+	+	+	+	-	+	+	-	+	+
A16		$\frac{-I_1 - 3(I_2 + I_3 - I_5 - I_6) + I_7}{\sqrt{3}(I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6 + I_7)}$	$\delta = \frac{\pi}{3}i$	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
A17		$\frac{7(I_3 - I_5) - (I_1 - I_7)}{8I_4 - 4(I_6 + I_4)}$	$\delta = \frac{\pi}{2}(i-2)$		+	-	-	+	-	-	-	-	-	+
A18	7	$\frac{4I_4 - 2I_2 - 2I_6}{I_1 - 3I_3 + 3I_5 - I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
A19	8	$\frac{I_2 - I_4 + I_6 - I_8}{I_1 - I_3 + I_5 - I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
A20		$\frac{2I_2 - 4I_4 + 3I_6 - I_8}{I_1 - 3I_3 + 4I_5 - 3I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	-	+	-	+		+	-	+	-	+
A21		$\frac{3I_2 - 7I_4 + 5I_6 - I_8}{I_1 - 7I_3 + 5I_5 - 3I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
A22		$\frac{4I_2 - 11I_4 + 8I_6 - I_8}{I_1 - 8I_3 + 11I_5 - 4I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
A23		$\frac{5I_2 - 15I_4 + 11I_6 - 8I_8}{I_1 - 11I_3 + 15I_5 - 5I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{2}i$	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+

Окончание табл.2.4.2

№	Число точек	Формула расшифровки	Фазовый сдвиг	Номер подавляемой гармоники											
				2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
A24	10	$\frac{\sqrt{3}(-I_2 - I_3 + I_5 + I_6)}{I_1 + I_2 - I_3 - 2I_4 - I_5 + I_6 + I_7}$	$\delta = \frac{\pi}{3}i$	+	+	+	—	+	+	+	—	+	+	+	
A25	11	$\frac{(I_1 - I_{11}) - 8(I_3 - I_9) + 15(I_5 - I_7)}{(4I_2 + I_{10}) - 12(I_4 + I_8) + 16I_6}$	$\delta = \frac{\pi}{2}(i - 5)$	+	+	+	—	+	+	+	—	+	+	+	

Из табл. 2.4.2 следует, что, формулы расшифровки A15, A16 позволяют подавлять наибольшее количество гармоник.

2.5. Компенсация гармоник методом подбора фазовых сдвигов

Основной идеей повышения устойчивости алгоритмов расшифровки к воздействию высших гармоник является такой выбор фазовых сдвигов, при котором влияние гармоник на результаты расшифровки будет сведено к минимуму. Характерные точки $P(n,k)$, в которых амплитуда гармоники принимает значения равные максимуму, минимуму или нулю можно описать следующей системой условий [140]

$$P(n,k) = \begin{cases} \frac{n}{k}\pi, & n - \text{четное}, P \rightarrow \max \\ \frac{n}{k}\pi, & n - \text{нечетное}, P \rightarrow \min, \\ \frac{(2n-1)}{2k}\pi, & P \rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.5.1)$$

где n - номер точки, k - номер гармоники.

Из системы условий (2.5.1) следует, что условию, при котором алгоритм не чувствителен к определенным гармоникам, соответствуют следующие фазовые сдвиги. Так, при фазовых сдвигах равных: $\delta_0 = 0$ и $\delta_1 = \pi$ компенсируются четные гармоники. Фазовые сдвиги равные: $\delta_2 = \pi/3$ и $\delta_3 = 5\pi/3$ компенсируют третью гармонику и т.д.

Основным структурным элементом формул расшифровки является разность интенсивностей интерференционной картины в двух точках

$$\Delta I_{ij} = I_i - I_j. \quad (2.5.2)$$

На рис. 2.5.1 показано, что если разность фаз между двумя точками, например, с фазовыми сдвигами $\pi/2$ и $3\pi/2$ составляет π , то выделяется

только первая гармоника. В этом случае разность интенсивностей, соответствующих второй и кратной ей гармоникам равна нулю, что минимизирует влияние этих гармоник. Здесь кривая 1 соответствует амплитуде первой, а кривые 2 и 3 – амплитудам второй и третьей гармоникам, соответственно.

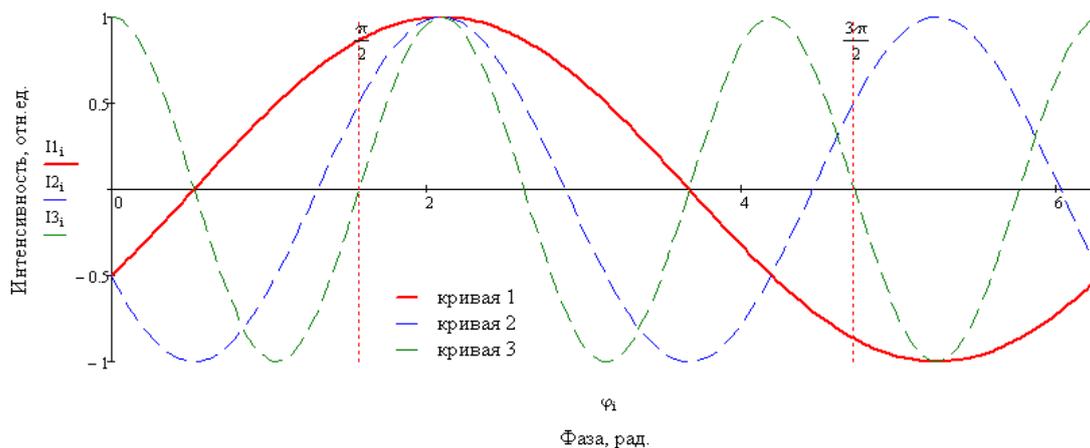


Рисунок 2.5.1 – Фазовые сдвиги минимизирующие влияние четных гармоник

На рис. 2.5.2 показаны аналогичные графики для фазовых сдвигов равных $\pi/3$ и $5\pi/3$, соответственно. В этом случае компенсируется третья и кратные ей гармоники.

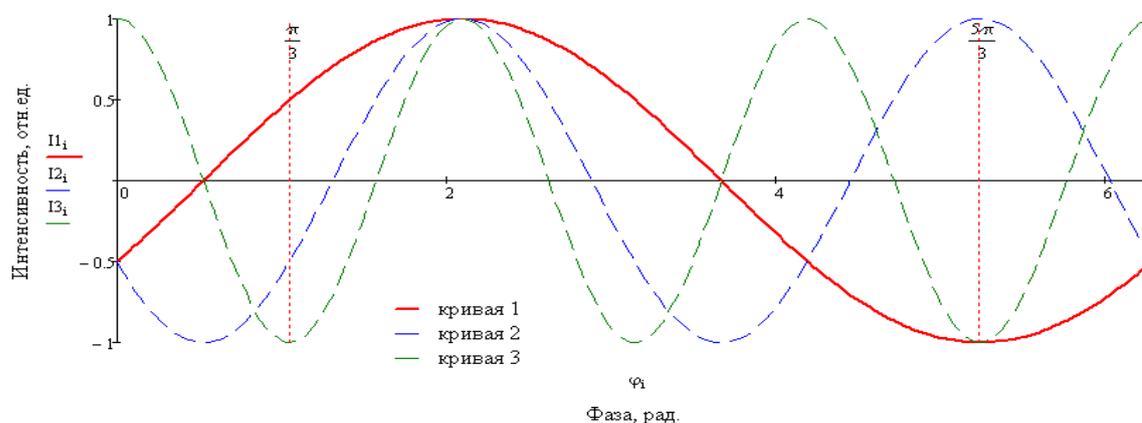


Рисунок 2.5.2 – Фазовые сдвиги минимизирующие влияние третьей гармоники

Аналогично можно определить фазовые сдвиги для точек, которые будут компенсировать гармоники с произвольным номером. Комбинируя разности интенсивностей в точках с различными фазовыми сдвигами можно получить набор точек, в которых гармоники с заданными номерами будут компенсироваться. Например, используя фазовые сдвиги: $\delta_0 = 0$, $\delta_1 = \pi/2$, $\delta_2 = 2\pi/3$, $\delta_3 = 5\pi/3$ для числителя и $\delta_4 = \pi/2$, $\delta_5 = 3\pi/2$, $\delta_6 = 5\pi/3$, $\delta_7 = \pi/3$ получим формулу расшифровки не чувствительную ко второй и третьей гармоникам

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{I_0 - I_1 + I_2 - I_3}{I_4 - I_5 + I_6 - I_7}. \quad (2.5.3)$$

Рассмотренный подход к построению формул расшифровки на основе условий (2.5.1) требует увеличения количества фазовых сдвигов для компенсации высших гармоник [40, 131, 218]. Так в работе [131] показано, что для компенсации k -той гармоники требуется $2k+3$ фазовых сдвигов. Отметим, что алгоритмы, основанные на данном подходе не оптимальны по количеству фазовых сдвигов.

Далее предлагается оптимальный метод устранения влияния гармоник. Основная идея предлагаемого метода состоит в коррекции траектории образуемой числителем N и знаменателем D формул расшифровки. На рис. 2.5.3 показана траектория, которая построена по часто применяемой формуле расшифровки АЗ, рассмотренной во второй главе, с углами фазовых сдвигов кратным $\pi/2$, $\delta_i = (i-1)\pi/2$, $i = 1, 2, 3, 4$;

$$\phi = \arctg[N/D] = \arctg[(I_4 - I_2)/(I_3 - I_1)]. \quad (2.5.4)$$

Пусть входной сигнал содержит семь гармоник

$$I_i = \sum_{n=1}^7 I_0 \left[1 + V \cos(n(\varphi + \delta_i)) \right]. \quad (2.5.5)$$

На рис. 2.3.5 показана траектория, образованная значениями числителя и знаменателя выражения (2.5.4)

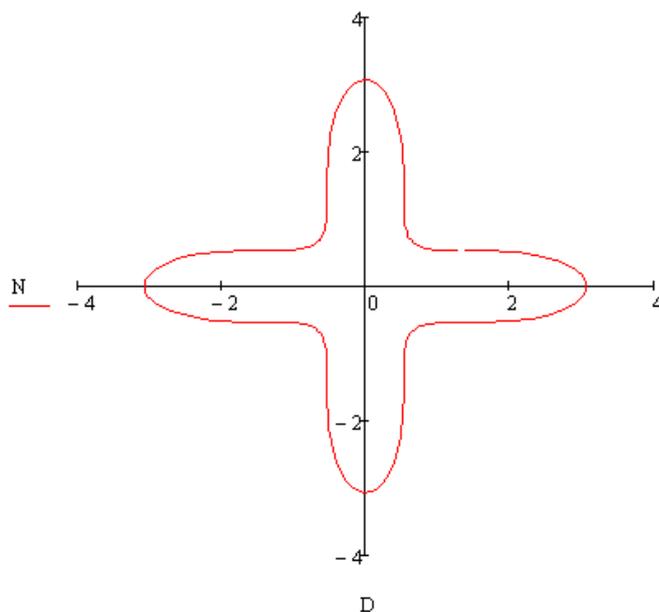


Рисунок 2.5.3 – Траектория, образуемая значениями числителя и знаменателя формулы расшифровки

Будем искать такую траекторию, чтобы сумма исходной и корректирующей траектории образовывала круговую траекторию. Данную траекторию можно получить путем поворота исходной траектории на угол 45° .

Пусть имеем восемь интерференционных картин с фазовыми сдвигами кратными $\pi/4$, $\delta_i = (i-1)\pi/4$, $i = 1, 2, \dots, 8$; Тогда числитель и знаменатель формулы расшифровки с фазовыми сдвигами кратными $\pi/2$ примут вид

$$N = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ I_7 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\delta_1) \\ \cos(\delta_3) \\ \cos(\delta_5) \\ \cos(\delta_7) \end{bmatrix} = I_1 - I_5 \quad (2.5.6)$$

и

$$D = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ I_7 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\delta_1) \\ \sin(\delta_3) \\ \sin(\delta_5) \\ \sin(\delta_7) \end{bmatrix} = -I_3 + I_7, \quad (2.5.7)$$

$$\phi = \operatorname{arctg}[N/D]. \quad (2.5.8)$$

Поворот траектории на угол $\delta = 45^\circ$ можно выполнить смещением всех фазовых сдвигов в выражениях (2.5.6) и (2.5.7) на следующий отсчет

$$N_1 = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_6 \\ I_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\delta_2) \\ \sin(\delta_4) \\ \sin(\delta_6) \\ \sin(\delta_8) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_2 - I_4 - I_6 + I_8), \quad (2.5.9)$$

и

$$D_1 = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_6 \\ I_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\delta_2) \\ \sin(\delta_4) \\ \sin(\delta_6) \\ \sin(\delta_8) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-I_2 - I_4 + I_6 + I_8), \quad (2.5.10)$$

$$\phi = \operatorname{arctg}[N_1/D_1]. \quad (2.5.11)$$

С другой стороны, фазу можно вычислить по следующей формуле

$$N = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ I_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\delta_1) \\ \cos(\delta_3) \\ \cos(\delta_5) \\ \cos(\delta_7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ -I_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.5.12)$$

и

$$D = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ I_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\delta_1) \\ \sin(\delta_3) \\ \sin(\delta_5) \\ \sin(\delta_7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_3 \\ 0 \\ I_7 \end{bmatrix}. \quad (2.5.13)$$

Объединяя формулы (2.5.8), (2.5.9) и (2.5.12), (2.5.13) получим

$$\phi = \arctg \left[\frac{N + N_1}{D + D_1} \right] = \arctg \left[\frac{\sqrt{2}(I_1 - I_5) + I_2 - I_4 - I_6 + I_8}{\sqrt{2}(-I_3 + I_7) - I_2 - I_4 + I_6 + I_8} \right]. \quad (2.5.14)$$

На рис. 2.5.4 показаны траектории, сформированные значениями числителями и знаменателями формул расшифровки. Выражения (2.5.8) и (2.5.9) образуют траекторию 1, а выражения (2.5.11) и (2.5.12) – траекторию 2. Траектория 3 образована суммой траекторий 1 и 2 – это круговая траектория.

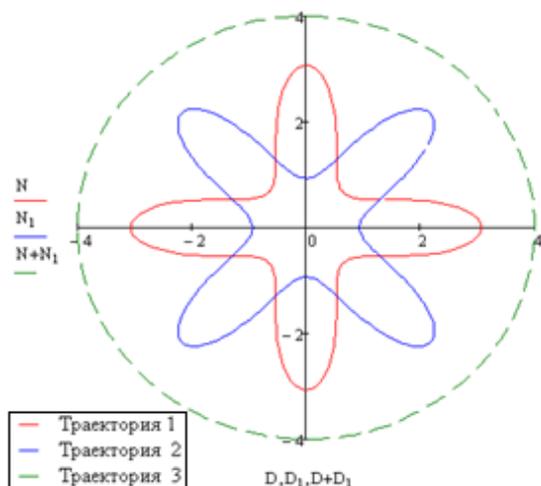


Рисунок 2 – Траектории, образуемые формулами расшифровки:

- (9) – траектория 1;
- (10) – траектория 2;
- (11) – траектория 3 (сумма траекторий)

Выполнено сравнение разработанного алгоритма со следующими широко используемыми на практике алгоритмами:

а) четырехточечный алгоритм

$$\phi = \operatorname{arctg} \left[\frac{(I_4 - I_2)}{(I_3 - I_1)} \right] \quad (2.5.15)$$

с фазовыми сдвигами: $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = \pi/2$, $\delta_3 = \pi$ и $\delta_4 = 3\pi/2$;

б) одиннадцатиточечный алгоритм с фазовыми сдвигами кратными $\pi/2$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{(I_1 - I_{11}) - 8(I_3 - I_9) + 15(I_5 - I_7)}{(4I_2 - I_{10}) + 12(I_4 - I_8) + 16I_6}. \quad (2.5.16)$$

Тестовый сигнал задавался в соответствии с выражением (2.5.5). Моделирование интерференционных картин производилась по методике, изложенной в п. 1.7 первой главы.

$$I(\phi + \delta) = \frac{1}{2} \left(A + B \sum_{n=1}^7 \frac{1}{n} \cos(n(\phi + \delta)) \right). \quad (2.6.17)$$

Результаты сравнения алгоритмов показаны на рис. 2.6.5 и 2.5.6. Здесь – сплошная синяя линия соответствует алгоритму (2.5.8): сплошная красная линия соответствует алгоритму (2.5.10), а штриховая – предлагаемому алгоритму (2.5.14).

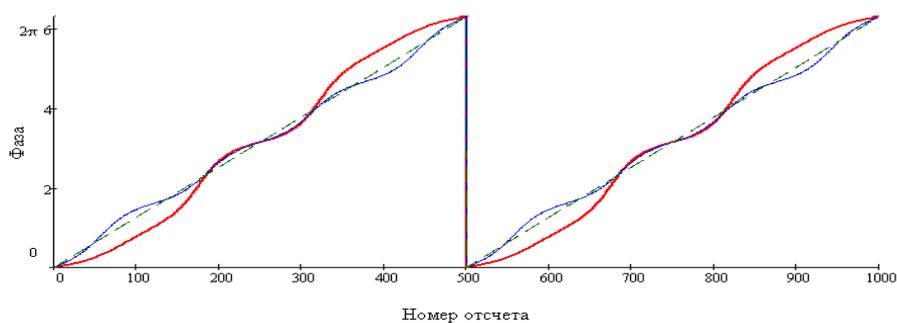


Рисунок 2.5.5 – Результаты расшифровки

На рис. 2.5.5 видно, что погрешность носит осциллирующий характер. На рис. 2.5.6 представлены погрешности фазы для указанных формул расшифровки. Для четырехточечной формулы расшифровки (2.5.8) максимальная абсолютная погрешность измерения составила 0.52 рад., а для формулы расшифровки (2.5.10) – 0.108 рад. За счет специального подбора фазовых сдвигов, предлагаемая формула расшифровки (2.5.14) имеет относительную погрешность измерения фазы на уровне погрешности квантования интерференционного сигнала. При восьмиразрядной оцифровке интерференционных картин данная погрешность составляет не более 0.02%. Снижение погрешности обусловлено тем, формулы расшифровки (2.5.8) и (2.5.11) имеют одинаковую по модулю и противоположные по знаку реакции на нелинейные искажения. Это позволяет компенсировать указанную погрешность.

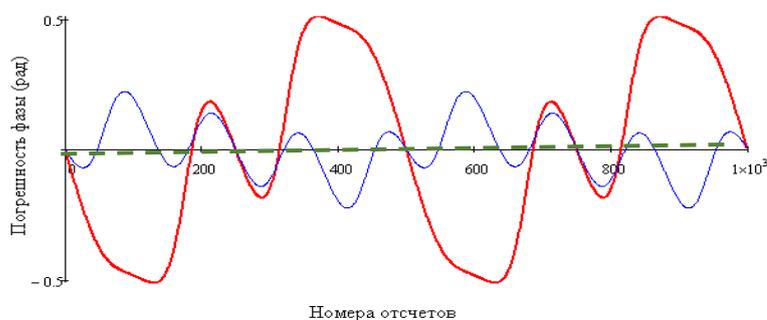


Рисунок 2.5.6 – Погрешность измерения фазы, обусловленная искажением профиля интерференционных полос

Выполненные исследования показывают, что количество фазовых сдвигов в алгоритме (2.5.14) практически не зависит от числа подавляемых гармоник, и, следовательно, алгоритм можно считать оптимальным.

Таким образом применение метода фазовых измерений на основе суммирования результатов двух алгоритмов расшифровки, с одинаковыми по модулю и противоположными по знаку реакциями на нелинейность профиля интерференционных полос, позволяет минимизировать погрешность вычисления фазы. Это второе защищаемое научное положение.

Еще одной возможностью снижения влияния нелинейных искажений является предложенный автором метод поразрядный передачи изображений, в котором изображение разбивается на битовые плоскости [146, 149, 151]. Например, для передачи восьмиразрядных изображений требуется сформировать восемь битовых плоскостей для одного изображения. Недостатком такого подхода является увеличение количества формируемых и регистрируемых изображений пропорционально требуемой разрядности.

2.6 Оценка параметров интерференционной картины

В методах оценки фазы интерференционных полос часто используется нормирование интерференционной картины [194]. При этом ее интенсивность приводится к виду $I(x, y) = \cos(\phi(x, y))$. Для этого необходимо определить среднюю интенсивность и амплитуду интерференционных полос. В цифровой голографии при восстановлении изображений из цифровых голограмм требуется учитывать амплитуду опорного пучка [16, 119, 23, 230]. В данном разделе рассмотрены новые методы, позволяющие получить оценки амплитуды опорного и объектного пучков в локальной области интерференционной картины.

Оценка средней интенсивности и амплитуды интерференционных полос по серии интерференционных картин

В методе фазовых шагов квадрат амплитуды интерференционных полос можно найти, возводя в квадрат и суммируя уравнения (1.2.10) и (1.2.11)

$$[B \sin(\phi)]^2 + [B \cos(\phi)]^2 = B^2 = \left(\frac{(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp)}{(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp)} \right)^2 + \left(\frac{(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp)}{(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp)} \right)^2 \quad (2.6.1)$$

Отсюда

$$B = (\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp)^{-1} \left[(\vec{I} \cdot \vec{S}^\perp)^2 + (\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.6.2)$$

Среднюю интенсивность A можно найти, вычитая интерференционный член уравнения интерференции (1.2.11) из интенсивности интерференционной картины

$$A = I - \frac{(\vec{I} \cdot \vec{C}^\perp)}{(\vec{C} \cdot \vec{S}^\perp)} \quad (2.6.3)$$

Недостатком такого подхода является относительно невысокая точность. Это объясняется тем, что в данном случае происходит суммирование погрешностей обоих членов выражения (2.6.3).

Предложим альтернативный способ оценки средней интенсивности свободный от указанного недостатка. Представим выражение (1.2.3) в следующем виде

$$\vec{I} = A\vec{R} + (B \cos \phi)\vec{C} - (B \sin \phi)\vec{S} \quad (2.6.4)$$

Анализ выражения (2.6.4) показывает, что используя свойство скалярного произведения векторов (1.2.4) можно обнулить второй и третий члены выражения (2.6.4) и соответственно найти среднюю интенсивность A . Для этого найдем вектор \vec{U} ортогональный одновременно как вектору \vec{C} , так и вектору \vec{S} . При трех фазовых сдвигах такой вектор может быть получен векторным умножением векторов \vec{C} и \vec{S} .

$$\vec{U} = [\vec{S} \times \vec{C}], \quad (2.6.5)$$

здесь символ \times - обозначает векторное произведение векторов.

В трехмерном пространстве такое векторное произведение можно представить в виде произведения вектора на некоторую матрицу преобразования

$$\vec{S} \times \vec{C} = \begin{bmatrix} 0 & S_2 & -S_1 \\ -S_2 & 0 & S_0 \\ S_1 & -S_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}. \quad (2.6.6)$$

В семимерном пространстве данное произведение выглядит следующим образом

$$\vec{S} \times \vec{C} = \begin{bmatrix} 0 & S_2 & -S_1 & S_4 & -S_3 & -S_6 & S_5 \\ -S_2 & 0 & S_0 & S_5 & S_6 & -S_3 & -S_4 \\ S_1 & -S_0 & 0 & S_6 & -S_5 & S_4 & -S_3 \\ -S_4 & -S_5 & -S_6 & 0 & S_0 & S_1 & S_2 \\ S_3 & -S_6 & S_5 & -S_0 & 0 & -S_2 & S_1 \\ S_6 & S_3 & -S_4 & -S_1 & S_2 & 0 & -S_0 \\ -S_5 & S_4 & S_3 & -S_2 & -S_1 & S_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{bmatrix}. \quad (2.6.7)$$

Как известно из линейной алгебры матрицы оператора векторного произведения не существуют, если размерность векторов не равна трем или семи [171]. При другой размерности векторов для нахождения результата аналогичного векторному произведению (2.6.5) можно построить вектор, который будет удовлетворять следующим условиям

$$(\vec{U} \cdot \vec{C}) = 0, \quad (\vec{U} \cdot \vec{S}) = 0 \quad \text{и} \quad (\vec{U} \cdot \vec{R}) \neq 0. \quad (2.6.8)$$

Покажем один из возможных путей построения такого вектора. Пусть нормаль \vec{U} некоторой гиперплоскости P удовлетворяет условиям (2.6.8)

$$P = U_0 \cdot e_0 + U_1 \cdot e_1 + \dots + U_{N-1} \cdot e_{N-1} + U_N \cdot e_N + U_{N+1} = 0, \quad (2.6.9)$$

здесь U_i - коэффициенты общего уравнения гиперплоскости P , N - размерность пространства, а e_i - направляющие векторы гиперплоскости.

Вектор нормали к гиперплоскости перпендикулярен лежащим на гиперплоскости P векторам V^i . Данные векторы можно найти, раскладывая следующий определитель

$$\begin{vmatrix}
 U_0 & U_1 & \cdots & U_N & U_{N+1} \\
 S_0 & S_1 & \cdots & S_N & 1 \\
 C_0 & C_1 & \cdots & C_N & 1 \\
 V_0^1 & V_1^1 & \cdots & V_N^1 & 1 \\
 V_0^2 & V_1^2 & \cdots & V_N^2 & 1 \\
 \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
 V_0^{N-2} & V_1^{N-2} & \cdots & V_N^{N-2} & 1 \\
 V_0^{N-1} & V_1^{N-1} & \cdots & V_N^{N-1} & 1
 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.6.10)$$

В качестве таких векторов может служить произвольный набор векторов неколлинеарных единичному вектору. Если принять, что гиперплоскость проходит через начало системы координат, то коэффициент U_{N+1} можно принять равным нулю. В этом случае размерность определителя (2.6.10) уменьшается

$$\begin{vmatrix}
 U_0 & U_1 & \cdots & U_N \\
 S_0 & S_1 & \cdots & S_N \\
 C_0 & C_1 & \cdots & C_N \\
 V_0^1 & V_1^1 & \cdots & V_N^1 \\
 V_0^2 & V_1^2 & \cdots & V_N^2 \\
 \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
 V_0^{N-1} & V_1^{N-1} & \cdots & V_N^{N-1}
 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.6.11)$$

В качестве примера построим гиперплоскость размерности R^4 . В качестве вектора V можно принять произвольный вектор, не совпадающий с единичным вектором. Например, в качестве такого вектора можно взять единичный вектор, у которого одна из координат принимает отрицательное значение. Тогда получим

$$\begin{vmatrix} U_0 & U_1 & U_2 & U_3 \\ \cos(\delta_0) & \cos(\delta_1) & \cos(\delta_2) & \cos(\delta_3) \\ \sin(\delta_0) & \sin(\delta_1) & \sin(\delta_2) & \sin(\delta_3) \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}. \quad (2.6.12)$$

Коэффициенты вектора U получим, раскладывая по строке определитель (2.6.12)

$$U_0 = \begin{vmatrix} \cos(\delta_1) & \cos(\delta_2) & \cos(\delta_3) \\ \sin(\delta_1) & \sin(\delta_2) & \sin(\delta_3) \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \sin(\delta_1 - \delta_2) + \sin(\delta_1 - \delta_3) - \sin(\delta_2 - \delta_3), \quad (2.6.13)$$

$$U_1 = - \begin{vmatrix} \cos(\delta_0) & \cos(\delta_2) & \cos(\delta_3) \\ \sin(\delta_0) & \sin(\delta_2) & \sin(\delta_3) \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -\sin(\delta_0 - \delta_2) - \sin(\delta_0 - \delta_3) + \sin(\delta_2 - \delta_3), \quad (2.6.14)$$

$$U_2 = \begin{vmatrix} \cos(\delta_0) & \cos(\delta_1) & \cos(\delta_3) \\ \sin(\delta_0) & \sin(\delta_1) & \sin(\delta_3) \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \sin(\delta_0 - \delta_1) + \sin(\delta_0 - \delta_3) - \sin(\delta_1 - \delta_3), \quad (2.6.15)$$

$$U_3 = - \begin{vmatrix} \cos(\delta_0) & \cos(\delta_1) & \cos(\delta_2) \\ \sin(\delta_0) & \sin(\delta_1) & \sin(\delta_2) \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \sin(\delta_0 - \delta_1) + \sin(\delta_0 - \delta_2) - \sin(\delta_1 - \delta_2). \quad (2.6.16)$$

Отметим, что поскольку в данном случае не выполняется одно из условий векторного произведения $|U| = |C||S|\sin(\angle CS)$, то выражение (2.6.8) определяет «псевдовекторное произведение» векторов.

Скалярное произведение вектора \vec{I} на вектор \vec{U} порождает уравнение

$$(\vec{I} \cdot \vec{U}) = A(\vec{R} \cdot \vec{U}) + B \cos \phi (\vec{C} \cdot \vec{U}) - B \sin \phi (\vec{S} \cdot \vec{U}). \quad (2.6.17)$$

Отсюда с учетом свойств (2.6.8) находим среднюю интенсивность A как

$$A = \frac{(\vec{I} \cdot \vec{U})}{(\vec{R} \cdot \vec{U})}. \quad (2.6.18)$$

Отметим, что стандартная методика оценки средней интенсивности интерференционной картины путем усреднения ее интенсивностей

$$A = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_i \quad (2.6.19)$$

требует, чтобы в интерференционную картину укладывалось целое число интерференционных полос, в противном случае возникает погрешность

$\Delta A_{\max} \leq \frac{N+1/2}{N} A_{\max}$. В предлагаемом способе эта особенность отсутствует [18, 131].

Для выяснения возможностей данного способа оценки средней интенсивности в условиях, приближенных к реальным было проведено компьютерное моделирование. Моделировался случай малоконтрастных интерференционных полос на фоне дифракционного гало. Генерировались интерференционные картины с последовательными фазовыми сдвигами. На изображение накладывался аддитивный шум, распределенный по нормальному закону с нулевым средним.

Приняты следующие параметры моделирования:

- формат изображения – 4000x6000 пиксел;
- число интерференционных полос – 40;
- число интерференционных картин – 4;

- фазовый сдвиг между смежными интерференционными картинками составляет $\frac{\pi}{2}$;

- контраст интерференционной картины – 0.3;
- динамический диапазон изменения интенсивности – 100-235;
- уровень шума – 2%.

Указанные параметры соответствуют восьмиразрядному устройству ввода оптической информации (ПЗС-матрица фотоаппарата CANON 650D). Рассчитанные значения интенсивностей округлялись до целых значений. Результаты моделирования показаны на рис. 2.6.1. Далее по формулам (2.6.13) - (2.6.16) рассчитывался вектор \vec{U} ортогональный векторам $\vec{S} = \sin(\vec{\delta})$, $\vec{C} = \cos(\vec{\delta})$ и вектору $\vec{R} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$. Вектор фазовых сдвигов $\vec{\delta}$ между интерференционными картинками равен: $\vec{\delta} = [0 \ \pi/2 \ \pi \ 3\pi/2]^T$. Уровень средней интенсивности A рассчитывался по формуле (2.6.18).

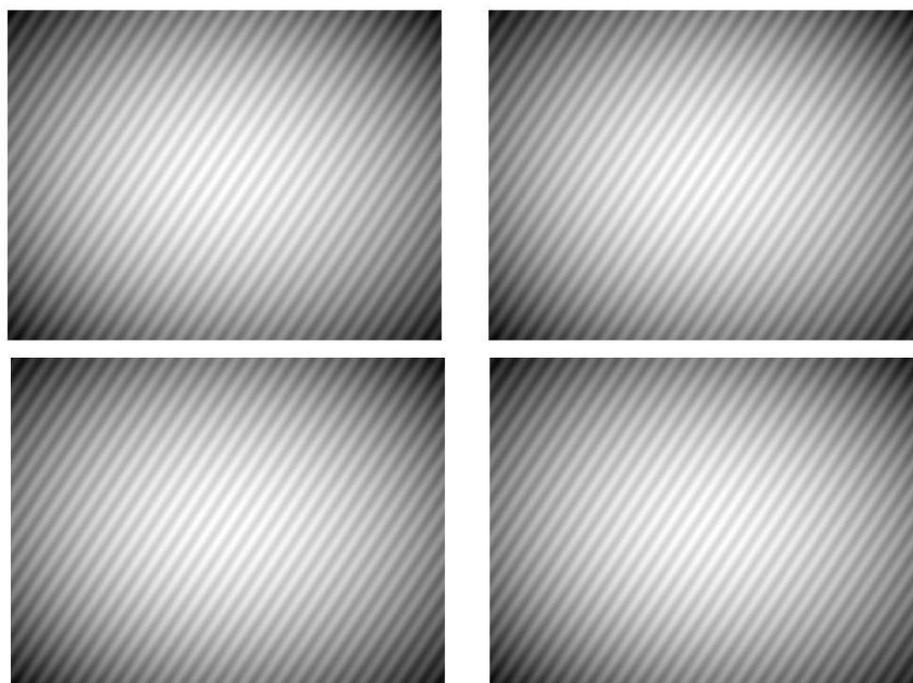


Рисунок 2.6.1 – Синтезированные интерференционные картины

На рис. 2.6.2 показано рассчитанное значение средней интенсивности и ее профиль в среднем сечении. Красной линией показана средняя яркость при отсутствии шума.

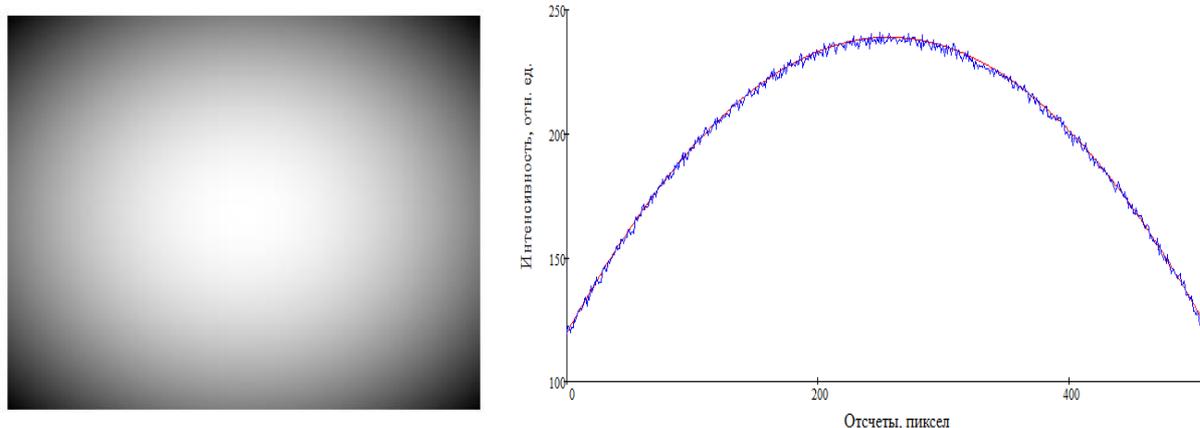


Рисунок 2.6.2 – Средняя интенсивность, рассчитанная по формуле (2.6.18)

Работа алгоритма оценивалась по двум показателям: среднеквадратическому отклонению RMS и максимальному отклонению PV (Peak-Valley). На рисунке 2.6.3 показана погрешность PV оценки поля средней интенсивности (рис. 2.6.2) в его среднем сечении. Точечной линией показана погрешность полей средней интенсивности, рассчитанных по формуле (2.6.3) – вариант 1, а сплошной линией - по формуле (2.6.18) – вариант 2, соответственно.

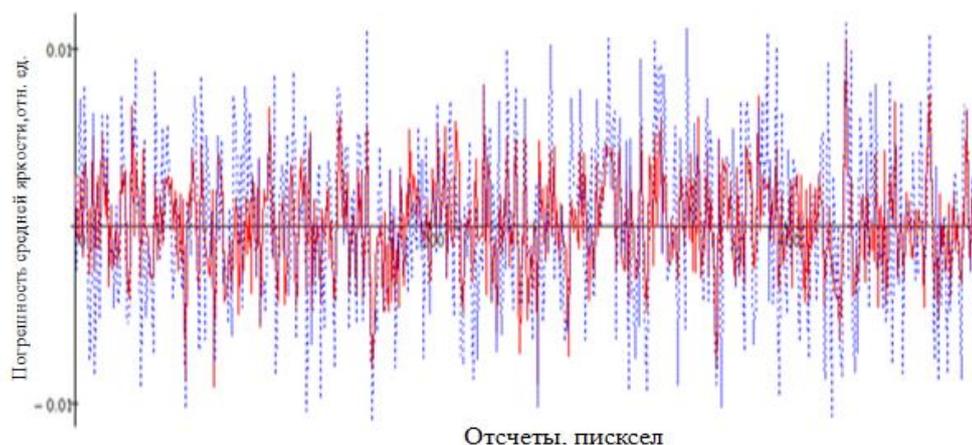


Рисунок 2.6.3 – Погрешность оценки средней интенсивности

В ходе моделирования были получены следующие результаты. Погрешность составила для варианта 1: $RMS = 0.0063$, $PV = 0.01$ и для варианта 2: $RMS = 0.0041$, $PV = 0.006$, соответственно. Исходя из этого, можно делать вывод о том, что второй вариант вычисления средней интенсивности является предпочтительным.

Оценка амплитуды опорного и объектного пучков.

Амплитуды A_r опорного и объектного A_p волновых пучков можно определить, решая систему уравнений [18, 100, 101, 131]

$$\begin{cases} A = A_p^2 + A_r^2 \\ B = 2A_p A_r \end{cases} \quad (2.6.20)$$

Суммируя уравнения системы (2.6.20) получим

$$A + B = A_p^2 + 2A_p A_r + A_r^2 = (A_p + A_r)^2 \quad (2.6.21)$$

После упрощения выражения (2.6.21) получим

$$+\sqrt{A + B} = A_p + A_r \quad (2.6.22)$$

Знак «+» перед корнем выбираем потому, что амплитуды не могут принимать отрицательных значений. Выражая из (2.6.21) амплитуду опорного пучка $A_p = +\sqrt{A + B} - A_r$ и подставляя ее в систему уравнений (2.6.20) получим уравнение второго порядка

$$A_r^2 - 2A_r \sqrt{A + B} + B = 0, \quad (2.6.23)$$

которое имеет решение

$$R = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{A-B}}{2} + \frac{\sqrt{A+B}}{2} \\ \frac{\sqrt{A+B}}{2} - \frac{\sqrt{A-B}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.6.24)$$

Один из корней уравнения (2.6.24) равен амплитуде объектного A_p , а другой, амплитуде опорного A_r пучка, соответственно.

С целью проверки работоспособности предлагаемого метода производилось его компьютерное моделирование.

Выбраны следующие параметры моделирования:

- амплитуды и фазы опорного и объектного волновых фронтов синтезированы по формулам:

$$\dot{E}_1 = A_{01} + A_1 e^{i\phi_1} \text{ и } \dot{E}_2 = A_{02} + A_2 e^{i\phi_2}, \quad (2.6.25)$$

здесь A_{01} и A_{02} - постоянные составляющие.

- разность фаз объектного и опорного пучков моделировалась квадратичной зависимостью, а их амплитуды моделировались гауссовой функцией;
 - размер генерируемых интерференционных картин: 1000x1000 отсчетов;
 - динамический диапазон амплитуд опорного и объектного волновых фронтов выбирался таким образом, чтобы при их интерференции амплитуда регистрируемого сигнала соответствовала режиму регистрации интерференционной картины восьмиразрядным устройством ввода.

На рис. 2.6.4 показаны амплитуды (а) и фазы и (б) опорного и амплитуды (в) и фазы (г) объектного волновых фронтов, соответственно.

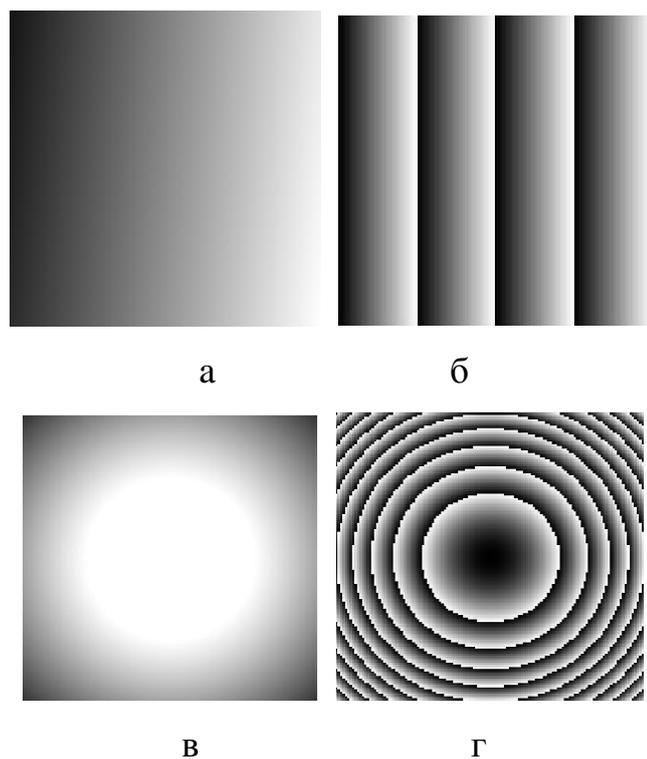
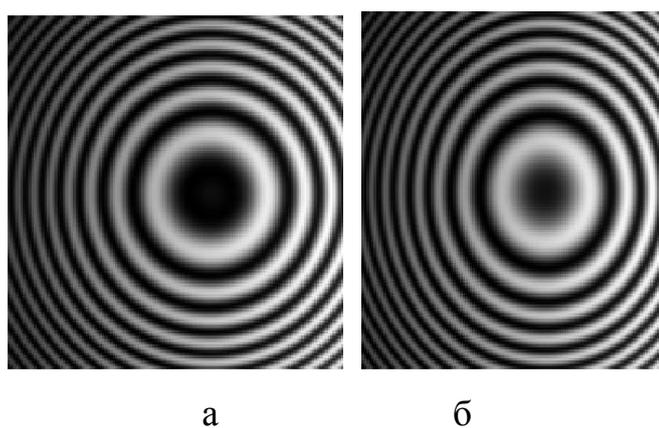
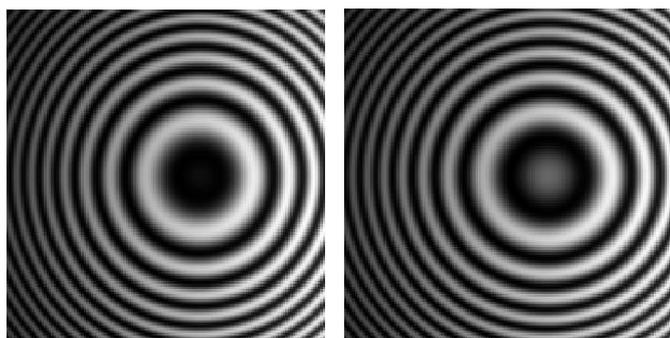


Рисунок 2.6.4 – Амплитуды и фазы интерферирующих полей (а) и (б) - опорного поля, (в) и (г) объектного поля, соответственно

На рис. 2.6.5 показаны интерференционные картины с фазовыми сдвигами $\delta_0 = 0$, $\delta_1 = \pi/3$, $\delta_2 = 2\pi/3$ и $\delta_3 = \pi$, соответственно.



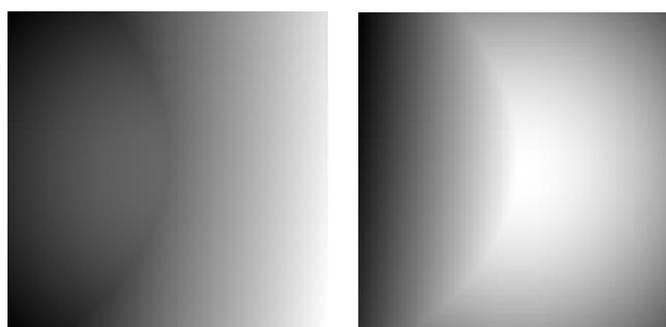


в

г

Рисунок 2.6.5 – Интерференционные картины с фазовыми сдвигами (а) $\delta_0 = 0$, (б) $\delta_1 = \pi/3$, (в) $\delta_2 = 2\pi/3$ и (г) $\delta_3 = \pi$

На рисунках 2.6.6 и 2.6.7 показаны результаты решения системы уравнений (2.6.23).



а

б

Рисунок 2.6.6 – Решения системы уравнений (2.6.22). (а) - первый корень решения, (б) - второй корень решения

Из рис. 2.6.7 слева видно, что корни решения уравнения (2.6.23) «перепутываются».

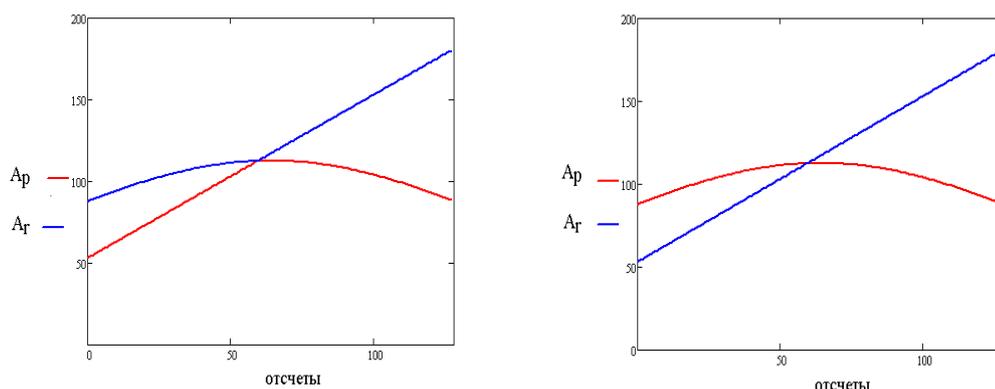


Рисунок 2.6.7 – Решения системы уравнений (2.6.23). Слева на право: до и после коррекции

Для идентификации корней следует изменить амплитуду одного из волновых полей, например, опорного, а затем выполнить повторный расчет уравнения (2.6.23). В данном случае корень, у которого значение не изменяется, будет соответствовать амплитуде объектного пучка. На рис. 2.6.8 (справа) показаны результаты вычисления амплитуды опорного и объектного пучков до и после коррекции указанным способом.

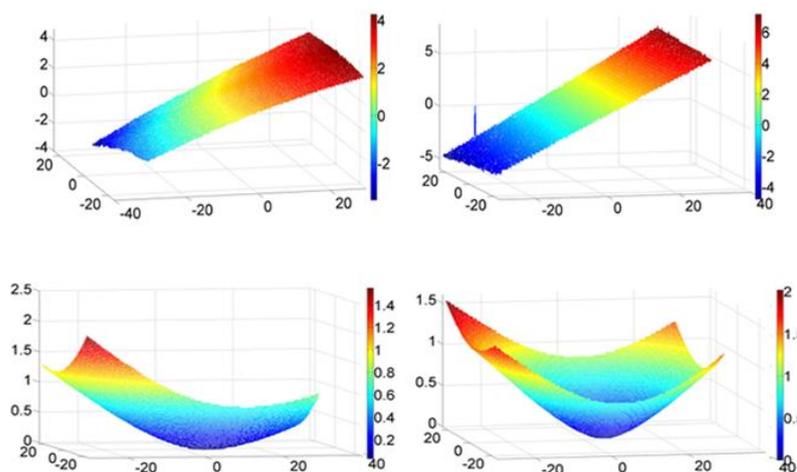


Рисунок 2.6.8 – Результаты коррекции: до коррекции (столбец слева) и после коррекции (столбец справа)

Недостатком рассмотренных способов определения амплитуды опорного и объектного пучков является то, что для обеспечения точности вычислений

требуется чтобы средняя интенсивность и амплитуда интерференционных полос не изменялись при внесении фазовых сдвигов. Однако на практике, в силу ряда причин, это условие часто не выполняется. Кроме того, часто не учитывается влияние некогерентной фоновой засветки измеряемого объекта или фотоприемника. Это приводит к возникновению систематических ошибок.

Модифицируем уравнение интерференции с учетом влияния фона

$$I_i = A_{pi}^2 + A_{ri}^2 + 2A_{pi}A_{ri} \cos(\phi + \delta_i) + \text{const}, \quad (2.6.26)$$

здесь const - амплитуда фоновой засветки.

Для решения уравнения (2.6.26) необходимо получить дополнительные уравнения. С этой целью можно изменять амплитуду опорного и (или) объектного пучков помещая в плечи интерферометра перестраиваемые нейтральные фильтры. Такие фильтры широко используются в оптике, например, Phottix VND Variable Filter (45112) фильтр нейтрально серый регулируемый, NDC-100C-4M - плавно перестраиваемый круглый нейтральный фильтр, в оправе, диаметр: 100 мм, оптическая плотность: 0-4.0, фирмы Thorlabs и др.

Пусть картина интерференции образуется опорным и объектным оптическими пучками одной частоты с амплитудами: $\dot{E}_1 = E_1 \exp[-i(\omega t - \varphi_1)]$ и $\dot{E}_2 = E_2 \exp[-i(\omega t - \varphi_2)]$. Интенсивность в каждой точке интерференционной картины регистрируется квадратичным фотоприемником. В этом случае: $I = \dot{E}\dot{E}^* = |E|^2$. Тогда результат сложения пучков, каждый из которых проходит через нейтральный фильтр с коэффициентами пропускания m - для опорного пучка и n - для объектного пучка, соответственно, можно выразить следующим образом

$$I = (m\dot{E}_1 + n\dot{E}_2)(m\dot{E}_1 + n\dot{E}_2)^* = m^2\dot{E}_1\dot{E}_1^* + mn(\dot{E}_1\dot{E}_2^* + \dot{E}_1^*\dot{E}_2) + n^2\dot{E}_2\dot{E}_2^*. \quad (2.6.27)$$

Найдем произведения, составляющие правую часть выражения (2.6.27)

$$m^2\dot{E}_1\dot{E}_1^* = m^2 E_{m1} \exp[-i(\omega t - \varphi_1)] E_{m1} \exp[i(\omega t - \varphi_1)] = m^2 E_{m1}^2,$$

$$mn\dot{E}_1\dot{E}_2^* = mn E_{m1} \exp[i(\omega t - \varphi_1)] E_{m2} \exp[-i(\omega t - \varphi_2)] = mn E_{m1} E_{m2} \exp[i(\varphi_2 - \varphi_1)], \quad (2.6.28)$$

$$mn\dot{E}_1^*\dot{E}_2 = mn E_{m1} \exp[-i(\omega t - \varphi_1)] E_{m2} \exp[i(\omega t - \varphi_2)] = mn E_{m1} E_{m2} \exp[i(\varphi_2 - \varphi_1)],$$

$$n^2\dot{E}_2\dot{E}_2^* = E_{m2} \exp[-i(\omega t - \varphi_1)] E_{m2} \exp[i(\omega t - \varphi_1)] = n^2 E_{m2}^2.$$

Перегруппировывая члены выражения (2.6.27) и подставляя в него произведения из выражения (2.6.28) имеем

$$I = m^2 E_{m1}^2 + n^2 E_{m2}^2 + mn E_{m1} E_{m2} \exp[i(\varphi_2 - \varphi_1)] + \exp[-i(\varphi_2 - \varphi_1)]. \quad (2.6.29)$$

Используя известную формулу Эйлера: $\frac{\exp(i\varphi) + \exp(-i\varphi)}{2} = \cos \varphi$

окончательно получим

$$I = m^2 E_1^2 + n^2 E_2^2 + 2mn E_1 E_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (2.6.30)$$

Тогда система уравнений (2.6.26) примет следующий вид

$$I(i, j) = (n_j A_{pi})^2 + (m_j A_{ri})^2 + 2n_j m_j A_{pi} A_{ri} \cos(\phi + \delta_i) + \text{const}, \quad (2.6.31)$$

здесь n_j и m_j - коэффициенты изменения амплитуды интерферирующих пучков, A_{p_i} и A_{r_i} - неизвестные амплитуды опорного и объектного пучков при i -том фазовом сдвиге δ_i , - здесь j - число состояний нейтрального фильтра, const - неизвестная интенсивность фоновой некогерентной засветки, а интерференционный член уравнений: $A_{p_i}A_{r_i} \cos(\phi + \delta_i)$ можно считать независимой переменной, которая линеаризирует систему уравнений (2.6.31).

Для минимизации числа состояний (коэффициентов передачи) нейтральных фильтров целесообразно выбрать следующие значения их коэффициентов передачи: $m_1 = 1$ и $n_1 = 1$. Это соответствует полной прозрачности нейтральных фильтров. Промежуточные значения коэффициентов передачи нейтральных фильтров объектного и опорного пучков равны m_2 и n_2 , соответственно. Значения коэффициентов передачи m_3 и n_3 равны нулю. Это соответствует полному перекрытию каждого из пучков. Систему уравнений, соответствующую указанным значениям коэффициентов передачи можно представить следующим образом

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (m_1 A_r)^2 + (n_1 A_p)^2 + 2A_r A_p m_1 n_1 \cos(\phi + \delta_i) + \text{const} \\ (m_2 A_r)^2 + (n_1 A_p)^2 + 2A_r A_p m_2 n_1 \cos(\phi + \delta_i) + \text{const} \\ (m_1 A_r)^2 + (n_2 A_p)^2 + 2A_r A_p m_1 n_2 \cos(\phi + \delta_i) + \text{const} \\ (m_1 A_r)^2 + (n_3 A_p)^2 + 2A_r A_p m_3 n_1 \cos(\phi + \delta_i) + \text{const} \\ (m_3 A_r)^2 + (n_1 A_p)^2 + 2A_r A_p m_1 n_3 \cos(\phi + \delta_i) + \text{const} \end{bmatrix}. \quad (2.6.32)$$

В матричном виде систему уравнений (2.6.29) запишем как

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m_2^2 & 1 & m_2 & 1 \\ 1 & n_2^2 & n_2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r^2 \\ A_p^2 \\ 2A_r A_p \cos(\phi + \delta_i) \\ \text{const} \end{bmatrix} \quad (2.6.33)$$

Отметим, что здесь независимыми являются только четыре уравнения системы (2.6.33). Изменение интенсивности только одного пучка нецелесообразно, т.к. в этом случае ранг матрицы системы уравнений (2.6.33) меньше числа неизвестных. Выберем четыре независимых уравнения. Выбор уравнений зависит от технических особенностей измерительной системы, в частности, удобства изменения интенсивности пучков. Так при выборе первого, второго и последних двух уравнений из системы уравнений (2.6.29) в оптическую схему интерферометра потребуется ввести оптический затвор в объектный пучок и управляемый нейтральный фильтр с тремя состояниями в опорный пучок, соответственно.

Решая систему, составленную из первого, второго и последних двух уравнений из (2.6.29) получим

$$\begin{cases} A_r^2 = \frac{I_5 - I_2}{m_1} + \frac{I_2 - I_1}{m_1 - 1} \\ A_p^2 = I_5 - I_4 + \frac{I_5 - I_2}{m_1} - \frac{I_2 - I_1}{m_1 - 1} \\ 2A_r A_p \cos(\phi + \delta_i) = \frac{I_2 - I_5 - m_1^2(I_1 - I_5)}{m_1(m_1 - 1)} \\ \text{const} = \frac{I_5 - I_2}{m_1} + \frac{I_2 - I_1}{m_1 - 1} + I_4 \end{cases} \quad (2.6.34)$$

Решая систему, составленную из первого, третьего и последних двух

уравнений из (2.6.33) имеем

$$\begin{cases} A_r^2 = \frac{I_5 - I_3}{m_1} + \frac{I_2 - I_1}{m_1 - 1} \\ A_p^2 = I_5 - I_4 + \frac{I_5 - I_3}{m_1} - \frac{I_3 - I_1}{m_1 - 1} \\ C = 2A_r A_p \cos(\phi + \delta_i) = \frac{I_3 - I_5 - m_1^2(I_1 - I_5)}{m_1(m_1 - 1)} \\ \text{const} = \frac{I_5 - I_3}{m_1} + \frac{I_3 - I_1}{m_1 - 1} + I_4 \end{cases} \quad (2.6.35)$$

Используя найденные значения интенсивности опорного и объектного пучков легко рассчитать среднюю интенсивность $A(x, y)$ и амплитуду интерференционных полос $B(x, y)$

$$A(x, y) = A_p(x, y)^2 + A_r(x, y)^2 + \text{const} \quad (2.6.36)$$

здесь переменная const - описывает уровень некогерентной фоновой засветки.

$$B(x, y) = 2A_p(x, y) \cdot A_r(x, y) \quad (2.6.37)$$

Подставляя найденные значения средней интенсивности и амплитуды интерференционных полос в уравнение (2.6.26) можно получить известное выражение для косинуса фазы интерференционной полосы с учетом вносимых фазовых сдвигов

$$\tilde{I}_i(x, y) = \frac{I(x, y) - A(x, y)}{B(x, y)} = \cos(\varphi(x, y) + \delta_i) \quad (2.6.38)$$

Другим способом является нормирование интерференционной картины по следующему правилу:

$$\tilde{I}_i = \frac{C}{2\sqrt{A_r^2 A_p^2}} = \cos(\varphi + \delta_i). \quad (2.6.39)$$

Подставляя в выражение (2.6.39) ранее найденные значения переменных A_r^2 , A_p^2 и C получим

$$\cos(\varphi + \delta_i) = \frac{I_2 - I_5 - m_1^2(I_1 - I_5)}{2\sqrt{[I_2 - I_5 - m_1(I_1 - I_5)][I_2 - I_5 - m_1(I_1 - I_4) - m_1^2(I_4 - I_5)]}}. \quad (2.6.40)$$

Данное выражение является более эффективным поскольку не требует вычитания постоянной составляющей интерференционного сигнала, которое имеет большую погрешность при значениях фазы близким к нулю.

Калибровка коэффициентов изменения интенсивности интерферирующих пучков. Точность измерения амплитуд интерферирующих пучков прямо зависит от истинных значений коэффициентов пропускания нейтральных фильтров (или иных устройств, которые используются для изменения интенсивности интерферирующих пучков). Поэтому необходимость их калибровки не вызывает сомнений. Рассмотрим процесс калибровки нейтрального фильтра. С этой целью регистрируем интенсивности интерференционные картин со следующими параметрами коэффициентов ослабления объектного и опорного пучков: I_1 - опорный пучок полностью открыт, I_2 - опорный пучок частично перекрыт нейтральным фильтром с коэффициентом передачи m_2 , I_3 - объектный пучок частично перекрыт этим же фильтром, I_4 и I_5 - опорный и объектный

пучкиполностью перекрыты. В этом случае система уравнений аналогичная (2.6.29) примет следующий вид

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m_2^2 & 1 & m_2 & 1 \\ 1 & m_2^2 & m_2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r^2 \\ A_p^2 \\ 2A_r A_p \cos(\phi + \delta_i) \\ \text{const} \end{bmatrix} \quad (2.6.41)$$

Сформируем из системы уравнений (2.6.41) две системы уравнений меньшей размерности

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m_2^2 & 1 & m_2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r^2 \\ A_p^2 \\ 2A_r A_p \cos(\phi + \delta_i) \\ \text{const} \end{bmatrix}, \quad (2.6.42)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & m_2^2 & m_2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r^2 \\ A_p^2 \\ 2A_r A_p \cos(\phi + \delta_i) \\ \text{const} \end{bmatrix}. \quad (2.6.43)$$

Приравнивая решения системы уравнений (2.6.42) и (2.6.43) получим

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m_2^2 & 1 & m_2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & m_2^2 & m_2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.6.44)$$

Из системы уравнений (2.6.44) получим уравнение, которое содержит одно неизвестное

$$\frac{(I_2 - I_3) + (1 - m_2^2)(I_4 - I_5)}{m_2(1 - m_2)} = 0. \quad (2.6.45)$$

Отсюда найдем коэффициент передачи m_2 нейтрального фильтра

$$m_2 = + \sqrt{\frac{I_2 - I_3 + I_4 - I_5}{I_4 - I_5}}. \quad (2.6.46)$$

Для экспериментальной проверки работоспособности алгоритма использовалась измерительная система со структурированным освещением, которая рассмотрена в разделе 5.3. Выбор измерительной системы обосновывается простотой формирования проекционных картин, соответствующих различным значениям коэффициентов пропускания фильтров. Здесь действие нейтральных фильтров задавалась путем задания соответствующих значений A_r и A_p при синтезе проецируемой картины.

На первом этапе исследовались зависимость оценки коэффициента передачи от начальной фазы интерференционной полосы и от уровня шумов интенсивности регистрируемых проекционных картин. С этой целью регистрировались проецируемые на объект картины со следующими параметрами:

- коэффициенты передачи заданы в соответствии с системой уравнений (2.6.40): $m_1 = 1$, $m_2 = 0.5$, $m_3 = 0$, $n_1 = 0.5$ и $n_2 = 0$;
- фаза проекционных полос изменяется в пределах от 0 до 15 рад.;
- размер регистрируемой проекционной картины 6000x4000 пикселей;

- динамический диапазон изменения интенсивности 235 градаций «серого»;
- контраст регистрируемых проецируемых картин составляет 0.3-0.7;
- уровень шумов составляет 1-2 градации «серого», что соответствует уровню шумов восьмиразрядного устройства ввода оптических изображений.

Для исследования погрешности оценки коэффициента пропускания нейтрального фильтра от уровня шума интенсивности к полю интенсивности синтезируемым проекционных картин добавлялся аддитивный шум, имеющий нормальное распределение с нулевым средним. Уровень шума задавался в диапазоне от 1 до 3 процентов. Оценка значений коэффициента пропускания нейтрального фильтра производилась по формуле (2.6.42).

На рис. 2.6.9 показан график зависимости погрешности оценки коэффициента пропускания от уровня шума интенсивности проецируемых картин.

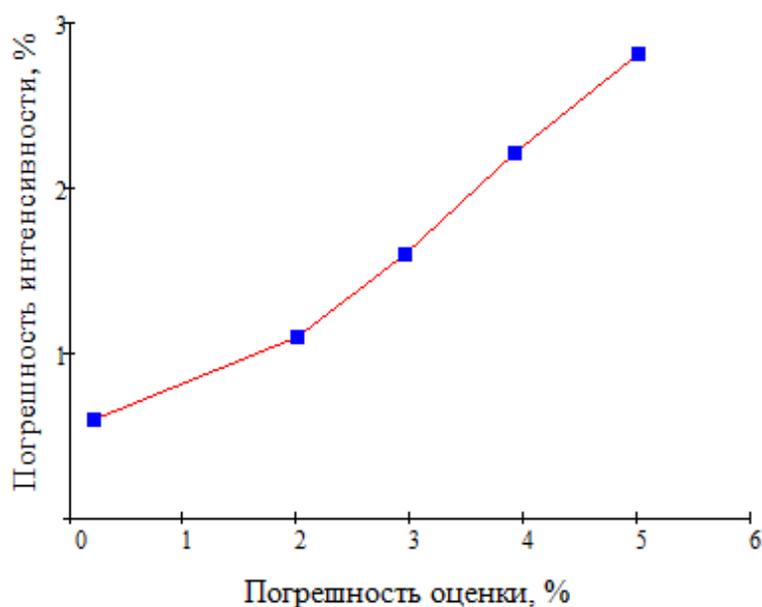


Рисунок 2.6.9 – Зависимость погрешности оценки коэффициента пропускания от уровня шума интенсивности

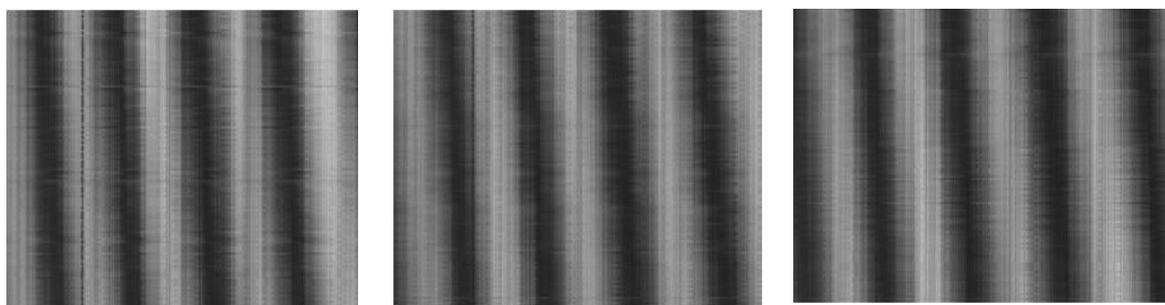
На втором этапе на этой же измерительной установке исследовался алгоритм нормирования проекционных картин с целью оценки возможности компенсации изменения контраста и средней интенсивности проекционных картин при внесении фазовых сдвигов. Вариация указанных параметров задавалась на уровне 5%, что соответствует качеству интерференционных картин при практических измерениях.

Эффективность алгоритма оценивалась путем сравнения результатов расшифровки фазы зарегистрированных проецируемых картин до и после их нормирования. Всего регистрировались три серии из четырех проецируемых на плоскую поверхность картин каждая.

Проекционные картины синтезированы с коэффициентами передачи: $m_1 = 1$, $m_2 = 0.5$, $m_3 = 0$ и $n_2 = 0$ для каждого из фазовых сдвигов: $\delta_0 = 0^\circ$ (первый столбец рис. 2.6.12), $\delta_1 = 90^\circ$ (второй столбец рис. 2.6.12) и $\delta_2 = 180^\circ$ (третий столбец рис. 2.6.12), соответственно.

Далее вычислялись переменные A_r^2 , A_p^2 и C по правилу (2.6.31) для каждой серии проекционных картин. Затем выполнялась нормирование полей интенсивности зарегистрированных проецируемых картин по правилу (2.6.36).

На рис. 2.6.10 и 2.6.11 показаны проекционные полосы и их профили в среднем сечении до и после их нормирования.



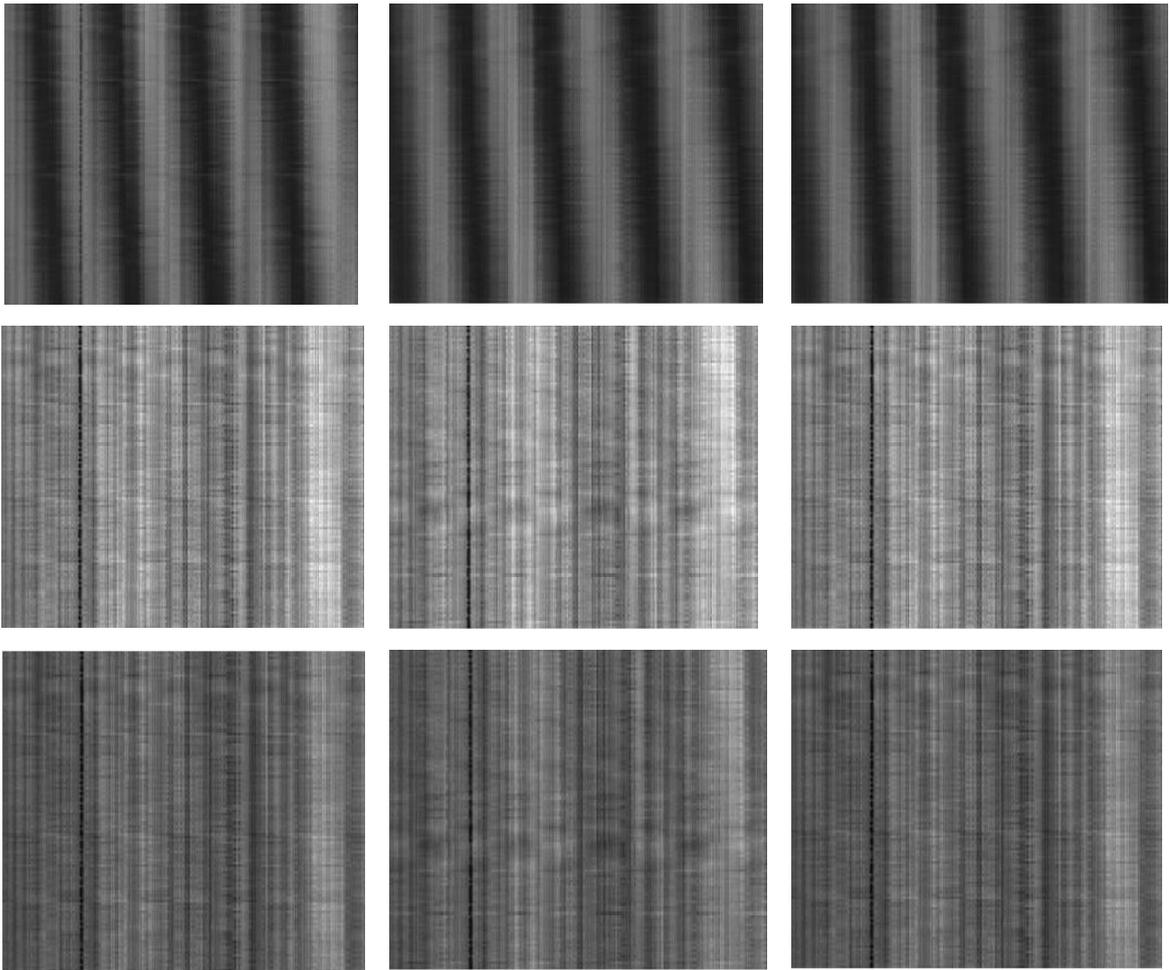


Рисунок 2.6.10 – Проецируемые на объект картины

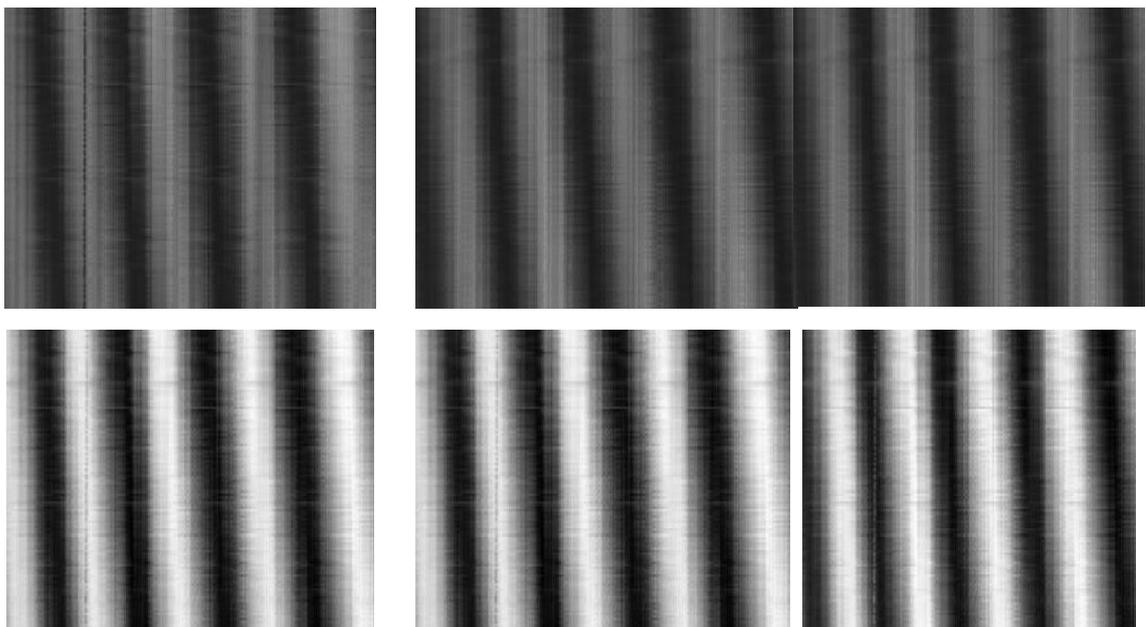


Рисунок 2.6.11 – Проецируемые картины до и после их нормирования

На рис. 2.6.12 и 2.6.13 показаны профили полос проецируемых картин до и после их нормирования, соответственно.

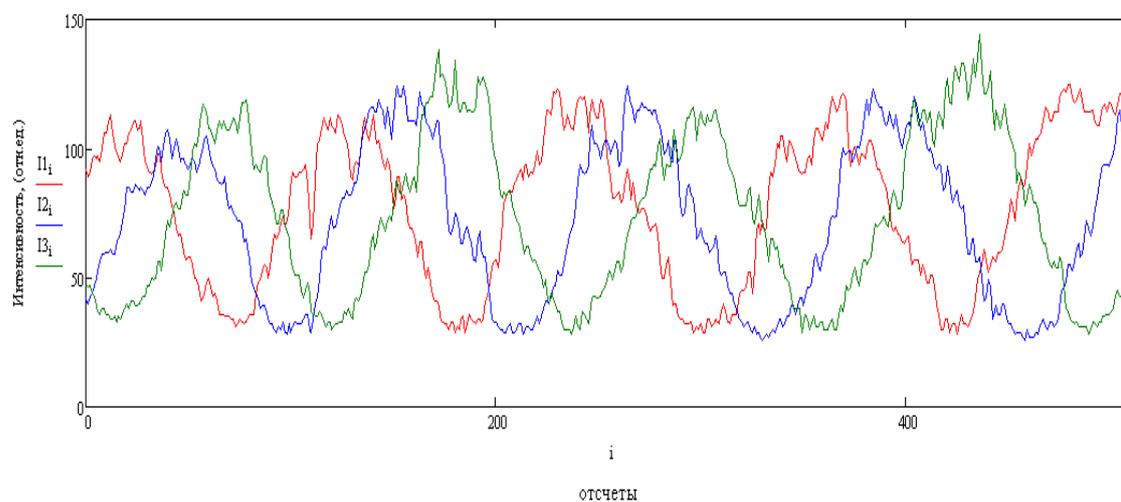


Рисунок 2.6.12 – Профили проецируемых полос до нормирования

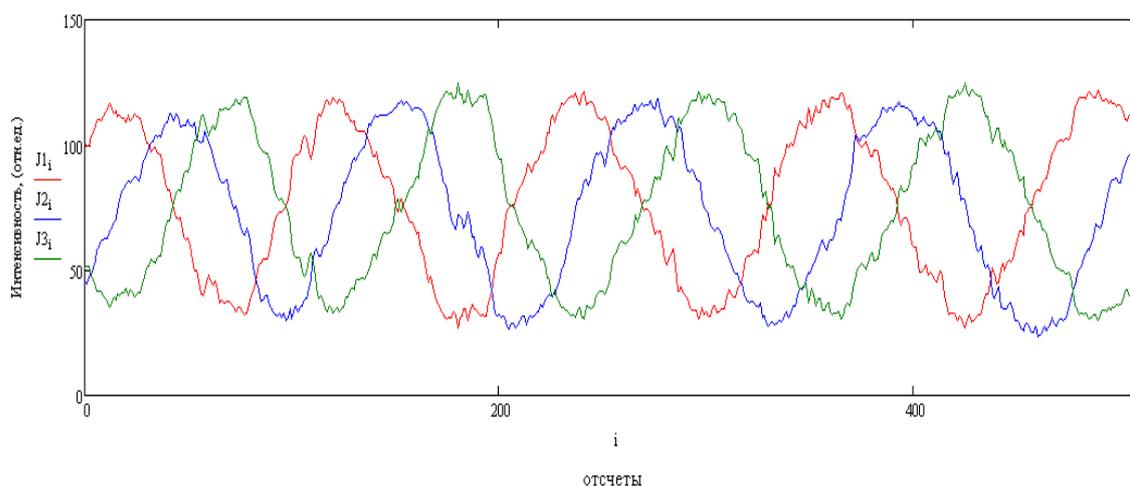


Рисунок 2.6.13 – Профили проецируемых полос после их нормирования

Качество нормирования интерференционных картин оценивалось путем сложения интенсивностей проекционных картин, имеющих противофазные значения (рис. 2.6.14).

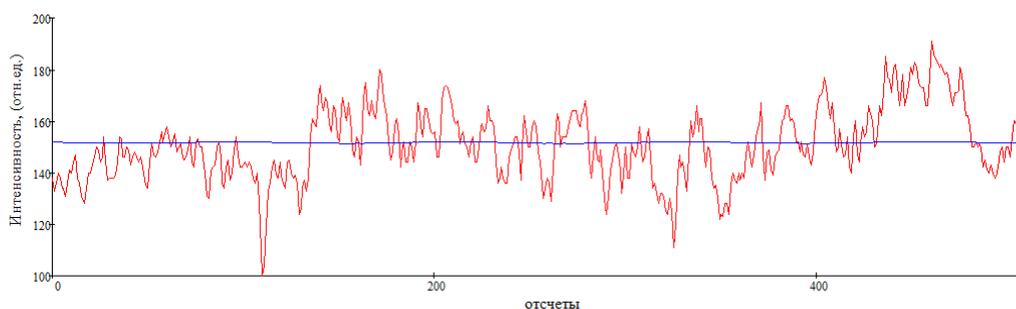
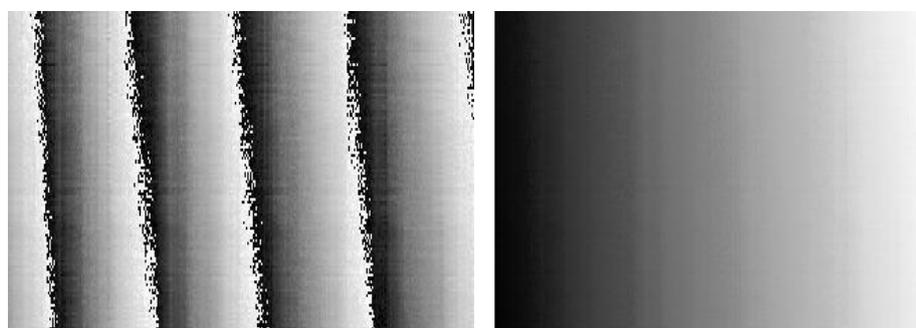


Рисунок 2.6.14 – Сумма проецируемых картин с противофазными сигналами до и после их нормирования

Отклонение интенсивности суммы проекционных картин до коррекции составило - 31,06%, а после коррекции – 0,02%. Полученные результаты свидетельствует о том, что гипотеза о постоянстве средней интенсивности и амплитуды проекционных полос после их нормирования выполняется удовлетворительно.

Расчет фазы проецируемых полос производился по обобщенному алгоритму, рассмотренному в главе 1. При этом использовались проецируемые картины до и после их нормирования. Полученные результаты показаны на рис. 2.6.15 - 2.6.17. На рис. 2.6.15 показаны фазы до и после устранения разрывов первого рода. Методы устранения разрывов фазы рассмотрены в разделе 4 главы 4.



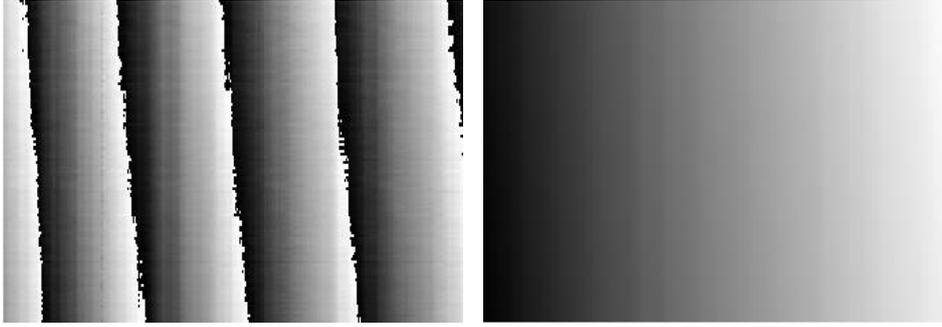


Рисунок 2.6.15 – Поля фазы до и после их нормирования

На рис.2.6.16 показаны графики фазы после устранения разрывов первого рода в среднем сечении фазы показанных на рис. 2.6.18 без коррекции (красная линия) и после нее (синяя линия).

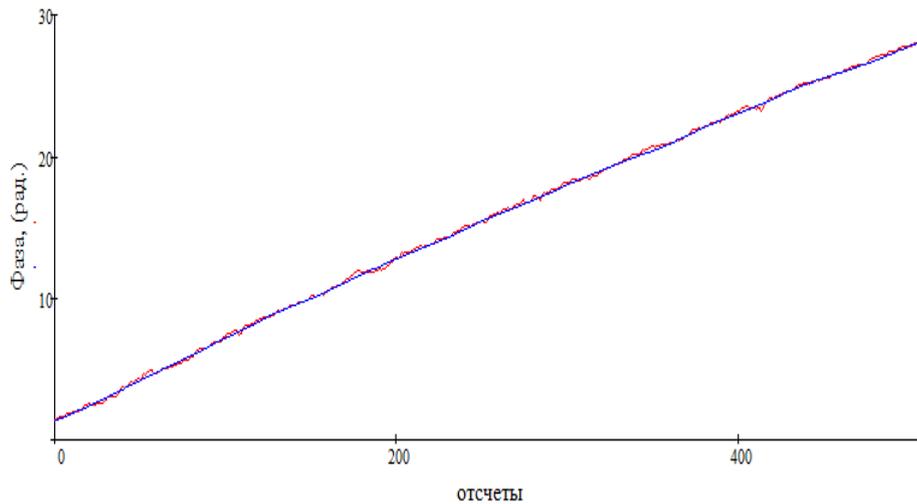


Рисунок 2.6.16 – Поля фазы до и после их нормирования
в среднем сечении

На рис.2.6.17 показаны рассчитанные отклонения поля фазы от плоскости $z=0$.

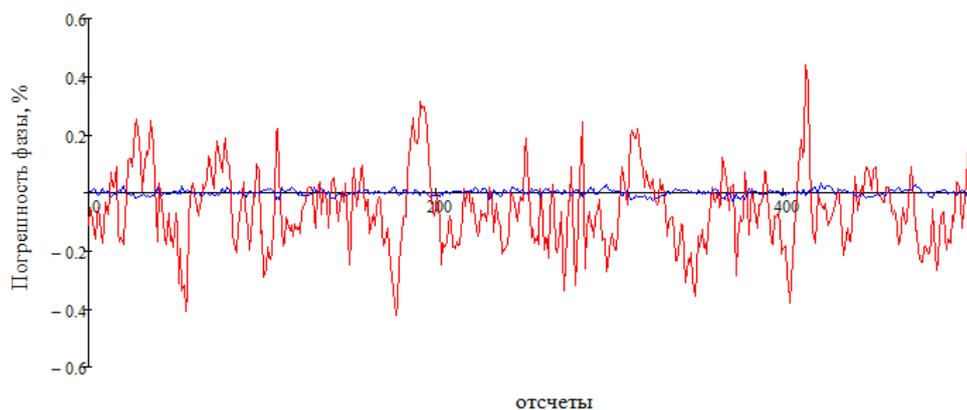


Рисунок 2.6.17 – Погрешность фазы до и после нормирования фазы

Погрешность определения профиля рельефа составила до нормирования - 22.27 нм и после нормирования 1.56 нм, соответственно. Полученные результаты показывают, что при реальных измерениях необходимо обеспечивать неизменность средней интенсивности и амплитуды интерференционных полос при внесении фазовых сдвигов. Метод применялся автором для анализа и коррекции средней интенсивности амплитуды как интерференционных картин [16], так и цифровых голограмм [60, 61].

2.7 Повышение пространственного разрешения в цифровых голографических и интерференционных системах

В данном разделе предлагается модификация алгоритма повышения латерального разрешения регистрируемых цифровых изображений: голограмм (интерференционных картин).

Одним из важнейших критериев, определяющих качество цифровых интерференционных, в том числе, голографических измерительных систем является латеральное разрешение, которое определяется разрешающей способностью регистрирующей среды [6]. Так, например, отечественные фотопластинки ПФГ-03М имеют пространственное (латеральное) разрешение порядка шести тысяч линий на миллиметр. Однако

необходимость операций связанных с проявлением фотоматериалов делает такой способ регистрации голограмм мало технологичным. Попытки замены галогенсеребряных фотоматериалов фотополимеризующими средами чувствительными к лазерному излучению полностью не могут решить эту проблему т.к. требуют большой мощности лазера при экспонировании голограмм, а их латеральное разрешение достигает не более нескольких сот линий на миллиметр. Отметим, что по мере развития технологии фотоматериалов работы в этом направлении по-прежнему являются актуальными [162, 177].

На современном этапе основное внимание уделяется методам цифровой голографии, в которой запись голограмм производится с помощью фотоматриц. Цифровые матрицы имеют характерный порядок 6000×4000 пикселей при размерах пиксела порядка 2-10 микрометров. Так в 2015 г. фирма «Canon» анонсировала фотоматрицу имеющую объем в 250 Mpixel. Матрица занимает площадь около 600 мм^2 . Разрешение составляет $19\,580 \times 12\,600$ пикселей. Скорость считывания достигает 1.25 миллиардов пикселей/сек, что позволяет достичь скорости съемки до 5 кадр/с. Однако даже такие высокие показатели современных фотоматриц недостаточны, и они пока не могут конкурировать по пространственному разрешению с традиционными фотоматериалами. Поэтому основное внимание исследователей посвящено разработке алгоритмов синтеза высокоразрешающих изображений из набора изображений с малым латеральным разрешением: «субпиксельное» сканирование [78, 142, 144, 222, 231]. В работе [234] приведен пример синтеза цифровой голограммы размером 218 Mpixel. Время синтеза цифровой голограммы составило 9 ч. 19 мин. Полное время восстановления такой цифровой голограммы составляет не менее трех дней, что делает такой метод неприемлемым для практического использования. В данном разделе решается задача разработки быстрого алгоритма для синтеза высокоразрешающих двумерных изображений.

В работе [5] рассмотрен способ синтеза одномерных высокоразрешающих изображений основе субпиксельного сканирования. Субпиксельное сканирование может осуществляться различными способами, например, сдвигами фотодетектора на субпиксельную величину по координатным осям x и y (рис. 2.7.1).

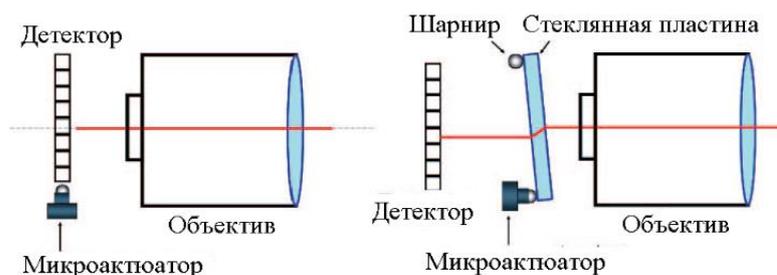


Рисунок 2.7.1 – Способы формирования субпиксельных низкоразрешающих изображений

Смещение изображения также может быть реализовано сдвигом непосредственно самого объекта с помощью двухкоординатного актюатора. Так моторизованные актюаторы 8MTF фирмы Викон Станда могут обеспечить плоские сдвиги по двум координатным осям с шагом 0.31 мкм [8]. При характерном размере пикселя фотокамеры порядка 1-10 мкм можно обеспечить пространственный сдвиг изображения на 1/3-1/30 долю пикселя.

В оптике классический предел разрешения двух линий для идеальной оптической системы определяется критерием Рэлея

$$R = \frac{\lambda}{2Na}, \quad (2.7.1)$$

где Na – числовая апертура. $Na = \sin(\theta)$, (2.7.2)

здесь θ - угол приема.

В оптической микроскопии теоретически максимальное значение числовой апертуры: $Na = 1$. На практике числовое значение апертуры Na не превышает 0.94. При этом максимальное разрешение оптических приборов не превышает 200-300 нм [56]. Дискретность перемещения современных устройств позиционирования имеет величину порядка 0,1 нм. Пространственный сдвиг может осуществляться по всем координатным осям x , y и z .

Однако система уравнений при сканировании с малыми шагами имеет очень большой размер. Это приводит к значительному увеличению времени обработки интерференционных картин и снижению точности расчетов из-за накопления методических ошибок.

Рассмотрим метод преобразования системы уравнений к блочно-ленточному виду, что позволяет значительно повысить производительность вычислений. Общая постановка задачи синтеза высокоразрешающих одномерных изображений при субпиксельном сканировании приведена в работе [5]. Рис. 2.7.2 иллюстрирует процесс субпиксельного сканирования. На рис. 2.7.2 n – число элементов раstra с низким разрешением, а i число элементов высокоразрешающего раstra попадающих в низкоразрешающую апертуру l .

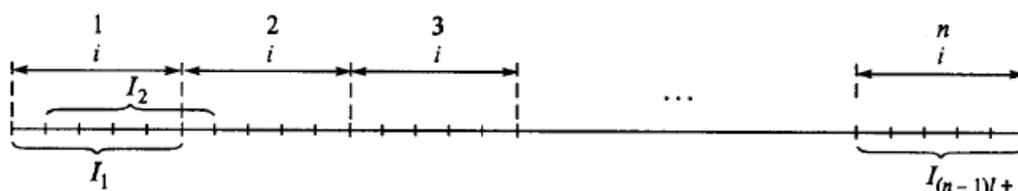


Рисунок 2.7.2 – Схема регистрации низкоразрешающего сигнала при субпиксельном сдвиге [4]

При субпиксельном сканировании формируется последовательность значений интенсивностей I_i изображения с большой апертурой. Шаг сканирования выбирается в зависимости от требуемого коэффициента

Из системы уравнений (2.7.4) можно определить элементы раstra x , имеющего высокое разрешение [22].

Обобщим принцип субпиксельного сканирования на двумерные изображения. Пусть коэффициенты требуемого увеличения латерального разрешения по горизонтали и вертикали равны l и k соответственно.

Отметим, что общее количество элементов низкоразрешающих растров должно быть равно числу элементов высокоразрешающего раstra $N = (N_x l) \times (N_y k)$. равен N_x и N_y размеры изображения по горизонтали и вертикали, соответственно. Величины субпиксельного сдвига равны:

$$\Delta x = \frac{L_x}{l-1} \quad \text{и} \quad \Delta y = \frac{L_y}{k-1}, \quad \text{здесь } L_x \text{ и } L_y - \text{линейные размеры пикселя}$$

исходного изображения по горизонтали и вертикали, соответственно. Если субпиксельные сдвиги выполняются только вдоль строк. То из (2.7.4) следует, что матрица системы блочно-диагональная

$$A_x = \begin{bmatrix} B_x & & \vdots & & 0 \\ & B_x & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & \vdots & B_x & \\ 0 & & & \vdots & B_x \end{bmatrix}, \quad (2.7.5)$$

где B_x – блочная матрица (2.7.4).

Очевидно, что каждый блок B_x матрицы случае A_x описывает одну строку изображения с высоким разрешением. В этом случае A_x - это матрица с наддиагональной лентой. Ширина ленты равна n (см. рис. 2.7.2).

$$B_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \vdots & & & & & 0 \\ & 1 & 1 & 1 & 1 & \vdots & & & & & \\ & & 1 & 1 & 1 & \vdots & 1 & & & & \\ & & & 1 & 1 & \vdots & 1 & 1 & & & \\ 0 & & & & 1 & \vdots & 1 & 1 & 1 & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ & & & & & \vdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & \vdots & & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & \vdots & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & \vdots & & & & 1 & 1 \\ 0 & & & & & \vdots & 0 & & & & 1 \end{bmatrix}_{N_x l \times N_x l}. \quad (2.7.6)$$

При формировании высокоразрешающего растра сдвигами в обоих направлениях матрица системы имеет ленточно-блочную структуру с шириной ленты равной коэффициенту увеличения пространственного разрешения в вертикальном направлении – k

$$A_{xy} = \begin{bmatrix} B_x & B_x & \vdots & & 0 \\ & B_x & \vdots & B_x & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & \vdots & B_x & B_x \\ 0 & & \vdots & & B_x \end{bmatrix}_{N_x l \cdot N_y k \times N_x l \cdot N_y k}, \quad (2.7.7)$$

Для наглядности рассмотрим алгоритм синтеза высокоразрешающего растра, в котором увеличение пространственного разрешения удваивается в каждом из пространственных направлений, а матрица фотоприемника состоит из двух элементов (рис. 2.7.3).

Пусть $l=k=2$ при этом разрешение изображения увеличивается в 2 раза, т.е. $N=4$. В этом случае регистрируем следующие 4 изображения:

$I_1 = I(x, y)$ – исходное изображение;

$I_2 = I(x + \Delta x, y)$ – изображение, смещенное в направлении координатной оси x на шаг субпиксельного сканирования Δx ;

$I_3 = I(x, y + \Delta y)$ – изображение, смещенное в направлении координатной оси y на шаг субпиксельного сканирования Δy ;

$I_4 = I(x + \Delta x, y + \Delta y)$ – изображение со смещением, как по координатной оси x , так и по координатной оси y с шагами субпиксельного сканирования Δx и Δy , соответственно.

I1(1)		I1(2)			I2(1)		I2(1)		
a11	a12	a13	a14		a11	a12	a13	a14	0
a21	a22	a23	a24		a21	a22	a23	a24	0
I3(1)		I3(2)			I4(1)		I4(2)		
a11	a12	a13	a14		a11	a12	a13	a14	
a21	a22	a23	a24		a21	a22	a23	a24	0
0	0	0	0		0	0	0	0	0

Рисунок 2.7.3 – Схема формирования низкоразрешающих изображений

В соответствии с видом матрицы системы (2.7.7) получим

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{8 \times 8} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{24} \end{bmatrix}_{1 \times 8} = \begin{bmatrix} I_1(1) \\ I_2(1) \\ I_1(2) \\ I_2(2) \\ I_3(1) \\ I_4(1) \\ I_3(2) \\ I_4(2) \end{bmatrix}_{1 \times 8} \quad (2.7.8)$$

Матрицу системы (2.7.8) можно привести к матрице с плотным расположением диагоналей. Для этого из изображений I_1 , I_2 и I_3 , I_4 формируем два растра H_1 и H_2 , каждая из строк которых, состоит из удвоенной последовательности пикселей в горизонтальном направлении.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1(1) \\ H_1(2) \\ H_1(3) \\ H_1(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1(1) \\ I_2(1) \\ I_1(2) \\ I_2(2) \end{bmatrix} \quad (2.7.9)$$

и

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_2(1) \\ H_2(2) \\ H_2(3) \\ H_2(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3(1) \\ I_4(1) \\ I_3(2) \\ I_4(2) \end{bmatrix}. \quad (2.7.10)$$

Тогда решение систем уравнений (2.7.8) дает

$$H_1 = \begin{bmatrix} a_{11} + a_{21} \\ a_{12} + a_{22} \\ a_{13} + a_{23} \\ a_{14} + a_{24} \end{bmatrix} \text{ и } H_2 = \begin{bmatrix} a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{24} \end{bmatrix}. \quad (2.7.11)$$

Из полученных растров (2.7.11) формируем итоговый высокоразрешающий растр H требуемого размера $(2 \times N) \times (2 \times N)$ аналогично изложенной методике для увеличения разрешения в горизонтальном направлении

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{8 \times 8} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{24} \end{bmatrix}_{1 \times 8} = \begin{bmatrix} H_1(1) \\ H_1(2) \\ H_1(3) \\ H_1(4) \\ H_2(1) \\ H_2(2) \\ H_2(3) \\ H_2(4) \end{bmatrix}_{1 \times 8}. \quad (2.7.12)$$

Данный алгоритм легко обобщается на произвольное число пространственных сдвигов [50]. Объем информации в таких голограммах

может достигать гигапиксельной величины, поэтому для повышения скорости обработки цифровых интерференционных картин большого размера применялись современные методы параллельных вычислений по технологии GPGPU/CUDA [22, 50, 51]. Реализация метода защищена патентом РФ [45].

Формирование цифровой голограммы путем субпиксельного сканирования цифровых голограмм с низким разрешением позволяет повысить ее пространственное разрешение до $1000 \div 2000$ линий на миллиметр. Это третье защищаемое научное положение.

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 2

1. Впервые выполнен комплексный анализ погрешностей измерения фазы для общепринятых алгоритмов расшифровки интерференционных картин. Получены формулы оценки погрешности фазы интерференционных сигналов, учитывающие структуру формулы расшифровки.
2. Методом компьютерного моделирования измерения исследованы различные факторы, влияющие на погрешность измерения фазы: изменение амплитуды интерференционных полос, неточность установки фазовых сдвигов и изменение средней интенсивности интерференционной картины. Показано, что изменение средней интенсивности интерференционной картины приводит к артефактам пропорциональным первой гармонике, а остальные второй гармонике интерференционного сигнала, соответственно.
3. Показано, что многоточечные методы имеют меньший уровень шумов, обусловленный изменением амплитуды интерференционных полос, но имеют сопоставимую алгоритмам с малым числом точек чувствительность к неточности установки фазовых сдвигов. Поэтому их применение целесообразно в методах, обеспечивающих высокую точность установки фазовых сдвигов, например, в методах структурного освещения объектов [16, 41, 106, 122, 151].

4. Для обеспечения основного условия формул расшифровки: постоянства неизвестных параметров интерференционных картин в анализируемой точке разработаны новые алгоритмы определения амплитуды опорного и предметного (объектного) пучков. Алгоритмы основаны на методе пошагового фазового сдвига, в котором получают серию интерференционных картин путем внесения фазового сдвига в опорное плечо интерферометра, затем изменяют интенсивность опорного пучка, и получают новую серию интерференционных картин. Затем по предлагаемым алгоритмам рассчитываются амплитуды опорного и объектного пучков [18, 131]. До нормирования интерференционных картин абсолютная погрешность измерения рельефа поверхности (PV) составила - 22.27 нм, а после их нормирования 1.56 нм. Таким образом применение нового метода нормирования средней интенсивности и амплитуды интерференционных картин позволяет в 14 раз снизить погрешность измерения рельефа поверхности.

5. Для измерения амплитуды объектного и опорного пучков выполнена модификация оптической схемы интерферометра, в которую введены перестраиваемый нейтральный фильтр осуществляющий контролируемое ослабление амплитуды опорного пучка и прерыватель объектного пучка.

6. Предложен новый способ калибровки коэффициента пропускания нейтрального фильтра из результатов измерений интенсивности интерференционных картин.

7. Предложен метод повышения пространственного разрешения цифровых интерференционных картин (голограмм). Так повышение пространственного разрешения в два раза позволяет пропорционально снизить погрешность определения фазы. Метод позволяет получать цифровые голограммы с пространственным разрешением порядка 1000-2000 линий на миллиметр.

Материал главы основан на работах автора [16, 21, 22, 32, 35, 50, 44, 45, 61, 100, 101, 106, 145].

ГЛАВА 3. ТРАЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН С ПОШАГОВЫМ ФАЗОВЫМ СДВИГОМ

В предыдущей главе показано, что определение параметров интерференционных картин при неизвестной форме волнового фронта представляет собой сложную техническую задачу. В данной главе предложен новый подход к анализу интерференционных сигналов, получаемых в оптико-электронных интерференционных измерительных системах, основанный на анализе траектории в пространстве их интенсивностей.

3.1. Траектория интерференционных сигналов в пространстве интенсивностей

Представим совокупность интерференционных сигналов $I_i(x, y)$ в виде многомерного вектора \vec{I} в пространстве интенсивностей

$$\vec{I} = (I_1(x, y, \delta_1), I_2(x, y, \delta_2), \dots, I_N(x, y, \delta_N))^T, \quad (3.1.1)$$

где N – число фазовых сдвигов.

Очевидно, что при изменении фазы интерференционных сигналов $I_i(x, y)$ годограф вектора \vec{I} будет описывать некоторую траекторию в пространстве интенсивностей. Без потери общности исследуем процесс образования траектории интерференционными сигналами с фазовыми сдвигами равными: $\delta_1 = -\delta_3$ и $\delta_2 = 0^\circ$.

Пусть средние интенсивности $A_i(x, y)$ и амплитуды интерференционных полос $B_i(x, y)$ удовлетворяют условию: $A_i(x, y) = \text{const}$ и $B_i(x, y) = \text{const}$

. Тогда траектория, которую описывает годограф интерференционных сигналов, \vec{I} в одноименных точках (x, y) интерференционных картин может быть представлена следующим образом [29, 79, 80, 138, 171, 236, 252, 259]:

$$\begin{pmatrix} I_1(x, y) \\ I_2(x, y) \\ I_3(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1(x, y) + B_1(x, y) \cos(\phi(x, y)) \\ A_2(x, y) + B_2(x, y) \cos(\phi(x, y + \delta)) \\ A_3(x, y) + B_3(x, y) \cos(\phi(x, y - \delta)) \end{pmatrix}. \quad (3.1.2)$$

Перепишем выражение (3.1.2) опуская индексы (x, y)

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 + B_1 \cos(\phi) \\ A_2 + B_2 \cos(\phi + \delta) \\ A_3 + B_3 \cos(\phi - \delta) \end{pmatrix}. \quad (3.1.3)$$

Уравнение траектории в пространстве интенсивностей интерференционных сигналов можно найти, исключая параметр ϕ из уравнений (3.1.3). Для этого преобразуем систему уравнений следующим образом

$$\begin{pmatrix} \frac{I_1 - A_1}{B_1} \\ \frac{I_2 - A_2}{B_2} \\ \frac{I_3 - A_3}{B_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) \\ \cos(\phi + \delta) \\ \cos(\phi - \delta) \end{pmatrix}. \quad (3.1.4)$$

С учетом тригонометрической подстановки $\sin \phi = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \phi}$ получим

$$\begin{pmatrix} \frac{I_2 - A_2}{B_2} \\ \frac{I_3 - A_3}{B_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{I_1 - A_1}{B_1} \right) \cos \delta \mp \sqrt{1 - \left(\frac{I_1 - A_1}{B_1} \right)^2} \sin \delta \\ \left(\frac{I_1 - A_1}{B_1} \right) \cos \delta \pm \sqrt{1 - \left(\frac{I_1 - A_1}{B_1} \right)^2} \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (3.1.5)$$

Возводя в квадрат правую и левую части системы уравнений (3.1.5) после их суммирования получим

$$\left(\frac{I_1 - A_1}{B_1} \right)^2 (2 \sin^2 \delta - 1) + \left(\frac{I_2 - A_2}{B_2} \right)^2 + \left(\frac{I_3 - A_3}{B_3} \right)^2 = 2 \sin^2 \delta. \quad (3.1.6)$$

Уравнение (3.1.6) описывает эллипсоид в декартовой системе координат [49]. Отметим, что в случае, когда $2 \sin^2 \delta - 1 = \frac{1}{2}$, где

$\delta_{2,3} = \left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right)$ и при равенстве амплитуд интерференционных полос

$B_1 = B_2 = B_3 = B$ уравнение (3.1.6) переходит в уравнение сферы радиусом $\frac{3}{2}R$ с центром в точке $I_0 = [A_1 \ A_2 \ A_3]^T$

$$(I_1 - A_1)^2 + (I_2 - A_2)^2 + (I_3 - A_3)^2 = \left(\frac{3}{2}R \right)^2. \quad (3.1.7)$$

Поведение пространственной кривой описывается трехгранником (репером) Френе [54]. Векторы $\vec{\tau}$, $\vec{\nu}$ и $\vec{\beta}$ (рис. 3.1.1) являются единичными векторами – касательной, главной нормали и бинормали к траектории $\vec{\Gamma}$ в точке P , соответственно. Векторы $\vec{\tau}$, $\vec{\nu}$ и $\vec{\beta}$ можно выразить через производные траектории в точке P

$$\begin{aligned}
 \vec{t} &= \dot{\mathbf{r}}(\phi), \\
 \vec{v} &= \ddot{\mathbf{r}}(\phi), \\
 \vec{\beta} &= [\dot{\mathbf{r}}(\phi) \times \ddot{\mathbf{r}}(\phi)],
 \end{aligned}
 \tag{3.1.8}$$

где ϕ – параметр кривой (фаза).

Для вычисления кручения кривой, по которой движется точка P воспользуемся формулами Френе [54]

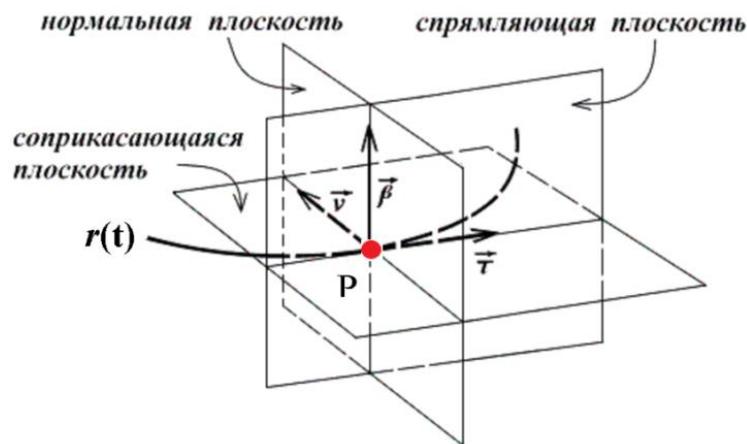


Рисунок 3.1.1 – Сопровождающий трехгранник Френе

Формула для кручения в естественной параметризации имеет вид [59]

$$\chi = \frac{|(\vec{r}, \vec{r}, \vec{r})|}{|\vec{r} \times \vec{r}|^2} = \frac{|(\vec{r}, [\vec{r} \times \vec{r}])|}{|\vec{r} \times \vec{r}|^2},
 \tag{3.1.9}$$

здесь операторы $(*,*)$ и $(* \times *)$ обозначают скалярное и векторное произведение векторов, соответственно.

Продифференцируем уравнения (3.1.2)

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} -B_1 \cdot \sin(\phi) \\ -B_2 \cdot \sin(\phi + \delta_1) \\ -B_3 \cdot \sin(\phi + \delta_2) \end{bmatrix}, \quad \vec{r}' = \begin{bmatrix} -B_1 \cdot \cos(\phi) \\ -B_2 \cdot \cos(\phi + \delta_1) \\ -B_3 \cdot \cos(\phi + \delta_2) \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \vec{r}'' = \begin{bmatrix} B_1 \cdot \sin(\phi) \\ B_2 \cdot \sin(\phi + \delta_1) \\ B_3 \cdot \sin(\phi + \delta_2) \end{bmatrix}. \quad (3.1.10)$$

Из полученных значений векторов \vec{r} , \vec{r}' и \vec{r}'' видно, что смешенное произведение этих векторов равно нулю. Это следует из ортогональности векторов \vec{r} и \vec{r}' . Отсюда следует, что кручение кривой равно нулю, следовательно, траектория (3.1.6) является плоской кривой (фигура Лиссажу [164]). Плоская кривая может быть задана системой уравнений, которая описывает точки пересечения поверхности эллипсоида (3.1.6) с секущей его плоскостью [37]. Однако, в работах использующих анализ эллиптической траектории в пространстве \mathbf{R}^3 и выше, данное обстоятельство игнорируется, что приводит к неоправданному расширению области разрешенных состояний интерференционных сигналов [165, 252, 259].

Построим уравнение секущей плоскости. Для этого необходимо задать на траектории интерференционных сигналов три точки:

$$P_1 = \begin{pmatrix} I_{11}(x, y) \\ I_{12}(x, y) \\ I_{13}(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1(x, y) + B_1(x, y) \cos(\phi_1(x, y)) \\ A_1(x, y) + B_1(x, y) \cos(\phi_1(x, y) + \delta) \\ A_1(x, y) + B_1(x, y) \cos(\phi_1(x, y) - \delta) \end{pmatrix},$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} I_{21}(x, y) \\ I_{22}(x, y) \\ I_{23}(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2(x, y) + B_2(x, y) \cos(\phi_2(x, y)) \\ A_2(x, y) + B_2(x, y) \cos(\phi_2(x, y) + \delta) \\ A_2(x, y) + B_2(x, y) \cos(\phi_2(x, y) - \delta) \end{pmatrix}, \quad (3.1.11)$$

$$P_3 = \begin{pmatrix} I_{31}(x, y) \\ I_{32}(x, y) \\ I_{33}(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_3(x, y) + B_3(x, y) \cos(\phi_3(x, y)) \\ A_3(x, y) + B_3(x, y) \cos(\phi_3(x, y) + \delta) \\ A_3(x, y) + B_3(x, y) \cos(\phi_3(x, y) - \delta) \end{pmatrix}.$$

Далее для упрощения формул пространственные индексы (x, y) опускаем.

Уравнение плоскости в трехмерном пространстве имеет вид [37]

$$Ax + By + Cz + D = 0. \quad (3.1.12)$$

Значения коэффициентов уравнения плоскости (3.1.11) можно получить, раскладывая определитель по строке

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B & C & D \\ I_{11} & I_{21} & I_{31} & 1 \\ I_{12} & I_{22} & I_{32} & 1 \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} & 1 \end{vmatrix}. \quad (3.1.13)$$

Разложим определитель (3.1.13):

$$A = \begin{vmatrix} I_{21} & I_{31} & 1 \\ I_{22} & I_{32} & 1 \\ I_{23} & I_{33} & 1 \end{vmatrix} = (I_{33} - I_{32})I_{21} + (I_{31} - I_{33})I_{22} + (I_{32} - I_{31})I_{23}, \quad (3.1.14)$$

$$B = - \begin{vmatrix} I_{11} & I_{31} & 1 \\ I_{12} & I_{32} & 1 \\ I_{13} & I_{33} & 1 \end{vmatrix} = (I_{33} - I_{32})I_{11} + (I_{31} - I_{33})I_{12} + (I_{32} - I_{31})I_{13}, \quad (3.1.15)$$

$$C = \begin{bmatrix} I_{21} & I_{31} & 1 \\ I_{22} & I_{32} & 1 \\ I_{23} & I_{33} & 1 \end{bmatrix} = (I_{32} - I_{33})I_{21} + (I_{33} - I_{31})I_{22} + (I_{31} - I_{32})I_{23}. \quad (3.1.16)$$

$$D = - \begin{bmatrix} I_{11} & I_{21} & I_{31} \\ I_{12} & I_{22} & I_{32} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix} = \quad (3.1.17)$$

$$= (I_{23}I_{32} - I_{22}I_{33})I_{11} + (I_{21}I_{33} - I_{31}I_{23})I_{12} + (I_{22}I_{31} - I_{21}I_{32})I_{13}.$$

Подставляя значения интенсивностей точек $P_1 \div P_3$ в уравнения (3.1.14) - (3.1.17) получим значения коэффициентов общего уравнения плоскости (3.1.12)

$$A = -2B_2B_3 \sin(\delta_1 - \delta_2), \quad (3.1.18)$$

$$B = 2B_1B_3 \sin(\delta_2), \quad (3.1.19)$$

$$C = -2B_1B_2 \sin(\delta_1), \quad (3.1.20)$$

$$D = -2A_1B_2B_3 \sin(\delta_1 - \delta_2) + 2A_2B_1B_2 \sin(\delta_2) + 2A_3B_2B_3 \sin(\delta_2) = \quad (3.1.21)$$

$$= -(A_1 A + A_2 B + A_3 C).$$

Из коэффициентов (3.1.18 – 3.1.20) следует, что наклон плоскости не зависит от средней интенсивности интерференционных картин. Изменение средней интенсивности интерференционных картин приводит только к плоскопараллельному смещению плоскости относительно системы декартовых координат. Отметим, что из коэффициентов уравнения

плоскости можно также найти знаки вносимых углов фазового сдвига т.к. амплитуды интерференционных полос неотрицательны.

Коэффициенты уравнения плоскости связаны между собой соотношением

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} + D = 0. \quad (3.1.22)$$

или

$$A_1 A + B_1 B + C_1 C + D = 0. \quad (3.1.23)$$

Данное соотношение может служить проверочным выражением или дополнительным уравнением при расчете средней интенсивности интерференционных картин, получаемых методом фазовых сдвигов.

При известных значениях фазовых сдвигов δ из коэффициентов (3.1.18) – (3.1.21) можно получить значение отношений амплитуд интерференционных полос

$$\frac{B_1}{B_2} = -\frac{B}{A}, \quad (3.1.24)$$

$$\frac{B_1}{B_3} = \frac{C}{A}. \quad (3.1.25)$$

Трехмерную траекторию вида (3.1.6) можно представить уравнением общего вида [49]

$$a_{11}I_1^2 + a_{22}I_2^2 + a_{33}I_3^2 + 2a_{12}I_1I_2 + 2a_{13}I_1I_3 + 2a_{23}I_2I_3 + 2a_{14}I_1 + 2a_{24}I_2 + 2a_{34}I_3 + a_{44} = 0 \quad (3.1.26)$$

где a - коэффициенты уравнения.

В общем виде в однородной системе координат трехмерную траекторию (3.1.6) можно также представить квадратикой [37]

$$\vec{I}^T \mathbf{A} \vec{I} = 0, \quad (3.1.27)$$

где \vec{I} - вектор интенсивностей: $\vec{I} = [I_1 \ I_2 \ I_3 \ 1]^T$, а \mathbf{A} - матрица

$$\text{квадратичной формы: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}. \quad (3.1.28)$$

Коэффициенты матрицы \mathbf{A} найдем, подставляя значения интенсивностей интерференционных картин (3.1.3) в уравнение эллипсоида (3.1.27)

$$a_{11} = \frac{1}{B_1^2},$$

$$a_{12} = a_{21} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \delta_1}{B_1 B_2},$$

$$a_{13} = a_{31} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \delta_2}{B_1 B_3},$$

$$a_{14} = a_{41} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(\delta_1 - \delta_2)}{B_1} - \frac{A_1}{B_1^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{A_2 \cos(\delta_1)}{B_1 B_2} + \frac{A_3 \cos(\delta_2)}{B_1 B_3} \right),$$

$$a_{22} = \frac{1}{B_2^2},$$

$$\begin{aligned}
a_{23} = a_{32} &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos(\delta_1 - \delta_2)}{B_1 B_2}, \\
a_{24} = a_{42} &= \frac{\sin(\delta_2)}{B_2} - \frac{A_2}{B_2^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{A_3 \cos(\delta_1 - \delta_2)}{B_1 B_3} + \frac{A_1 \cos(\delta_1)}{B_1 B_2} \right), \\
a_{33} &= \frac{1}{B_3^2}, \\
a_{34} = a_{43} &= -\frac{\sin(\delta_1)}{B_2} - \frac{A_3}{B_3^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{A_1 \cos(\delta_2)}{B_1 B_3} + \frac{A_2 \cos(\delta_2)}{B_2 B_3} \right), \tag{3.1.29} \\
a_{44} &= \frac{1}{4} \left(\cos(2\delta_1 - 2\delta_2) + \cos(2\delta_1) + \cos(2\delta_1) \right) + \left(\frac{A_1}{B_1} + \frac{A_2}{B_2} + \frac{A_3}{B_3} \right) + \\
&\quad - \left(\frac{2A_1 \sin(\delta_1 - \delta_2)}{B_1} - \frac{2A_2 \sin(\delta_2)}{B_2} + \frac{2A_3 \cos(\delta_1)}{B_3} \right) - \\
&\quad - \left(\frac{A_2 A_3 \cos(\delta_1 - \delta_2)}{B_2 B_3} + \frac{A_1 A_2 \cos(\delta_1)}{B_1 B_2} \right) - \frac{3}{4}.
\end{aligned}$$

Значение уровней средней интенсивности интерференционных картин A_1 , A_2 и A_3 (центр эллипса) находим, решая систему уравнений из коэффициентов эллипса (3.1.29), по известным формулам [37]

$$A_1 = -\frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_{14} & a_{12} & a_{13} \\ a_{24} & a_{22} & a_{23} \\ a_{34} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \tag{3.1.30}$$

$$A_2 = -\frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{14} & a_{13} \\ a_{21} & a_{24} & a_{23} \\ a_{31} & a_{34} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$A_3 = -\frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \end{vmatrix},$$

здесь D - детерминант матрицы A .

Значения амплитуд интерференционных полос B_1 , B_2 и B_3 рассчитываем по коэффициентам уравнения эллипсоида, a_{11} , a_{22} и a_{33} , соответственно:

$$B_1 = \frac{1}{\sqrt{a_{11}}}, B_2 = \frac{1}{\sqrt{a_{22}}} \text{ и } B_3 = \frac{1}{\sqrt{a_{33}}},$$

$$a_{12} = a_{21} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \delta_1}{B_1 B_2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \delta_1}{\sqrt{a_{11} a_{22}}}, \quad (3.1.31)$$

$$a_{13} = a_{31} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \delta_2}{B_1 B_3} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \delta_2}{\sqrt{a_{11} a_{33}}}.$$

Косинусы углов вносимых фазовых сдвигов δ_1 и δ_2 находим из коэффициентов уравнения эллипса a_{11} , a_{12} , a_{13} и a_{22} , a_{11} , a_{33}

$$\cos \delta_1 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \delta_1}{B_1 B_2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{a_{11} a_{22}}}{a_{12}}, \quad \cos \delta_2 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{B_1 B_3}{a_{13}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{a_{11} a_{33}}}{a_{13}}. \quad (3.1.32)$$

Отметим, что из коэффициентов уравнения эллипсоида a_{24} и a_{34} можно найти синусы этих углов (см. уравнения (3.1.29)). Это позволяет определить знаки углов вносимых фазовых сдвигов.

Далее методом компьютерного моделирования исследовалось влияние погрешности интенсивности интерференционных картин на погрешность оценки параметров траектории методом компьютерного моделирования. Интерференционные картины синтезировались по формуле (3.1.2). На среднюю интенсивности амплитуду интерференционных полос накладывался аддитивный шум ε с нормальным законом распределения и нулевым средним

$$\begin{pmatrix} I_1(x, y) \\ I_2(x, y) \\ I_3(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [A_1(x, y) + \varepsilon_{11}(x, y)] + [B_1(x, y) + \varepsilon_{21}(x, y)] \cos(\phi(x, y)) \\ [A_2(x, y) + \varepsilon_{12}(x, y)] + [B_2(x, y) + \varepsilon_{22}(x, y)] \cos(\phi(x, y + \delta)) \\ [A_1(x, y) + \varepsilon_{13}(x, y)] + [B_1(x, y) + \varepsilon_{23}(x, y)] \cos(\phi(x, y - \delta)) \end{pmatrix}. \quad (3.1.33)$$

здесь $\varepsilon(x, y)$ - аддитивный шум.

Среднеквадратическое отклонение шума задавалось в диапазоне 1 - 4%. Синтезировались три интерференционные картины с фазовыми сдвигами равными $-\frac{\pi}{2}$, 0 и $\frac{\pi}{2}$ радиан, соответственно. Такая модель соответствует интерференционным картинам, получаемым методом структурного освещения. Остальные параметры модели такие же, как и у модели, рассмотренной в разделе 1.7 первой главы. Оценивались углы фазовых сдвигов поскольку они вносят наиболее существенный вклад в погрешность измерения фазы. Наличие шума приводит к тому, что коэффициенты эллипса a_{11} , a_{22} и a_{33} определяются неточно. Для уменьшения погрешности оценки параметров эллиптической траектории при влиянии случайного шума, можно использовать процедуру их усреднения. Это

позволяет подавлять ошибки алгоритма их вычисления. Выбор оптимального количества усреднений является важной задачей. С одной стороны, большое число усреднений позволяет, уменьшить электронные шумы, с другой приводит к увеличению времени расчетов [32].

Методом компьютерного моделирования выполнено исследование влияния числа усреднений на величину ошибки определения фазовых углов. Число усреднений выбрано равным: 3, 7, 9, 15, 35, 41, 49, соответственно. Ниже на рис. 3.1.2 и 3.1.3 представлены результаты моделирования:

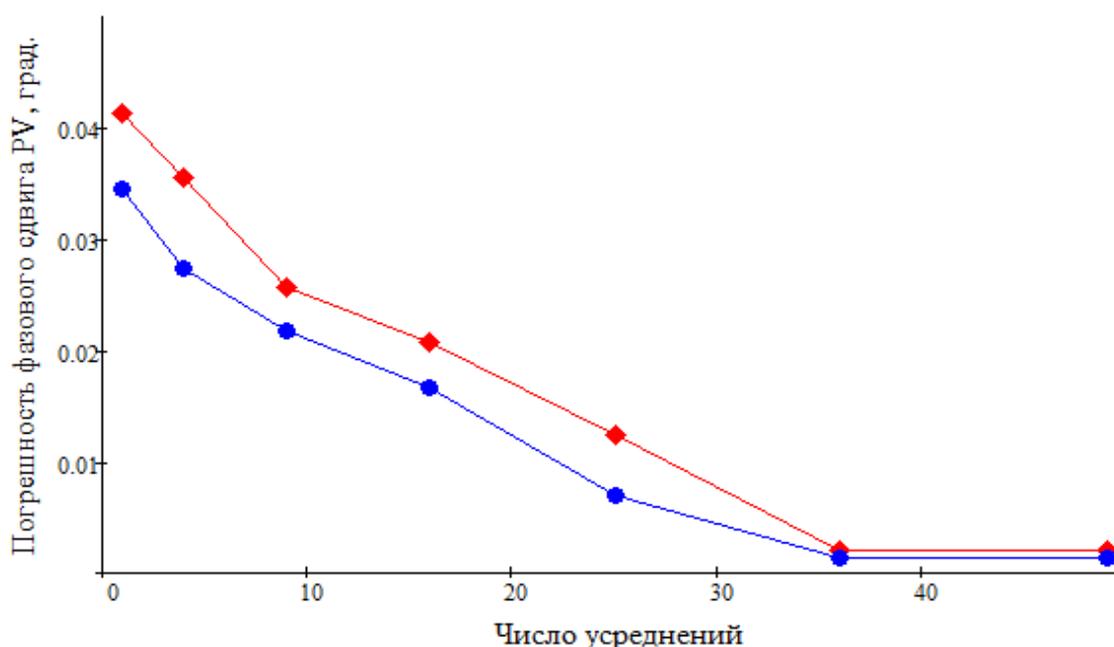


Рисунок 3.1.2- Зависимости PV оценки величины фазовых сдвигов от количества усреднений интенсивностей интерференционных сигналов и при усреднении их оценок, полученных по формуле (3.2.6)

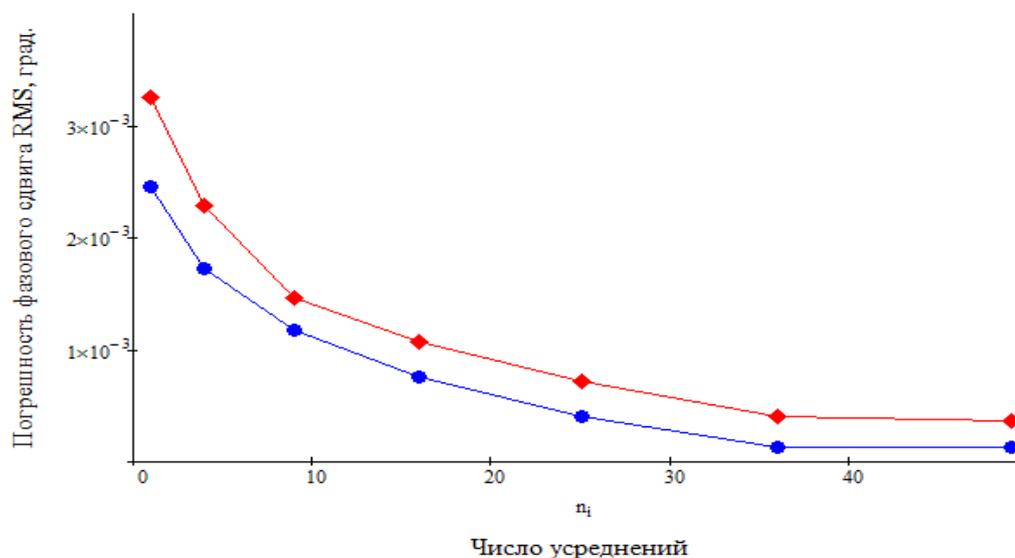


Рисунок 3.1.3- Зависимости RMS оценки величины фазовых сдвигов от количества усреднений интенсивностей интерференционных сигналов при усреднении их оценок, полученных по формуле (3.2.6)

При исследовании получены следующие результаты:

- при усреднении оценок фазовых углов $PV = (0.021...0.0413)$ град. для фазового сдвига δ_1 ;
- при усреднении оценок фазовых углов $PV = (0.021...0.013)$ град. для фазового сдвига δ_2 ;
- при усреднении оценок фазовых углов $RMS = (0.00346...0.000124)$ град. для фазового сдвига δ_1 ;
- при усреднении оценок фазовых углов $RMS = (0.00275...0.000131)$ град.

Отсюда следует, что усреднение оценок фазовых углов является более предпочтительным. Из рис. 3.1.3 видно, что после тридцати усреднений выигрыш незначителен.

Так же исследовано влияние закона распределения фазы интерференционных картин на вид образуемых ими траекторий. С этой целью было выполнено компьютерное моделирование. Синтезировались две серии по три интерференционные картины с фазовыми сдвигами

равными: $\delta_1 = -90^\circ$, $\delta_2 = 0^\circ$ и $\delta_3 = -90^\circ$, соответственно. В первой серии интерференционных картин фаза задана линейной и рассчитывалась по формуле:

$$\phi(x, y) = \alpha x + \beta y, \quad (3.1.34)$$

где α и β весовые коэффициенты.

Синтезированные в первой серии интерференционные картины показаны на рис. 3.1.4.



Рисунок 3.1.4 – Первая серия интерференционных картин с фазовыми сдвигами $\delta_1 = -90^\circ$, $\delta_2 = 0^\circ$ и $\delta_3 = -90^\circ$ (слева направо)

Синтезированные интерференционные картины представляют собой полосы конечной ширины равного наклона [32]. На рис. 3.1.5,а-в показаны графики профилей линейных интерференционных полос в среднем сечении интерференционных картин $I_1 \dots I_3$ и образованная ими траекторная кривая – рис. 3.1.5,г.

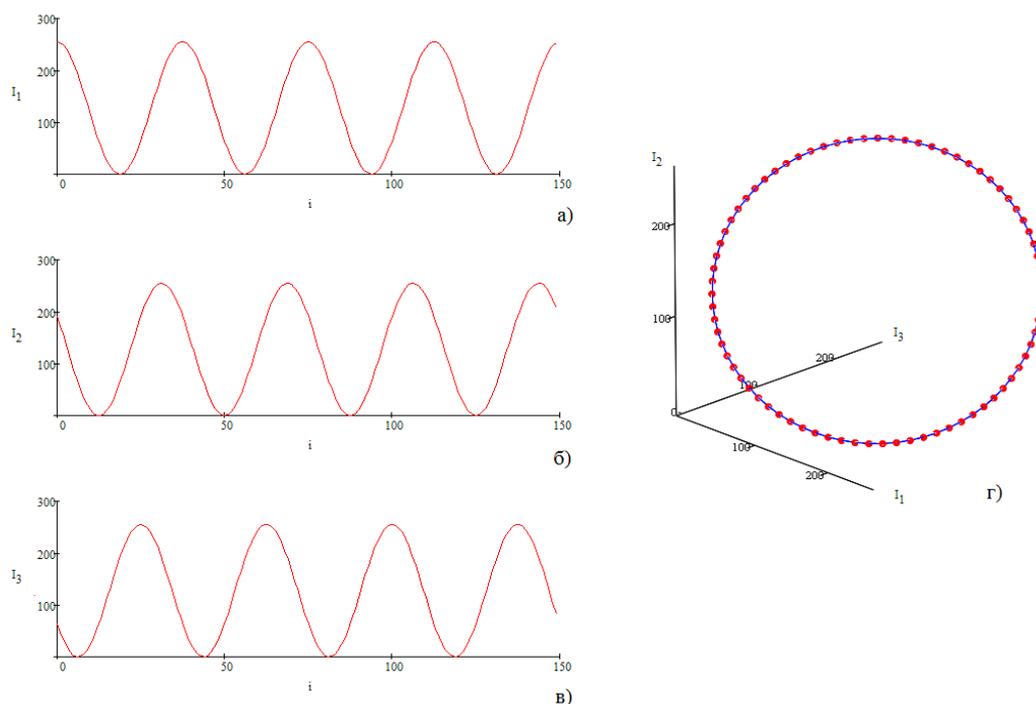


Рисунок 3.1.5 – Профили интерференционных полос: (а) – фазовые сдвиги - $\delta_1 = -90^\circ$, (б) - $\delta_2 = 0^\circ$, (в) - $\delta_3 = 90^\circ$ и (г) – траектория

Интерференционные картины рассчитывались по формуле

$$\phi(x, y) = \alpha(x^2 + y^2) + \beta(x^3 + y^3). \quad (3.1.35)$$

На них накладывался шум, имеющий гауссово распределение с нулевым средним. Уровень шума задан в диапазоне 1-5% от уровня полезного сигнала. Остальные параметры моделей такие же, как в п. 1.7. Синтезированные в первой серии интерференционные картины показаны на рис. 3.1.6.

Синтезированные в первой серии интерференционные картины показаны на рис. 3.1.6.

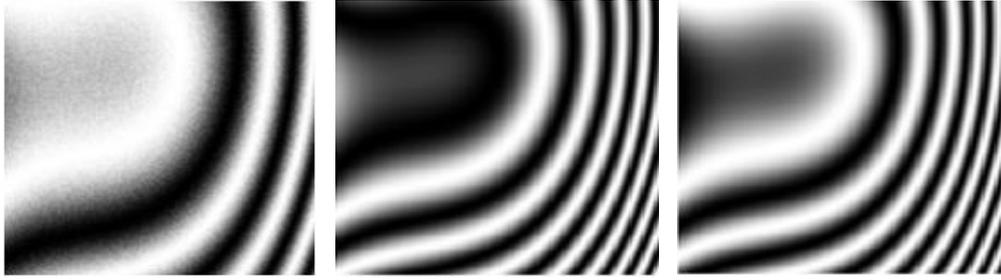


Рисунок 3.1.6 – Первая серия интерференционных картин с фазовыми сдвигами $\delta_1 = -90^\circ$, $\delta_2 = 0^\circ$ и $\delta_3 = -90^\circ$ (слева направо)

Интерференционные полосы имеют седловую особенности.

На рис. 3.1.6а-в показаны графики профилей интерференционных полос в среднем сечении интерференционных картин $I_1 \dots I_3$ и образованная ими траекторная кривая – рис. 3.1.3г.

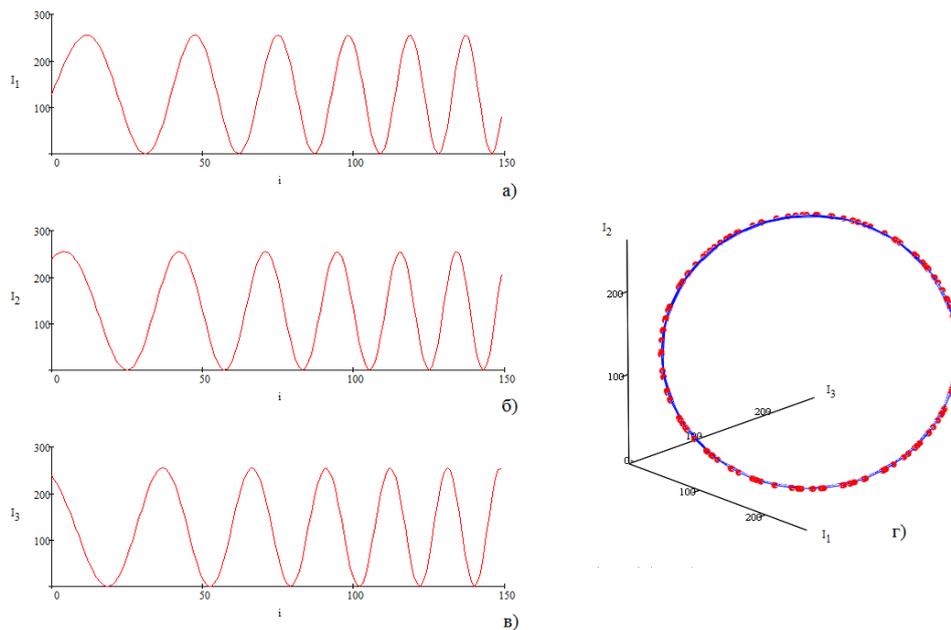


Рисунок 3.1.6 – Профили нелинейных интерференционных полос:
(а) фазовые сдвиги - $\delta_1 = -90^\circ$, (б) - $\delta_2 = 0^\circ$, (в) - $\delta_3 = 90^\circ$ и (г) –траектория образованная интерференционными сигналами (а-в)

Из рис. 3.1.6 видно, что в данном случае траектория так же образует окружность. Точки, соответствующие значениям нелинейно изменяющейся фазы расположены на траектории неравномерно.

Выполненное исследование позволяет сделать важный вывод для анализа оптических интерференционных сигналов: *различным законам изменения фазы соответствует одна и та же, в общем случае, плоская эллиптическая траектория.* Таким образом закон изменения фазы определяет только положение соответствующих фазе точек на траектории и не зависит от вида траектории. Вид траектории определяется только параметрами интерференционных картин: амплитудами интерференционных сигналов B , а также величиной фазовых сдвигов δ . Поэтому отклонение траектории от эллиптической свидетельствует о нарушении условия постоянства этих параметров при внесении фазовых сдвигов. Величина отклонения траектории в измеряемой точке может служить критерием обнаружения нарушения условия (1.2.1).

3.2. Оценка качества интерференционных картин

Во второй главе показано, что невыполнение условия постоянства средних интенсивностей и амплитуды (контраста) интерференционных полос (1.2.1) приводит к появлению систематических погрешностей. Поэтому необходимо оценивать качество интерференционных картин перед их расшифровкой. Понятие качества интерференционных картин обсуждается во многих работах [26, 53, 91], однако общего определения не существует. В нашем случае под качеством набора интерференционных картин с различными фазовыми сдвигами будем понимать степень отклонения их параметров: средняя интенсивность и амплитуда интерференционных полос от условия (1.2.1). Качество

интерференционных картин тем выше, чем меньше отклонение указанных параметров от условия (1.2.1). Критерием качества может служить отклонение плоскости, в которой лежит траектория, задаваемая интерференционными сигналами от базовой плоскости (см. раздел 3.1), для которой это условие выполняется. Положение базовой плоскости рассчитывается в предположении равенства основных параметров интерференционных картин: их амплитуды и средней интенсивности. В этом случае ее положение определяется углами фазовых сдвигов.

Введем следующий новый критерий качества интерференционных картин - угол между базовой и принадлежащей реальной траектории плоскостями $\sphericalangle\alpha$ или их нормальными \vec{N}_b и \vec{N} , соответственно.

$$\sphericalangle\alpha = \arccos \left(\frac{(\vec{N}_b, \vec{N})}{|\vec{N}_b| |\vec{N}|} \right). \quad (3.2.1)$$

Данный критерий выбран, исходя из того, что он требует малого количества точек и может использоваться для оценки локальных участков интерференционных картин. Кроме того, данный критерий позволяет анализировать малые участки траектории, для которых невозможно определить уравнение траектории с большой точностью.

Методами компьютерного моделирования исследована зависимость величины угла между нормальными указанных плоскостей от отклонения параметров интерференционных картин от условия (1.2.1). Дополнительно исследовалось возможность применения данного критерия для обнаружения артефактов возникающих из-за неточности установки фазовых сдвигов. С этой целью синтезирован набор интерференционных картин со следующими параметрами:

- средняя интенсивность интерференционных картин одинакова т.е. выполняется условие $A_1(x, y) = A_2(x, y) = A_3(x, y)$;
- амплитуда интерференционных полос для каждой интерференционной картины также приняты одинаковыми, т.е. $B_1(x, y) = B_2(x, y) = B_3(x, y)$;
- коэффициенты уравнения базовой плоскости определяются из соотношений (3.1.18) – (3.1.20). Величина фазовых сдвигов принята равной: $\delta_2 = -2\pi/3$, $\delta_1 = 0$ и $\delta_3 = 2\pi/3$. Коэффициенты базовой плоскости с точностью до нормировки пропорциональны направляющим косинусам вектора нормали к ней. Указанные параметры описывают плоскость, нормалью которой является единичный вектор. В этом случае коэффициенты общего уравнения базовой плоскости имеют следующий вид:

$$A = -2\sin(\delta_1 - \delta_2), \quad (3.2.2)$$

$$B = 2\sin(\delta_2), \quad (3.2.3)$$

$$C = -2\sin(\delta_1); \quad (3.2.4)$$

- интенсивности интерференционных картин рассчитывались по выражению (3.1.11).

Вторая, измеряемая плоскость, задавалась с отклонением амплитуды интерференционных полос в пределах 1-5%. Оценивалась зависимость угла между измеряемой и базовой плоскостями от уровня шума. Результаты исследования показаны на рис. 3.2.1.

Из рис. 3.2.1 следует, что зависимость угла между данными плоскостями (критерий качества) от СКО шума интерференционных сигналов – линейная. При изменении СКО шума от 1 до 5 процентов угол между плоскостями изменялся от 0.263 до 2.292 град.

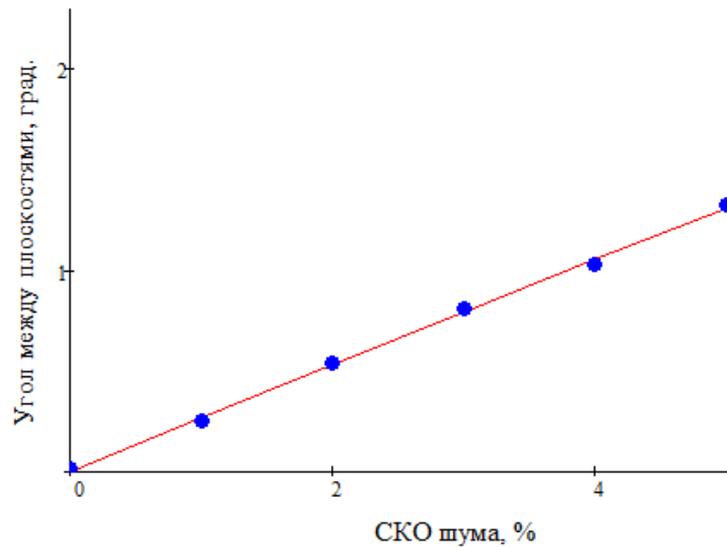


Рисунок 3.2.1 – Зависимость угла между базовой и измеряемой плоскостями при различных значениях СКО шума

Чувствительность критерия качества к уровню шума (k) оценивалась как отношение значения угла между базовой и измеряемой плоскостями $\angle\alpha$ к задаваемой величине уровня шума (ошибки) ε в процентах

$$k_1 = \frac{\angle\alpha}{\varepsilon}. \quad (3.2.5)$$

При изменении шума интенсивности интерференционного сигнала I_1 на 5% чувствительность критерия качества составила 0.263 град. Для проверки чувствительности критерия качества к знаку изменения амплитуды интерференционных сигналов рассчитывались углы между плоскостями при положительном и отрицательном значениях отклонения интенсивности интерференционных сигналов от базовых. Результаты расчетов отражены на рис. 3.2.2.

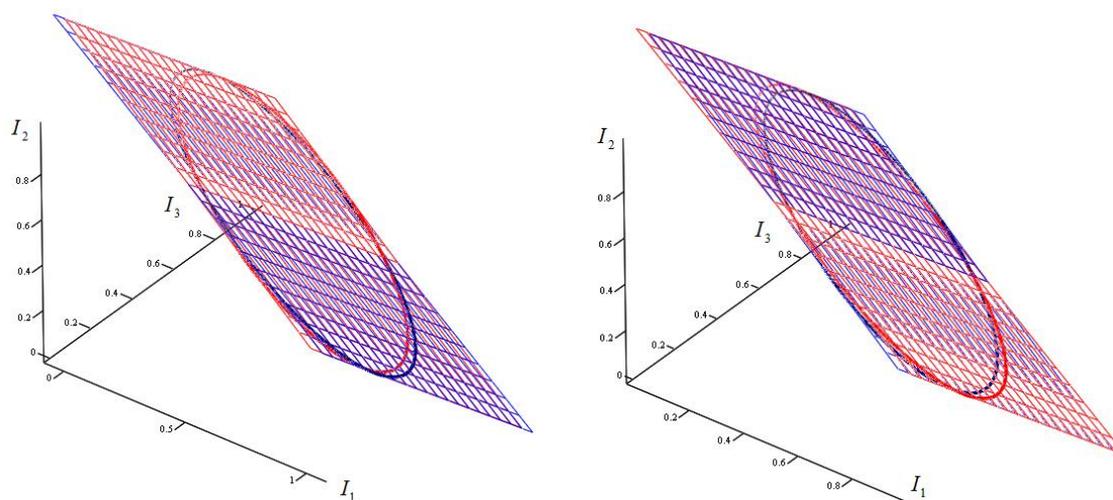


Рисунок 3.2.2 – Зависимость угла между базовой и измеряемой плоскостями при значениях амплитуды интерференционных полос на 5% больше (слева) и на 5% меньше (справа) начального значения

На рис. 3.2.2 (слева) амплитуда интерференционных полос интерференционной картины I_1 на 5% больше амплитуды интерференционных полос на базовой плоскости. При этом измеряемая плоскость отклоняется от базовой плоскости вверх. На рис. 3.2.2 (справа) амплитуда интерференционных полос интерференционной картины I_1 на 5% меньше амплитуды интерференционных полос на базовой плоскости. При этом измеряемая плоскость отклоняется от базовой плоскости вниз. Отсюда следует, что направление поворота плоскости, в которой лежит траектория зашумленного сигнала, зависит от знака ошибки образующих ее интенсивностей. Следовательно, критерий качества чувствителен к знаку ошибки интенсивностей интерференционных сигналов. При исследовании зависимости критерия качества от неточности установки фазовых сдвигов ошибка установки фазовых сдвигов задавалась в пределах $-1-20\%$. При этом угол между плоскостями изменялся от 0.092 до 3.612 град. Таким образом установлено, что величина угла между плоскостями, в которых находятся траектории интерференционных сигналов с предполагаемыми и

действительными величинами амплитуд интерференционных полос и углов фазовых сдвигов, позволяет обнаружить отклонения указанных параметров от их предполагаемых значений.

3.3. Методы преобразования траектории

В главе 2 показано, что при анализе интерференционных картин методом пошагового фазового сдвига при неточном задании величины вносимых фазовых сдвигов возникает систематическая ошибка измерения. Поэтому большое внимание разработке методов оценки величины фазовых сдвигов [70, 115, 158, 218, 226]. Существует два основных подхода к решению этой проблемы. Первый подход требует калибровки устройства внесения фазовых сдвигов во время измерения [92, 110], что приводит к усложнению интерферометрической системы. Другой подход основан на оценке величины фазовых сдвигов непосредственно из интенсивностей интерференционных картин. Алгоритмы расшифровки интерференционных картин реализующие данный подход называются самокалибрующимися [168, 226]. Однако, из-за высокой трудоемкости вычислений при этом значительно снижается эффективность алгоритмов. Еще одной возможностью является приведение эллиптической траектории к круговому виду путем растяжения эллипса, образованного числителем и знаменателем формулы расшифровки [16, 47, 183, 195, 196]. Недостатком данного подхода является сложность коррекции траектории при нелинейности интерференционных полос, поскольку при этом вид траектории сильно отличается от эллиптической кривой [198, 199].

В данном разделе предложены методы преобразования эллиптической траектории в круговую путем преобразования интенсивностей интерференционных картин таким образом, чтобы эллиптическая траектория проецировалась на некоторую плоскость в виде круга. Такой

подход не требует априорного знания вносимых фазовых сдвигов, а, следовательно, не требует их оценки.

Алгоритм I. Ранее показано, что при изменении фазы интерференционных полос от нуля до 2π годограф \vec{I} описывает плоскую кривую, которая является эллиптической траекторией. На рис. 3.2.1 показана трехмерная траектория интерференционных сигналов $I_1 \dots I_3$ при различных фазовых сдвигах.

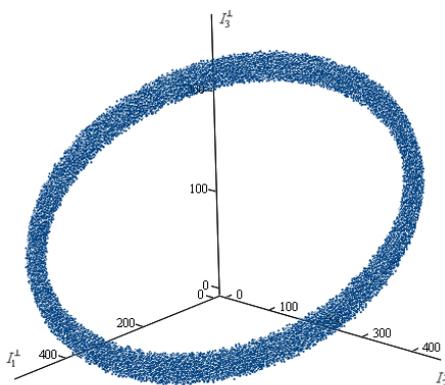


Рисунок 3.3.1 – Траектория интерференционных сигналов при фазовых сдвигах $\delta : \delta_1 = -\pi/4, \delta_2 = 0$ и $\delta_3 = \pi/4$

Из рис. 3.3.1 следует, что траектория при заданных значениях фазовых сдвигов интерференционные сигналы образуют наклонное эллиптическое сечение.

Идея алгоритма заключается в преобразовании наклонного сечения некоторого кругового цилиндра в сечение параллельное его основанию. При этом основание цилиндра может быть не параллельно координатной плоскости. Для этого каждая точка траектории из наклонной плоскости α проецируется вдоль направляющей кругового цилиндра $\vec{L} = M - P$ на плоскость β , которая параллельна его основанию (рис. 3.3.2). При этом эллиптическая траектория преобразуется в круговую, фазовые сдвиги для

которой, известны и составляют: $\delta_1 = -2\pi/3$, $\delta_2 = 0$ и $\delta_3 = 2\pi/3$, соответственно. Данные величины фазовых сдвигов обеспечивают максимальное расстояние между углами фазовых сдвигов в диапазоне от 0 до 2π . Это обеспечивает максимальную устойчивость алгоритма расшифровки к шумам интерференционных сигналов в сравнении с другими возможными наборами фазовых сдвигов.

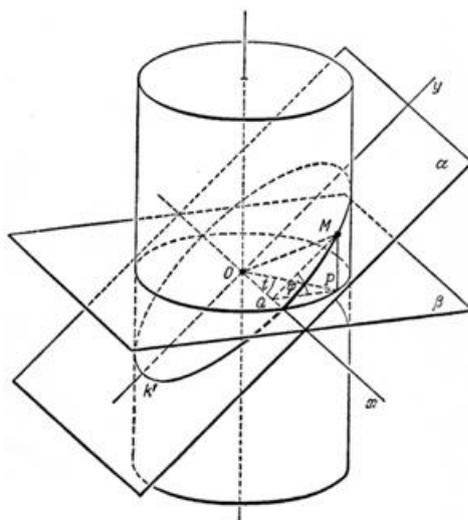


Рисунок 3.3.2– Проецирование плоскости соответствующей эллиптическому сечению на плоскость основания цилиндра

Требуемое преобразование выполняется следующим образом. На первом шаге определяем параметры эллипса и по ним находим направляющую цилиндра, на основание которого будет проецироваться эллипс.

Пусть a – большая полуось эллипса, b – малая полуось эллипса. Длины полуосей эллипса могут быть определены из уравнения главного инварианта кривой второго порядка [37, 41] следующим образом: сначала вычисляются корни характеристического уравнения λ из уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (3.3.1)$$

Корнями этого уравнения являются собственные значения λ_1 и λ_2 вещественной симметричной матрицы

$$\Lambda = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.3.2)$$

Тогда длины большой a и малой b полуосей эллипса при $\lambda_1 > \lambda_2$ могут быть определены как:

$$a = \sqrt{(-1/\lambda_2) \cdot (A/D)}, \quad (3.3.3)$$

$$b = \sqrt{(-1/\lambda_1) \cdot (A/D)}, \quad (3.3.4)$$

где A и D — инварианты кривой второго порядка, вычисляемые по формулам [37]:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad (3.3.5)$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}. \quad (3.3.6)$$

При $\lambda_2 > \lambda_1$:

$$a = \sqrt{|(1/\lambda_1) \cdot (A/D)|}, \quad (3.3.7)$$

$$b = \sqrt{|(1/\lambda_2) \cdot (A/D)|}. \quad (3.3.8)$$

Вектор направляющей цилиндра \vec{L} , в который вписан эллипс, можно представить следующим образом:

$$\vec{L} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega) \\ \sin(\Omega) \\ b/a \end{bmatrix}, \quad (3.3.9)$$

где Ω — угол между положительным направлением оси X и главной осью кривой второго порядка, вычисляемый по формуле [49]

$$\Omega = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}}. \quad (3.3.10)$$

Каждая точка траектории интенсивностей проецируется вдоль направляющей цилиндра на плоскость, которая параллельна основанию цилиндра. Преобразование выполняется следующим образом. Пусть \vec{P} — радиус-вектор точки эллипса на исходной траектории. Тогда радиус-вектор точки \vec{G} соответствующий ей на круговой траектории вычисляется как:

$$\vec{G} = \vec{P} - (\vec{L} \times \vec{P}) \times \vec{L}. \quad (3.3.11)$$

Следующий шаг алгоритма — поворот круговой траектории таким образом, чтобы направление нормали плоскости, в которой расположена круговая траектория, совпадало с направлением единичного вектора $\vec{E} = (1, 1, \dots, 1)^T$. Для выполнения этой операции необходимо найти матрицу U вращения нормали плоскости до вектора \vec{E} . Такая матрица может быть найдена следующим образом. Пусть \vec{T} — вектор, который при вращении совпадает с вектором \vec{P} . Сначала вычисляется угол β между векторами \vec{T} и \vec{P} по формуле

$$\beta = \arccos \frac{\vec{T} \cdot \vec{P}}{|\vec{T}| \cdot |\vec{P}|}. \quad (3.3.12)$$

Затем вычисляем векторное произведение этих векторов:

$$\vec{R} = \vec{T} \times \vec{P}. \quad (3.3.13)$$

Нормализуем вектор \vec{R}

$$\vec{R} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} \quad (3.3.14)$$

и формируем кососимметричную матрицу Q :

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & -R_z & R_y \\ R_z & 0 & -R_x \\ -R_y & R_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.3.15)$$

Тогда матрица поворота U находится по формуле Родрига [40]

$$U = E + \sin(\beta) \cdot Q + (1 - \cos(\beta)) \cdot Q^2, \quad (3.3.16)$$

где E – единичная матрица размерностью 3×3 .

В результате выполненных операций получим набор из трех интерференционных сигналов с известными фазовыми сдвигами $\delta_1 = -2\pi/3$, $\delta_2 = 0$ и $\delta_3 = 2\pi/3$, соответственно. Погрешность расшифровки

оценивалась вычислением среднеквадратическим отклонением ошибки (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2}{N}}, \quad (3.3.17)$$

где \hat{y} - вычисленные, а y - тестовые значения, соответственно.

Методом компьютерного моделирования выполнено исследование корректирующих свойств алгоритма I. Была рассчитана топограмма тестовой отражающей поверхности размером 512x512 отсчетов по формуле:

$$Z(x, y) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 a_k x^i y^j, \quad (3.3.18)$$

где a_k - коэффициенты полинома, $k \in [0, 15]$.

На рис.3.3.3 показана топограмма отражающей поверхности, рассчитанная по формуле (3.3.18).

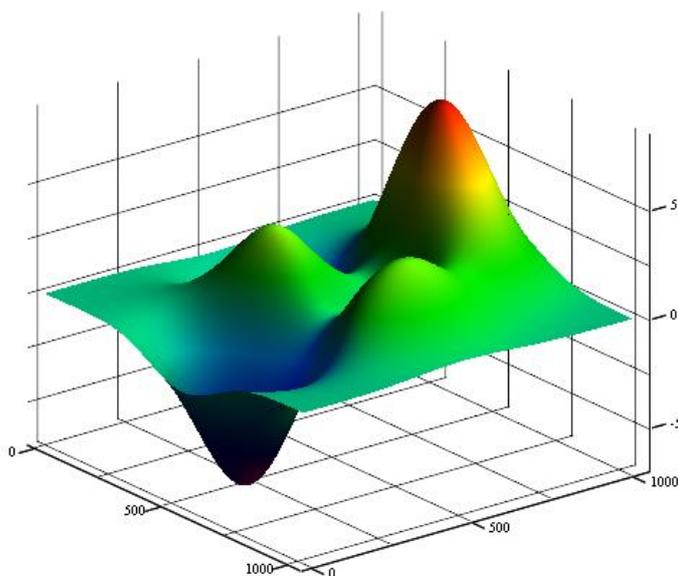


Рисунок 3.3.3 – Топограмма тестовой отражающей поверхности

Фаза интерференционных полос ϕ рассчитывалась по тестовой топограмме отражающей поверхности (3.3.18), которая рассчитывалась по формуле

$$\phi = \text{mod}_{2\pi} \left(\frac{4\pi}{\lambda} Z \right), \quad (3.3.19)$$

здесь $\text{mod}_m(\)$ - функция вычисления остатка деления на m , λ - длина волны лазера.

На рисунке 3.3.4 показаны синтезированные интерференционные картины с различными фазовыми сдвигами. Интерференционные картины (рис. 3.3.4) содержат седловые и эллиптические особенности, встречающиеся в реальных интерференционных картинах. Далее формировались векторы, составленные из интерференционных картин $I_1 \dots I_3$ (см. рис. 3.3.4). Затем по формулам (3.3.1) – (3.3.8) рассчитывались параметры эллипса: отношение диаметров главных осей и направление главной оси. Из них по выражению (3.3.9) определялся вектор проецирования. Проецирование векторов на плоскость основания выполнялось по формуле (3.3.11).

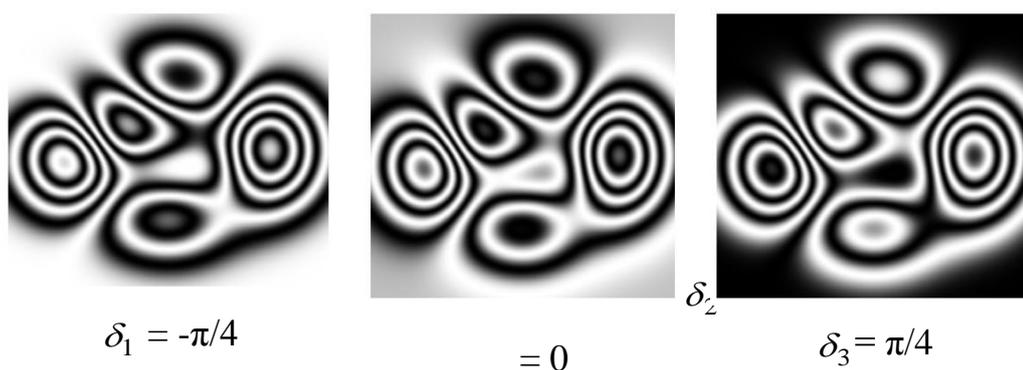


Рисунок 3.3.4 – Интерференционные картины $I_1 \dots I_3$ (слева направо) с фазовыми сдвигами, соответствующими эллиптической траектории

В результате получены преобразованные интерференционные картины, для которых фазовые сдвиги составили $\delta_1 = -2\pi/3$, $\delta_2 = 0$ и $\delta_3 = 2\pi/3$, соответственно (рис. 3.3.5).

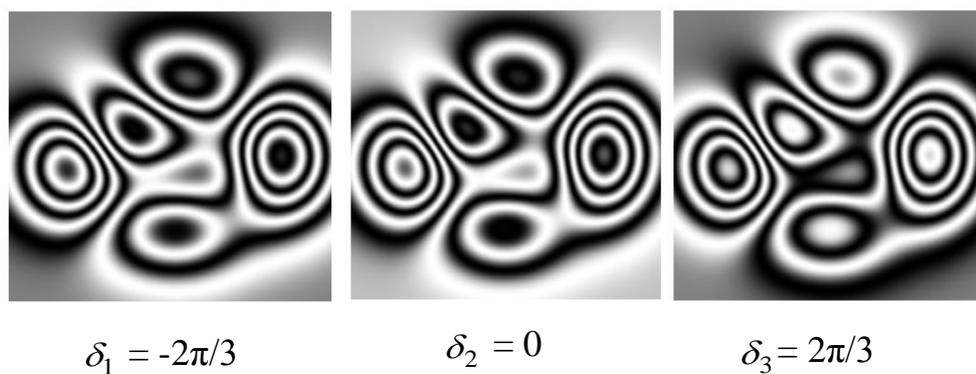


Рисунок 3.3.5 – Интерференционные картины с фазовыми сдвигами δ , соответствующими круговой траектории после преобразования интерференционных картин (рис.3.2.4)

Расшифровка полученных интерференционных картин выполнялась по трехточечной формуле. Среднеквадратическая ошибка вычисления фазы по алгоритму I составила 0.015 радиан, что при длине волны изучающего

лазера 633 нм соответствует погрешности измерения высот топограммы измеряемого объекта не более 8 нм.

При числе сдвигов более трех эллипс переходит в гиперэллипс [235, 252] и применение данного метода становится невозможным. В этом случае следует понизить размерность пространства интерференционных сигналов. Для этого необходимо выполнить проецирование гиперэллипса в пространстве \mathbf{R}^N , таким образом, чтобы он был параллелен одной из плоскостей подпространства \mathbf{R}^{N-1} и выполнить его проецирование на данную плоскость. В этом случае размерность пространства необходимого для описания гиперэллипса уменьшается на единицу. Преобразование достигается двумя поворотами гиперэллипса вокруг соответствующих координатных осей и отбрасыванием координаты перпендикулярной к указанной координатной плоскости.

С этой целью берем набор из трех интерференционных картин (рис. 3.3.4) и формируем векторы $\vec{I} = [I_1 \ I_2 \ I_3]^T$. Затем методом МНК находим коэффициенты общего уравнения трехмерной плоскости, принадлежащей гиперэллипсу. Коэффициенты уравнения общего вида трехмерной плоскости являются координатами нормали к данной плоскости $\vec{N} = [N_x \ N_y \ N_z]^T$. В том случае, когда плоскость гиперэллипса параллельна координатной плоскости, вектор нормали содержит только одну ненулевую координату, соответствующую орту той координатной оси, которая перпендикулярна данной плоскости. Найдем углы поворота, при которых обнуляются заданные координаты нормали N . Например, если при вращении вектора N обнуляется координата x вектора \vec{N} , то угол поворота α находим из первого уравнения системы уравнений

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{N}_y \\ \tilde{N}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix}. \quad (3.3.20)$$

Отсюда угол α поворота плоскости вокруг оси z равен

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{N_x}{N_y} \right). \quad (3.3.21)$$

Второй поворот на угол β осуществляется вокруг той оси, координата которой обнулялась. Данный угол β находим из второго уравнения системы уравнений вращения плоскости вокруг оси x

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{\tilde{N}}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ 0 & -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{N}_y \\ \tilde{N}_z \end{bmatrix}. \quad (3.3.22)$$

Отсюда угол β поворота плоскости вокруг оси x равен

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(-\frac{\tilde{\tilde{N}}_z}{\tilde{N}_y} \right). \quad (3.3.23)$$

Затем выполняем преобразования (3.3.20) и (3.3.22) над каждой точкой интерференционной картины

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ 0 & -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}. \quad (3.3.24)$$

Таким образом, выполняем переход из подпространства R^3 в подпространство R^2 . Затем дополняем подпространство до R^3 другой интерференционной картиной из пространства R^N и повторяем рассмотренную процедуру необходимое количество раз.

Возможно непосредственно производить отсчет фазы по двум ортогональным интерференционным картинам, которые сдвинуты относительно друг друга на фазовый угол равный $\pi/2$. Для этого траектория интерференционных сигналов ориентируется параллельно одной из координатных плоскостей по выше изложенной методике.

На рис. 3.3.6 показана траектория, полученная после преобразования (3.3.23).

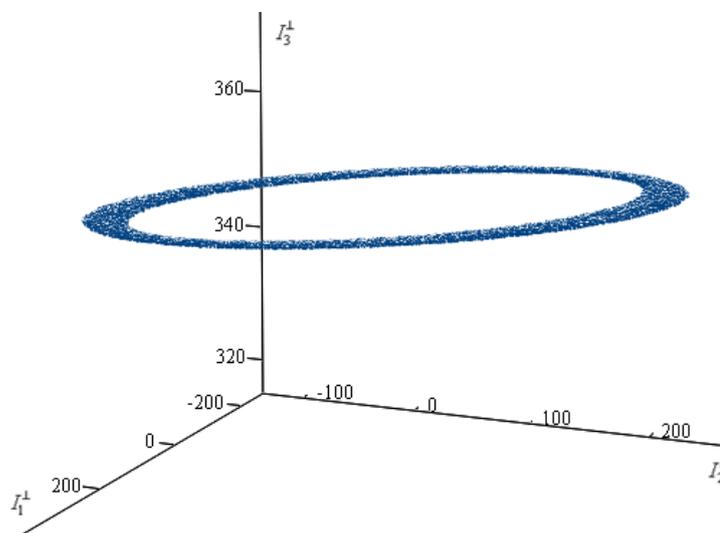


Рисунок 3.3.6 – Преобразованная траектория

Таким образом, рассмотренный алгоритм I позволяет выполнять расшифровку интерференционных картин с произвольными значениями фазовых сдвигов.

Отметим, что данный алгоритм требует явного определения коэффициентов эллиптического сечения. При наличии шумов и (или) при ограниченном размере траектории их нахождение с высокой точностью становится трудной задачей.

Алгоритм II. Здесь предлагается способ преобразования 2D-эллиптической траектории в 3D-круговую траекторию путем нахождения основания прямого кругового конуса по его эллиптическому сечению. Для этого произвольно задаем точку вершины конуса S и ищем точку O , для которой углы между линией, образованной этими точками (ось конуса) и образующими прямого кругового конуса, образованными точками 2D-эллипса и данной вершиной будут равны. Тогда образующие пересекающие плоскость перпендикулярную оси конуса образуют след в виде окружности.

Пусть имеется тот же набор точек $P(x, y)$ образующих 2D-эллиптическую траекторию, как и в алгоритме I. Зададим вершину искомого конуса $S(x, y, z)$. Координаты вершины в 2D-плоскости естественно выбрать как среднее геометрическое точек $P(x, y)$, а z -координата выбирается равной 3-5 предполагаемому размеру большой оси эллипса (см. рис. 3.3.7).

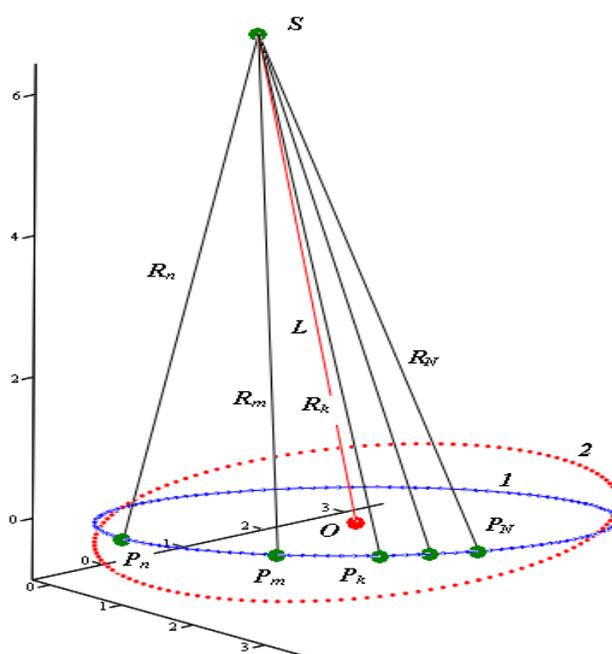


Рисунок – 3.3.7 Схема преобразования траектории

Алгоритм преобразования реализуется следующим образом:

1) Вычисляем векторы образующих конуса

$$\vec{R} = S - \vec{P}; \quad (3.3.25)$$

2) Задаем ось конуса \vec{L} как разность точки O и вершины конуса S . Ось конуса \vec{L} и образующие конуса \vec{R} должны удовлетворять условию

$$\frac{(\vec{L} \cdot \vec{R}_m)}{|\vec{L}| \cdot |\vec{R}_m|} = \frac{(\vec{L} \cdot \vec{R}_n)}{|\vec{L}| \cdot |\vec{R}_n|} = \dots = \frac{(\vec{L} \cdot \vec{R}_N)}{|\vec{L}| \cdot |\vec{R}_N|}; \quad (3.3.26)$$

здесь m, n - индексы набора образующих векторов $\vec{R}, m, n \in [0 \dots N-1]$, N - количество векторов.

Нормируем векторы \vec{L} и \vec{R} : $\vec{L} = \vec{L}/|\vec{L}|$ и $\vec{R} = \vec{R}/|\vec{R}|$. Тогда выражение (3.3.26) принимает вид

$$(\vec{L} \cdot \vec{R}_m) = (\vec{L} \cdot \vec{R}_n) = \dots = (\vec{L} \cdot \vec{R}_N). \quad (3.3.27)$$

При числе точек больше трех координаты точки O , удовлетворяющие условию (3.3.22), можно найти из системы уравнений

$$(Q^T Q)(S - O) = 0, \quad (3.3.28)$$

где Q - матрица, строки которой составлены из координат набора разностей

$$\text{двух образующих векторов. } Q = \begin{bmatrix} \vec{R}_0 - \vec{R}_1 \\ \dots \\ \vec{R}_m - \vec{R}_n \end{bmatrix}_{1 \times N}, \quad N > 3.$$

Вычислим известную часть системы уравнений (3.2.24)

$$K = (Q^T Q)S. \quad (3.3.29)$$

Тогда координаты точки O находим как решение системы уравнений

$$O = (Q^T Q)^{-1} K. \quad (3.3.30)$$

Система уравнений (3.3.30) является переопределенной и ее решение находится методом наименьших квадратов. Качество решения можно определить по невязке решения ε , которая должна удовлетворять условию минимума векторной нормы

$$\|(Q^T Q)O - (Q^T Q)S\| \leq \varepsilon. \quad (3.3.31)$$

Как правило, при выборе координат вершины конуса в соответствии с приведенными рекомендациями полученное решение удовлетворяет условию (3.3.25).

Метод фазовых сдвигов требует для своей реализации не менее трех интерференционных картин с различными фазовыми сдвигами. Исследовалась возможность расшифровки фазы по двум интерференционным картинам. Исходные данные для алгоритма II те же, что и для алгоритма I. На рис. 3.3.8 показаны исходные интерференционные картины.

Методика исследования заключалась в следующем:

- выбор точки вершины конуса осуществлялся исходя из выше приведенных рекомендаций. Выбрана точка с координатами: $x = N/2$, $y = M/2$ и $z = 3 \max(I)$. Здесь N и M - размер интерференционной картины в пикселах по высоте и ширине, соответственно;

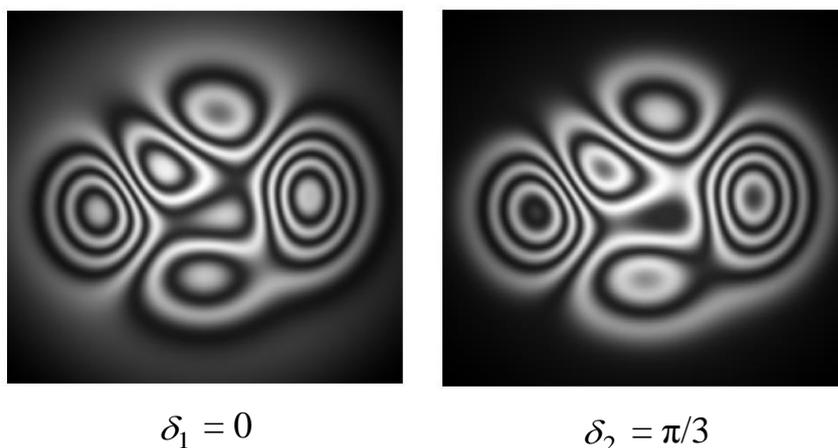


Рисунок 3.3.8 –Интерференционные картины с различными фазовыми сдвигами δ

- вычислялись образующие векторы, их разности и формировалась система уравнений (3.3.30) соответствии с выражениями (3.3.25) – (3.3.28). Координаты точки, найденные при решении системы (3.3.30) вместе с координатами вершины конуса определяют положение его оси;

- направляющие векторы конуса проецировались на плоскость перпендикулярную оси конуса. При этом образуется три интерференционные картины. На рис. 3.3.9 показаны интерференционные картины после указанных преобразований.

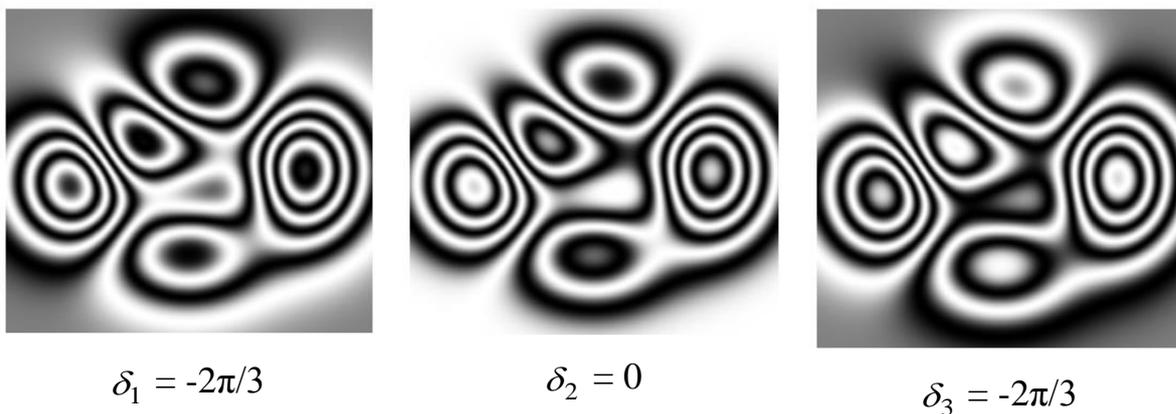


Рисунок 3.3.9 –Интерференционные картины, полученные после преобразования по алгоритму I

На рис. 3.3.10 показаны траектории, образуемые интерференционными картинами (рис. 3.10.9) и (3.3.10). Траектория до (слева) и после преобразования (справа). Преобразованная траектория представляет собой круговую 3D-кривую.

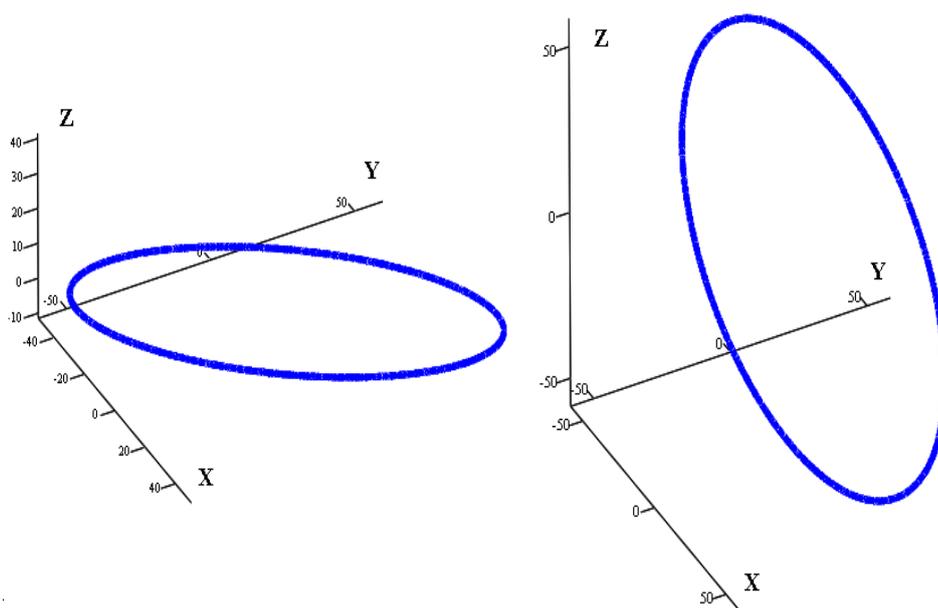


Рисунок 3.3.10 – Траектории: слева – исходная 2D-эллиптическая траектория, справа синтезированная 3D-круговая траектория

На завершающем этапе исследования полученная траектория преобразовывалась к траектории с фазовыми сдвигами равными: $\delta_1 = -2\pi/3$,

$\delta_2 = 0$ и $\delta_3 = 2\pi/3$, соответственно. Методика данного преобразования аналогична методике преобразования, используемой в алгоритме I (см. выражения (3.3.20) - (3.3.24)).

Расшифровка полученных интерференционных картин выполнялась по трехточечной формуле. Среднеквадратическая ошибка вычисления фазы по алгоритму II в сравнении с результатами, полученными по алгоритму I уменьшилась с 0.093 до 0.015 радиан. Это соответствует погрешности измерения высот топограммы измеряемого объекта не более 4 нм. Снижение погрешности обусловлено тем, что в алгоритме II не требуется вычислять параметры эллиптической траектории. Кроме того, система уравнений (3.3.30) по своей структуре эквивалентна решению переопределенных систем уравнений методом наименьших квадратов.

Из выполненных исследований алгоритмов I и II можно сделать следующие выводы:

1. Данные алгоритмы преобразования траектории интерференционных сигналов к круговому виду не требуют знания действительной величины вносимых фазовых сдвигов, что позволяет производить расшифровку интерференционных картин неизвестными, в том числе, случайными фазовыми сдвигами;
2. В отличие от классического метода фазовых сдвигов, который требует не менее трех интерференционных картин для расшифровки фазовой информации здесь необходимо наличие только двух интерференционных картины. Это позволяет уменьшить время необходимое для регистрации интерференционных картин. Данный фактор важен при выполнении измерений динамических объектов в режиме реального времени;
3. Алгоритм II является более эффективным в сравнении с алгоритмом I поскольку исключает необходимость определения коэффициентов эллиптической траектории.

Таким образом установлено, что **преобразование эллиптической траектории интерференционных сигналов оптико-электронных измерительных систем к круговому виду позволяет производить расшифровку интерференционных картин с неизвестными и случайными фазовыми сдвигами. Это четвертое защищаемое научное положение.**

3.4 Многоточечные алгоритмы расшифровки интерференционных картин методом траекторного анализа интерференционных сигналов

Рассмотренные в разделе 3.3 алгоритмы расшифровки назовем **одноточечными** в том смысле, что измерение фазы производится в одной точке интерференционной картины. Отметим, что при этом сложно обеспечить помехоустойчивость алгоритмов расшифровки. Возможные методы решения данной проблемы рассмотрены во второй главе и основаны на усреднении результатов измерений. К ним также можно отнести подходы, использующие для этой цели метод наименьших квадратов. Недостатком такого подхода является необходимость регистрации большого количества интерференционных картин в процессе измерения. Например, при использовании для регистрации интерференционных картин высокоскоростной цифровой видеокамеры (Evercam HR, ООО «НИЦ «Промышленная оптика», г. Санкт-Петербург, размер матрицы 2560 x 1920) реальная частота измерений может составлять 1000 измерений в секунду. Однако необходимость усреднения большого количества интерференционных картин увеличивает время измерений, и их реальная частота при этом не превышает 10-30 измерений в секунду. При измерении быстропротекающих динамических процессов, например, при ударно-

волновом нагружении в задачах исследования напряженно-деформируемого состояния объектов такой частоты измерений может оказаться недостаточно.

В данном разделе предлагается для решения данной проблемы измерять не фазу интерференционной полосы в одной точке, а разность фаз между различными точками на ней [16, 243]. При этом число регистрируемых интерференционных картин может быть сокращено.

Алгоритм III. Сущность алгоритма заключается в измерении разности фаз между произвольно выбираемой опорной точкой и сканирующими точками интерференционной картины (рис. 3.4.1).

Пусть изображенная на рис.3.4.1 точка (А) является опорной, относительно которой вычисляется разность фазы в сканирующей точке (В) относительно опорной точки. Выбор положения опорной точки влияет только на величину постоянного смещения разности фазы во всех точках интерференционной картины и не является принципиальным при интерференционных измерениях.

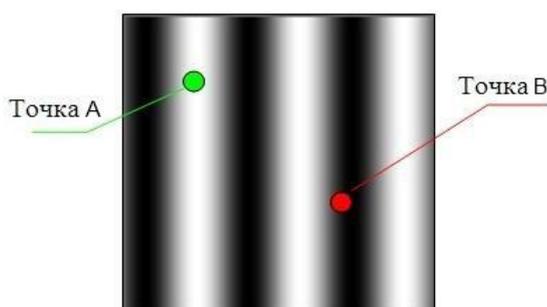


Рисунок 3.4.1 –Точки на интерференционной картине, относительно которых вычисляется разность фаз

Предлагаемый подход используется в известных методах гетеродинирования, поэтому предлагаемый здесь метод получил название квази- или псевдогетеродинного [34].

Рассмотрим реализацию данного метода. Уравнение интенсивности в каждой точке интерференционной картины $I(x, y)$ при различных величинах вносимых фазовых сдвигах можно представить в виде:

$$I_i(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_i], \quad (3.4.1)$$

где $a(x, y)$ - средняя интенсивность, $b(x, y)$ - амплитуда интерференционных полос, $\phi(x, y)$ - разность фаз интерферирующих волновых фронтов, а δ_i - i -тый фазовый сдвиг, $i=0, 1 \dots N$, N - количество фазовых шагов.

В уравнении (3.4.1) предполагается, что при внесении фазовых сдвигов, например, плоскопараллельным перемещением зеркала в опорном пучке интерферометра, они будут одинаковыми по всему полю интерференционной картины.

Если взять две произвольные точки на интерференционной картине с координатами (x_A, y_A) и (x_B, y_B) , то при пяти фазовых сдвигах получим систему из десяти уравнений вида (3.4.1) с десятью неизвестными

$$x_i = x_0 + b_1 \cos(\phi_1 + \delta_i), \quad y_i = y_0 + b_2 \cos(\phi_2 + \delta_i), \quad i \in [0, 1, \dots, 4]. \quad (3.4.2)$$

Из этой системы уравнений можно однозначно определить разность фаз между двумя произвольно выбранными точками интерференционной картины. Данная система уравнений эквивалентна уравнению эллипса [49, 85, 86, 241]. Это позволяет упростить решение системы уравнений (3.4.2). Для упрощения изложения изменим обозначения интенсивности точек в системе уравнений (3.4.2). Обозначим $I_1(x_A, y_A) \dots I_5(x_A, y_A)$ как $x_1 \dots x_5$, а интенсивности $I_1(x_B, y_B) \dots I_5(x_B, y_B)$ как $y_1 \dots y_5$, уровни средней

интенсивности в точках (x_A, y_A) и (x_B, y_B) обозначим как x_0 и y_0 соответственно.

Для наглядности отобразим координаты точек (x, y) на координатной плоскости (рис.3.4.2).

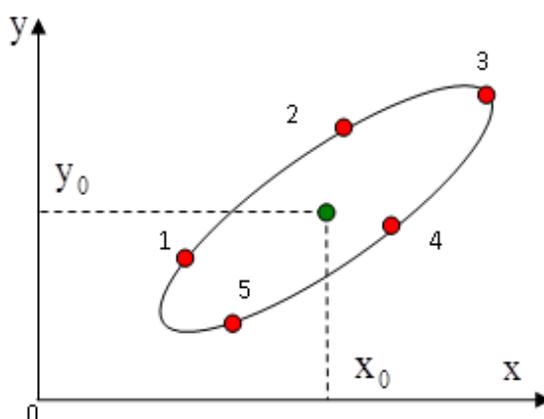


Рисунок – 3.4.2. Положения точек интенсивностей на плоскости при различных величинах вносимых фазовых сдвигов

Если выполняется условие $\delta_0 < \delta_1 < \delta_2 \dots < \delta_N$, то при этом происходит поступательное движение точки по эллиптической траектории. Очевидно, что при случайных фазовых сдвигах движение точки будет иметь хаотический характер. В этом случае анализ поведения траектории будет затруднен. Можно предложить следующий способ решения данной проблемы: ранжирование точек по разности углов векторов, образованными разностью координат каждой из точек с координатами условного центра траектории, который в простейшем случае может быть получен путем усреднения координат всех точек. Отметим, что при изменении фазовых сдвигов δ точка $P(x, y) = (I_1(x, y), I_2(x, y))$ будет описывать эллиптическую траекторию. Тогда систему уравнений (3.4.2) с учетом принятого обозначения переменных (I_1, I_2) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{(x_i - x_0)^2}{b_1^2} + \frac{(y_i - y_0)^2}{b_2^2} - 2 \frac{(x_i - x_0)(y_i - y_0)}{b_1 b_2} \cos(\phi_2 - \phi_1) = \sin^2(\phi_2 - \phi_1), \quad (3.4.3)$$

здесь $\phi_2 - \phi_1 = \Delta\phi$ - разность фазы между двумя различными точками интерференционной картины.

С другой стороны, общее уравнение эллипса может быть представлено в следующем виде [37]:

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0, \quad (3.4.4)$$

здесь a – коэффициенты уравнения эллипса.

Для повышения точности определения коэффициентов уравнения эллипса применяется его аппроксимация [79, 80, 138, 240]. В работе [252] с целью повышения точности вычисления фазы предложено определять ее из уравнения аналогичного уравнению (3.4.4)

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2\beta(a_{13}x + a_{23}y) + \beta^2 a_{33} = 0, \quad (3.4.5)$$

где β – некоторая масштабирующая положительная константа, обеспечивающая требуемую точность вычислений.

$$\phi = \text{Arg} \left| \sqrt{a_{11} + a_{22} + \kappa} (\tilde{y} + \tau \tilde{x}) + i \sqrt{a_{11} + a_{22} - \kappa} (\tilde{x} - \tau \tilde{y}) \right|, \quad (3.4.6)$$

здесь (\tilde{x}, \tilde{y}) преобразованные координаты пространства (x, y) , соответственно

$$\tilde{x} = x - \beta(a_{22}a_{13} - a_{12}a_{23}) / (a_{12}^2a_{13} - a_{11}a_{33}), \quad (3.4.7)$$

$$\tilde{y} = y - \beta(a_{11}a_{23} - a_{12}a_{13}) / (a_{12}^2a_{13} - a_{11}a_{33}). \quad (3.4.8)$$

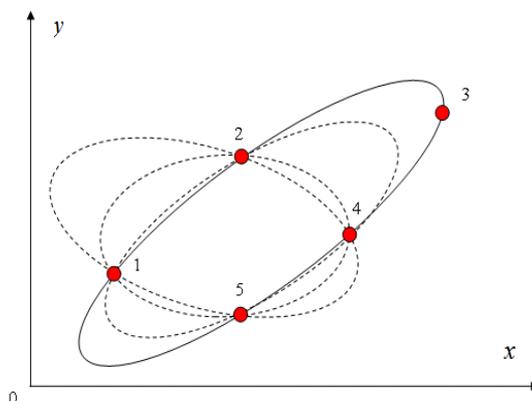
Константы κ и τ находятся из выражения

$$\kappa = \sqrt{4a_{12}^2 + (a_{11} - a_{33})^2}, \quad \tau = \sqrt{4a_{12}^2 + (a_{11} - a_{33})^2} / 2a_{12}. \quad (3.4.9)$$

Учитывая инвариантность старших коэффициентов уравнения (3.4.4) к плоскопараллельному переносу эллипса можно получить косинус разности фаз $\Delta\phi$ из старших коэффициентов уравнения (3.4.4)

$$a_{11} = \frac{1}{b_1^2}, \quad a_{12} = \frac{1}{b_1 b_2} \cos(\Delta\phi) \quad \text{и} \quad a_{22} = \frac{1}{b_2^2}. \quad (3.4.10)$$

Вычислим перечисленные коэффициенты уравнения (3.4.11) используя пучок кривых второго порядка (рис.3.28).



Рисунок– 3.4.3 Пучок кривых, используемый для

определения коэффициентов эллипса

Пучок кривых второго порядка можно образовать из комбинаций произведений кривых первого порядка (прямых линий):

$$f_1(x, y) \cdot f_2(x, y) = \alpha f_3(x, y) \cdot f_4(x, y), \quad (3.4.12)$$

здесь $f_i(x, y) = A_i x + B_i y + C_i$ уравнение i -той прямой линии, а коэффициент α задается таким образом, чтобы выбираемая из пучка кривая проходила через свободную точку (рис. 3.4.4).

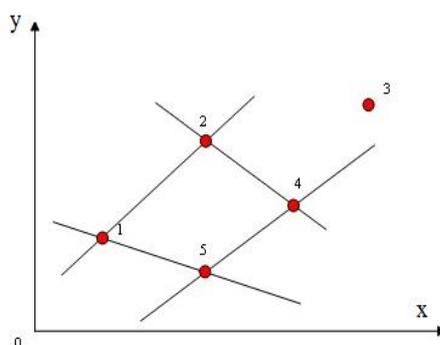


Рисунок –3.4.4. Порядок соединения точек, образующих пучок кривых

огда для точек, указанных на рис. 3.4.4 имеем следующие коэффициенты уравнений соединяющих их прямых:

$$\begin{aligned} A_1 &= y_2 - y_1, & B_1 &= x_1 - x_2, & C_1 &= x_2 y_1 - x_1 y_2, \\ A_2 &= y_5 - y_4, & B_2 &= x_4 - x_5, & C_2 &= x_5 y_4 - x_4 y_5, \\ A_3 &= y_5 - y_1, & B_3 &= x_1 - x_5, & C_3 &= x_5 y_1 - x_1 y_5, \\ A_4 &= y_4 - y_2, & B_4 &= x_2 - x_4, & C_4 &= x_4 y_2 - x_2 y_4, \end{aligned} \quad (3.4.13)$$

$$\alpha = -(A_1x_3 + B_1y_3 + C_1)(A_2x_3 + B_2y_3 + C_2) / [(A_3x_3 + B_3y_3 + C_3)(A_4x_3 + B_4y_3 + C_4)]. \quad (3.4.14)$$

Подставляя найденный коэффициент α в выражение (3.4.14) получим следующие коэффициенты уравнения эллипса:

$$\begin{aligned} a_{11} &= A_1A_2 + \alpha A_3A_4, \quad a_{12} = \frac{1}{2} [A_1B_2 + A_2B_1 + \alpha(A_3B_4 + A_4B_3)], \\ a_{22} &= B_1B_2 + \alpha B_3B_4. \end{aligned} \quad (3.4.15)$$

Разность фаз $\Delta\phi$ будем определять из коэффициентов (3.4.15) уравнения эллипса [37]

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \arccos \left(-\frac{a_{12}}{\sqrt{|a_{11}|} \sqrt{|a_{22}|}} \right). \quad (3.4.16)$$

Функция аркосинуса определена в пределах от $-\pi/2$ до $\pi/2$, однако можно расширить диапазон измерения до $\pm\pi$, определив значение поправочного коэффициента k

$$\Delta\phi = \Delta\phi + k\pi. \quad (3.4.17)$$

Это можно сделать, отслеживая ориентацию главной оси эллипса и направление движения точки по траектории относительно точки с нулевым фазовым сдвигом. Изменение направления движения говорит о том, что значение фазы больше π . На рисунке 3.4.5 показаны траектории точки на комплексной плоскости, получающиеся при непрерывном изменении фазового сдвига для различных значений начальной разности фаз $\Delta\phi$ в двух

различных точках интерференционной картины.

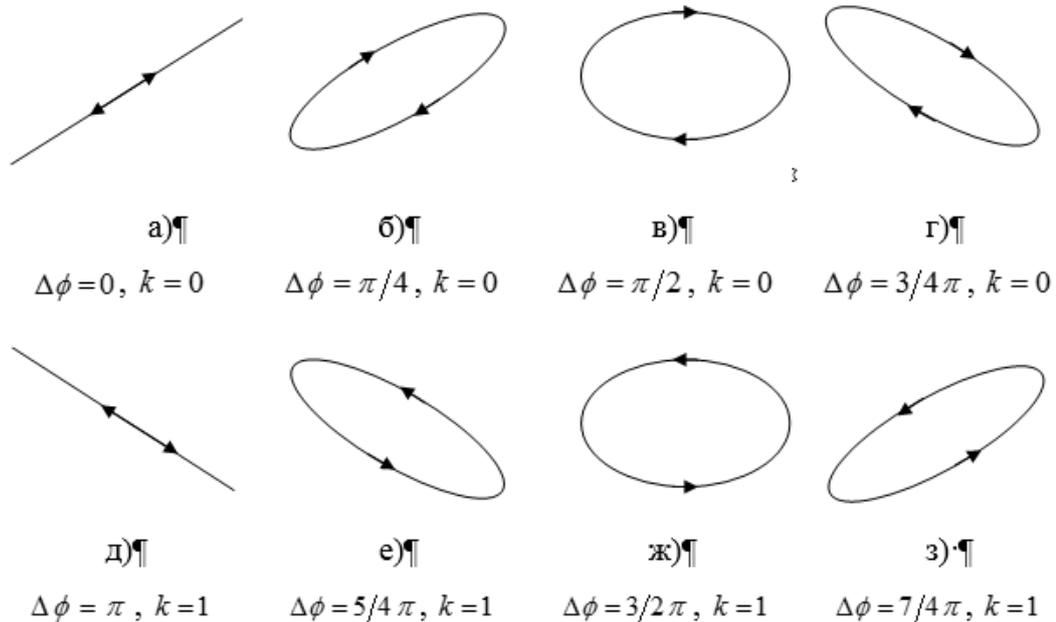


Рисунок – 3.4.5 Траектории точки на плоскости в зависимости от начальной разности фаз в различных точках

Из рис. 3.4.5 следует, что направление перемещения точки изменяется, когда разность фаз превышает π . Можно расширить диапазон измерения разности фаз до 2π определяя направление движения точки. Направление перемещения определяется знаком векторного произведения векторов, образованных координатами смежных точек: $V_i = [x_i \ y_i \ 0]^T$ и $V_{i+1} = [x_{i+1} \ y_{i+1} \ 0]^T$. Тогда направление перемещения точки по траектории S выразим как

$$S_i = \text{sign}(V_i \times V_{i+1}). \quad (3.4.18)$$

Исследование алгоритма III осуществлялась путем компьютерного моделирования. Синтезировалась серия из пяти интерференционных картин

с фазовыми сдвигами: $\delta_0 = 0$, $\delta_1 = \pi/3$, $\delta_2 = 2\pi/3$, $\delta_3 = \pi$, $\delta_4 = 4\pi/3$, соответственно (см. рис. 3.4.6).

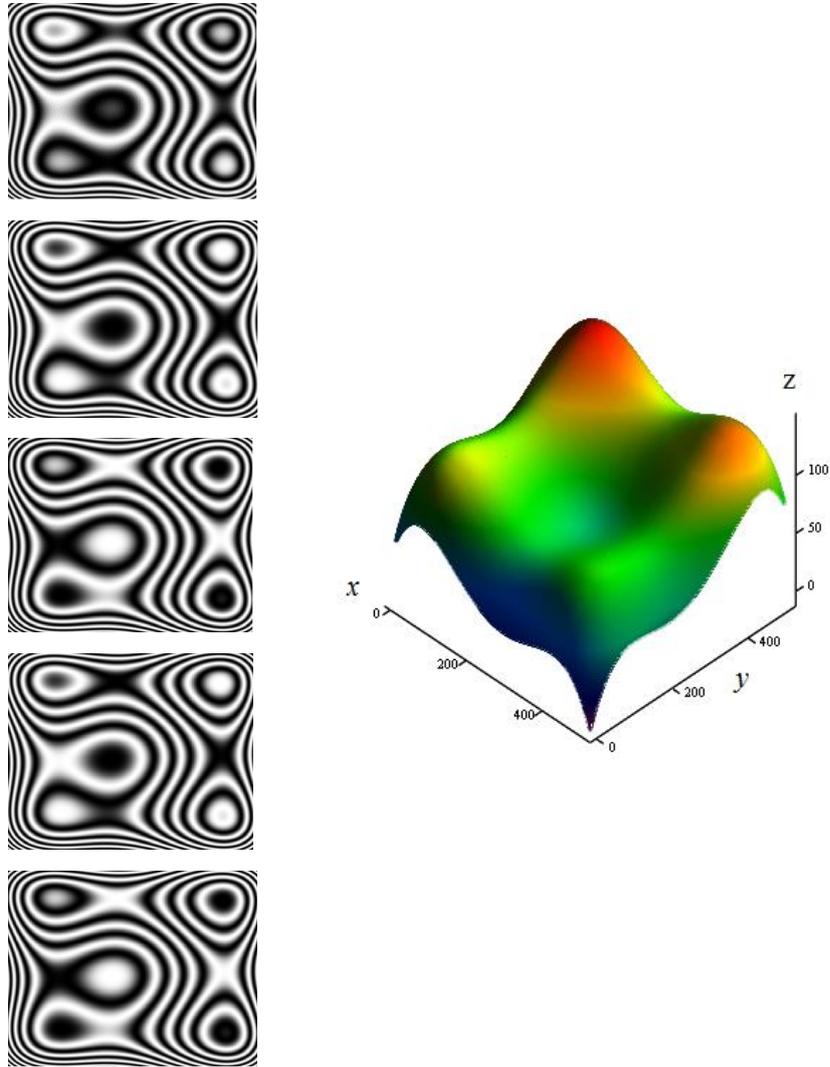


Рисунок – 3.4.6 Топограмма тестовой поверхности (справа) и интерференционные картины с различными фазовыми сдвигами:

$$\delta_0 = 0, \delta_1 = \pi/3, \delta_2 = 2\pi/3, \delta_3 = \pi, \delta_4 = 4\pi/3 \text{ (сверху вниз)}$$

Затем вычислялись значения косинуса разности фаз по формуле (3.4.16) и непосредственно разность фаз по формуле (3.4.17). После чего изменялось положение сканирующей точки, и вычислялось значение разности фаз для другой точки интерференционной картины по изложенной методике. После сканирования всех точек интерференционной картины получали набор

«портретов» фазовых разностей [32]. Параметры интерференционных картин соответствуют параметрам интерференционных картин используемых для исследования алгоритмов I и II в разделе (3.3). Формат интерференционных картин $N \times M = 512 \times 512$ пикселей. Здесь N - ширина, а M - высота кадра, соответственно. На интерференционные картины накладывался 5% аддитивный шум, имеющий нормальное распределение с нулевым средним. Положение базовой точки выбрано в центре интерференционной картины. Начальное положение сканирующей точки имеет координаты $(0,0)$. Далее по формулам (3.4.10) рассчитывались коэффициенты главного инварианта уравнения эллипса a_{11} , a_{12} и a_{22} .

Исследовалась зависимость погрешности вычисления разности фаз от количества усреднений. С этой целью рассчитывались фазовые «портреты» при различных положениях базовой точки. На рис. 3.4.7 показаны фазовые «портреты», рассчитанные для двух положений базовой точки. Первое положение базовой точки имело координаты $(0,0)$. Координаты второго положения базовой точки - $(N/2, M/2)$. Непосредственное усреднение фазовых «портретов» невозможно из-за скачков фазы – разрывов первого рода (рис. 3.4.7). Поэтому предварительно производилось их устранение.

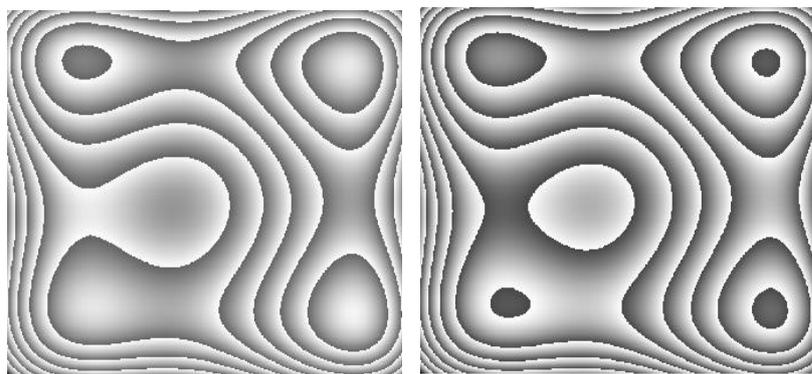


Рисунок – 3.4.7 Фазовые «портреты», рассчитанные при различных положениях базовой точки

Из рис. 3.4.7 также следует, что фазовые «портреты» отличаются друг от друга смещением фазы на некоторую постоянную величину по модулю не превышающую 2π . Данное смещение является непринципиальным при вычислении разности фаз. Всего возможно получить $N \times M$ фазовых «портретов» по числу возможных положений базовой точки. Отметим, что при большом количестве усреднений данное смещение может быть незначительным. Так при размере интерференционных картин 512×512 пикселей и усреднении по всем возможным положениям базовой точки величина смещения не превышает $2.397 \cdot 10^{-5}$ рад.

На рис. 3.4.8 показаны результаты, полученные при усреднении 3, 5, 7, 9, 11, 15, 20, 30, 40 и 50 фазовых «портретов».

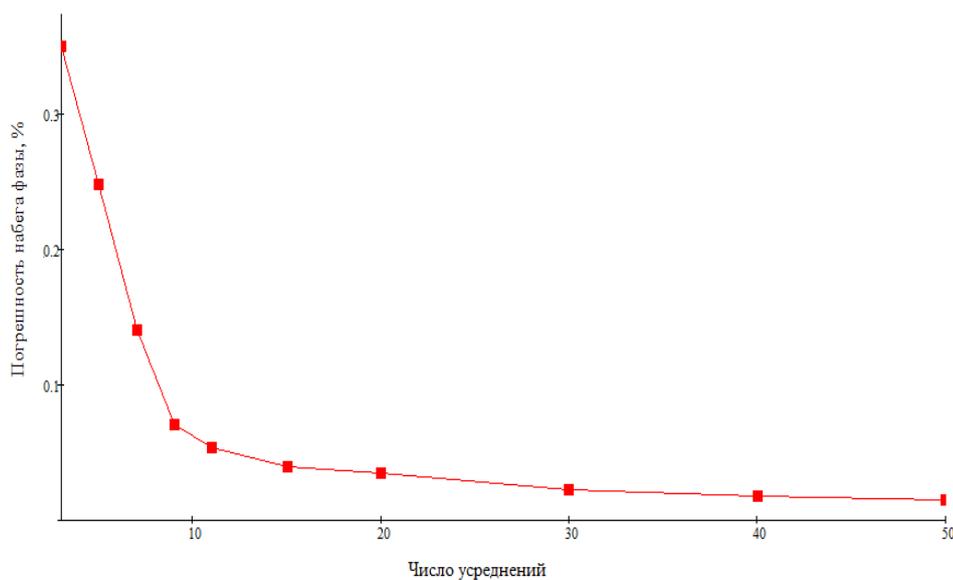


Рисунок – 3.4.8 Зависимость погрешности вычисления разности фазы по алгоритму III от числа усреднений

Минимальная относительная погрешность определения разности фаз $\Delta\phi$ составила 0.017% при усреднении по 50 фазовым «портретам».

Достоинством данного алгоритма является возможность усреднения большого количества фазовых «портретов» без регистрации дополнительных интерференционных картин.

Анализ алгоритма III показал, что основная погрешность определения разности фаз в данном алгоритме обусловлена вырождением траектории в прямую линию, которое происходит, если разность фаз кратна π (см. рис. 3.4.5а, д). В этом случае матрица главного инварианта плохо обусловлена и выражение для вычисления косинуса разности фазы (3.4.16) вычисляется с большой погрешностью. Для уменьшения этой погрешности можно рекомендовать трехточечную схему вычисления разности фаз и случайный выбор координат точек. В этом случае вырождения траектории не происходит.

Алгоритм IV. Для трехточечной схемы [250] уравнение эллипса и входящих в него коэффициентов принимают следующий вид

$$\begin{aligned} & \frac{(x_i - x_0)^2}{b_1^2} + \frac{(y_i - y_0)^2}{b_2^2} + \frac{(z_i - z_0)^2}{b_2^2} - 2 \frac{(x_i - x_0)(y_i - y_0)}{b_1 b_2} \cos(\phi_2 - \phi_1) - \\ & - 2 \frac{(x_i - x_0)(z_i - z_0)}{b_1 b_2} \cos(\phi_3 - \phi_1) - 2 \frac{(y_i - y_0)(z_i - z_0)}{b_1 b_3} \cos(\phi_3 - \phi_2) = \end{aligned} \quad (3.4.19)$$

$$= \sin^2(\phi_2 - \phi_1) + \sin^2(\phi_3 - \phi_1) + \sin^2(\phi_3 - \phi_2),$$

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{21}yz + 2a_{23}x + 2a_{31}y + 2a_{32}z + a_{33} = 0, \quad (3.4.20)$$

$$a_{11} = \frac{1}{b_1^2}, \quad a_{12} = \frac{1}{b_1 b_2} \cos(\phi_2 - \phi_1), \quad a_{13} = \frac{1}{b_1 b_3} \cos(\phi_3 - \phi_1),$$

$$a_{23} = \frac{1}{b_2 b_3} \cos(\phi_3 - \phi_2), \quad a_{33} = \frac{1}{b_3^2}. \quad (3.4.21)$$

Отметим, что в отличие от алгоритма III направление изменения разности фаз в алгоритме IV можно определить непосредственно из уравнений (3.1.18) и (3.1.19). Исследование алгоритма IV выполнялось по такой же

методике, как и для алгоритма III. Результаты исследования показаны на рис. 3.4.9.

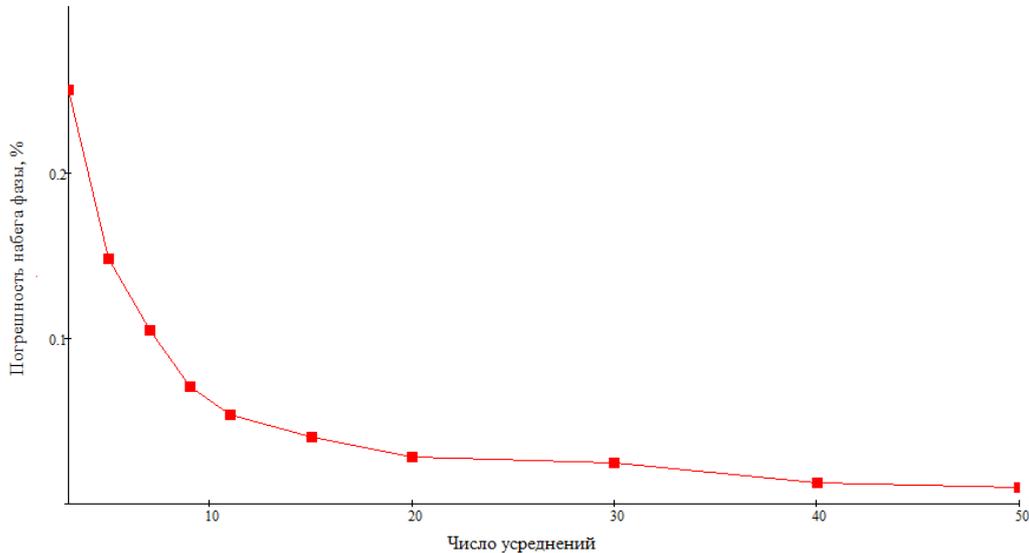


Рисунок 3.4.9 – Зависимость погрешности вычисления разности фаз по алгоритму IV от числа усреднений

Из рис. 3.4.8 и 3.4.9 следует, что алгоритм IV позволяет уменьшить относительную погрешность определения разности фаз $\Delta\phi$ с 0,017% до 0,001% при усреднении по 50 фазовым «портретам». Кроме того, число возможных положений опорной точки в сравнении с алгоритмом III, может быть увеличено за счет увеличения числа опорных точек, что позволяет более эффективно подавлять шумы при усреднении фазы за счет увеличения числа комбинаций положения опорных точек.

Таким образом **оценивание разности фаз пространственных интерференционных сигналов, на основе анализа их траектории в двух и более точках интерференционной картины после их усреднения позволяет снизить относительную погрешность до уровня 10^{-2} . Это пятое защищаемое научное положение.**

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 3

1. Предложен новый подход к анализу интерференционных сигналов в оптико-электронных интерференционных измерительных системах, основанных на анализе их траектории в пространстве интенсивностей. Показано, что вид траектории не зависит от формы измеряемого волнового фронта.
2. Предложен новый критерий оценки качества интерференционных картин. Критерий основан на оценке угла отклонения плоскости в которой локализована измеряемая траектория от базовой плоскости. Исследованы влияние отклонений средней интенсивности, контраста интерференционных полос и неточности установки фазовых сдвигов на положение измеряемой плоскости в пространстве интенсивностей интерференционных сигналов. Установлено, что изменение средней интенсивности интерференционных полос приводит к плоскопараллельному смещению данной плоскости в координатном пространстве. Изменение контраста интерференционных полос и неточность установки фазовых сдвигов приводят к повороту измеряемой плоскости относительно центра траектории.
3. Предложены методы преобразования эллиптической траектории, к круговой форме с известными фазовыми сдвигами. Преобразование производится путем нахождения плоскости на которую эллиптическая траектория, образуемая интерференционными картинками с неизвестными фазовыми сдвигами, проецируется в виде окружности. Такой подход позволяет производить расшифровку интерференционных картин со случайными фазовыми сдвигами. Алгоритм I основан на нахождении кругового сечения цилиндра, в который вписана эллиптическая траектория. Алгоритм требует оценки угла главного направления и отношения большой и малой осей эллиптической траектории. В алгоритме II находится круговое сечение конуса. При этом исключается нахождение параметров уравнения эллиптической траектории. Исследовано влияние шумов на погрешность

оценки фазы интерференционных полос. Среднеквадратическая ошибка вычисления фазы при 5% шуме по алгоритму I составила 0.015 рад., что соответствует погрешности измерения высот топограммы измеряемого объекта не более 8 нм. Для алгоритма I эти величины составили 0.093 рад. и 4 нм, соответственно.

4. Предложены новые алгоритмы расшифровки интерференционных картин, основанные на оценке разностей фаз между базовыми и сканирующими точками. Отличительной особенностью данных алгоритмов в сравнении с традиционными методами является возможность усреднения разностей фаз, рассчитываемых для различных комбинаций положения базовых точек. При этом не требуется регистрации дополнительных интерференционных картин. При усреднении по 50 фазовым «портретам» для двухточечного алгоритма относительная погрешность оценки разности фаз не превышает 10^{-2} , а для трехточечного 10^{-3} соответственно.

Глава основана на работах автора [16, 29, 34, 47, 198, 199, 236].

ГЛАВА 4. МЕТОДЫ РАСШИРЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

В главе рассмотрены методы решения проблемы фазовой неопределенности в интерферометрии. Предложены методы расширения динамического диапазона интерференционных измерений.

4.1 Проблема фазовой неопределенности в интерферометрии

В двухлучевой оптической интерферометрии измеряется оптическая разность хода между интерферирующими пучками, объектным L_p и опорным L_r пучками, соответственно. В области перекрытия этих пучков образуется интерференционная картина. При ее регистрации фотодатчиком получается интерференционный сигнал, который описывается следующим образом

$$I(\phi) = A_p^2 + A_r^2 + 2A_p A_r \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} L_p - \frac{2\pi}{\lambda} L_r \right]. \quad (4.1.1)$$

или

$$= A_p^2 + A_r^2 + 2A_p A_r \cos(\phi + 2\pi n), \quad (4.1.2)$$

здесь λ - длина волны лазера, ϕ - локальная фаза (дробной часть разности

фаз опорного и объектного пучков) $\phi = \phi_p - \phi_r = 2\pi \text{ceil} \left[\frac{L_p}{\lambda} - \frac{L_r}{\lambda} \right]$, n -

порядок (целая часть) номера интерференционной полосы $n = \text{int} \left[\frac{L_p}{\lambda} - \frac{L_r}{\lambda} \right]$.

Фотодетектор может зарегистрировать интенсивность только дробной части фазы. В этом случае получим следующее выражение

$$I(\phi) = A_p^2 + A_r^2 + 2A_p A_r \cos(\phi_p - \phi_r). \quad (4.1.3)$$

Ошибка измерения из-за пропуска целого числа полос будет кратна 2π . Восстановить пропущенные число полос при измерении фазы на одной частоте невозможно. Это принципиальный недостаток одночастотных методов интерференционных измерений. Рисунок 4.1.1 иллюстрирует эту проблему.

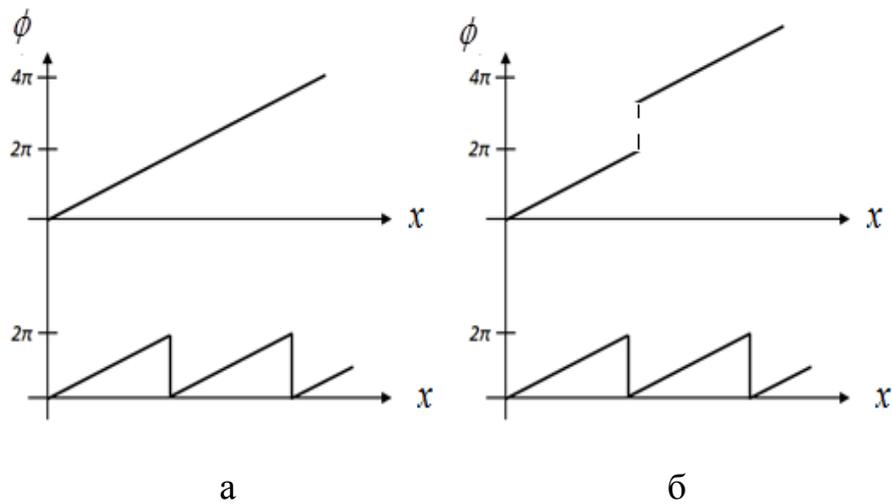


Рисунок 4.1.1 – Полная и локальная фазы: гладкой поверхности (слева) и ступенчатой поверхностей (справа)

На рис. 4.1.1 (рис. 2,б) показано, что волновой фронт при разрыве I рода кратном 2π формирует точно такую же интерференционную картину, как и при непрерывном волновом фронте (рис. 2,а).

Существует большое количество алгоритмов и их модификаций для устранения фазовой или $n\pi$ - неоднозначности [3, 65, 73, 74, 77, 79, 99, 111, 115, 118, 163, 256]. Процесс ее устранения называется «развертыванием» фазы. Многие из этих методов формируют пороговую функцию (рис. 4.1.2), которая показывает, в какой момент необходимо сделать скачок на 2π , если фаза возрастает, или на -2π , если фаза убывает.

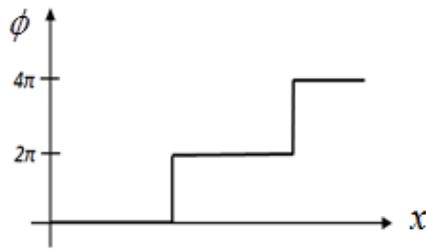


Рисунок 4.1.2 – Пороговая функция возрастающей фазы

Переход пороговой функции будет происходить в тех местах фазовой картины, где в смежных точках локальной фазы ее приращение удовлетворяет условию

$$|\phi_i - \phi_{i+1}| > \pi. \quad (4.1.4)$$

Знак перехода зависит от убывания или возрастания значений локальной фазы в смежных точках. Сложение пороговой функции и фазы локальных интерференционных полос фазы дает полную фазу Φ (см. рис. 4.1.1 – верхний ряд)

$$\Phi(x, y) = \phi(x, y) + 2\pi n(x, y). \quad (4.1.5)$$

где $n(x, y)$ - порядок интерференционной полосы.

Решение задачи фазовой неопределенности достаточно сложная техническая задача [16, 155]. Рассмотрим случаи, когда «разворачивание» фазы по условию (4.1.4) не позволяет получить правильное решение.

На рис. 4.1.3,а-г показаны интерференционные картины и локальные фазы интерференционных полос для гладкой поверхности (рис. 4.1.3,а,б) и для поверхности со ступенью фазы высотой $2\pi/3$ (рис. 4.1.3,в,г).

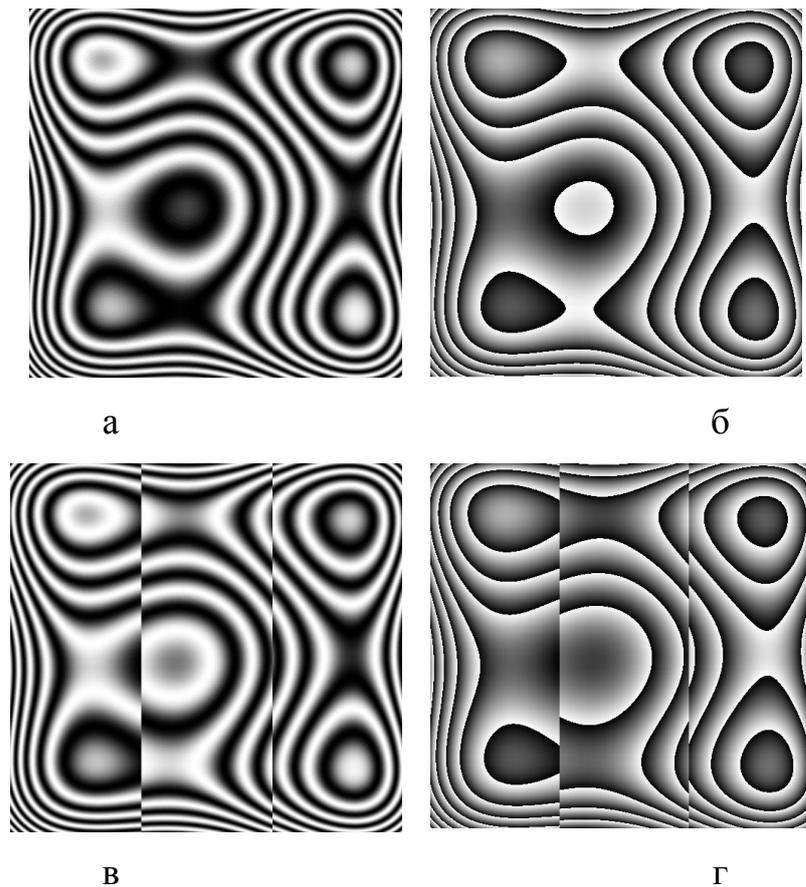


Рисунок 4.1.3 – Интерференционные и фазовые картины: (а,б) – гладкой поверхности, (в,г) – ступенчатой поверхности, соответственно

Из рис. 4.1.3,в,г видно, что наличие ступеней в профиле поверхности приводит к распаданию системы интерференционных полос на отдельные области. Перепад фазы на границе раздела областей может не удовлетворять условию (4.1.4) и нахождение правильного номера полосы затруднено из-за отсутствия общих точек на них.

Другим сложным случаем является «развертывание» фазы на фоне спекл-шума [58, 60, 66, 163]. На рис 4.1.4,а,б показаны фазовые картины без шума и с зашумленной фазой. Такие шумы могут наблюдаться, например, при регистрации спекл-изображений [263]. Для их устранения используются методы линейной и нелинейной фильтрации [14].

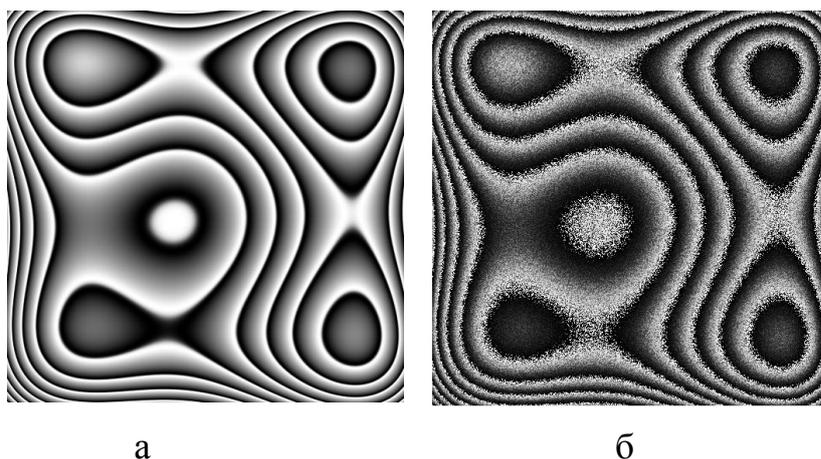


Рисунок 4.1.4 – Фазовые картины: (а) - без шума, (б) - с зашумленной фазой

На рис. 4.1.4,б видно, что в сравнении с переходами, показанными на рис. 4.1.4,а наличие шума на картине фазы интерференционных полос приводит к появлению ложных переходов [73, 192]. В этом случае пороговая функция, а, следовательно, и полная фаза будут восстанавливаться неправильно. Кроме того, согласно выражению (4.1.5) происходит накопление ошибок пороговой функции и их распространение на последующие значения полной фазы.

В настоящее время не существует универсального метода устранения фазовой неоднозначности пригодного для решения широкого круга технических задач, в которых используются фазовые измерения. Поэтому разработка таких методов по-прежнему актуальна [238].

4.2 Методы расширения диапазона фазовой однозначности с одной длиной волны

При большой кривизне объектного волнового фронта, его оценка классическими методами интерферометрии с плоской опорной волной становится невозможной. В этом случае при интерференции волнового и опорного пучков образуются высокие пространственные частоты,

$W(\xi)$ с его пространственно смещенной копией, образуется разность оптического хода $\Delta W(\xi)$, имеющая простую интерпретацию

$$\Delta W(\xi) = n\lambda, \quad (4.2.1)$$

где ξ - пространственная координата, а n - порядок интерференционной полосы (может выражаться не целым числом); λ - длина волны источника освещения.

В этом случае проблема определения формы неизвестного волнового фронта сводится к решению следующих задач:

1) измерение по интерференционной картине фазовой разности оптического хода $\Delta W(x, y)$. Следует отметить, что интерферометры сдвига чувствительны к направлению смещения. Поэтому при измерении двухмерного волнового фронта необходимо производить два смещения во взаимно ортогональных направлениях $\Delta W(x + \Delta x, y) \mapsto \phi_{ij}$ и $\Delta W(x, y + \Delta y) \mapsto \phi_{ij}^\perp$. Поэтому реализация такого подхода требует получения двух интерференционных картин, одну для прямого, а другую для ортогонального ему направления сдвига, соответственно.

2) Оценивание (аппроксимация) неизвестного фазового распределения $W(x, y)$ по двум измеренным фазовым разностям оптического хода ϕ_{ij} и ϕ_{ij}^\perp , соответственно, после их «разворачивания» (устранения $n\pi$ - неоднозначности). Отметим, что при малых величинах пространственного сдвига интерференционная картина может интерпретироваться как пространственная производная волнового фронта, взятая в направлении сдвига.

Оценивание формы волнового фронта обычно выполняют на основе *модального* или *зонального* подходов. При модальном оценивании фаза

волнового фронта аппроксимируется набором базисных функций, являющихся частью ортогонального базиса, оптимальные коэффициенты которых определяют методом МНК. Точность аппроксимации определяется фиксированным количеством учитываемых коэффициентов. В качестве базисных функций используют различного вида полиномы. Для круглой апертуры, как правило, используют полиномы Цернике, а для прямоугольных апертур полиномы Лежандра или Чебышева (Родионов и др., 2013). Недостатком метода является сложность выбора коэффициентов разложения при наличии шума. Более естественным представляется зональный подход, аппроксимирующий волновой фронт) на основе МНК. Зашумленные фазовые разности r и c определяются для двух пространственных направлений

$$r_{ij} = \phi_{ij} - \phi_{i-1,j} + e_{ij}, \quad c_{ij} = \phi_{ij} - \phi_{i,j-1} + h_{ij}, \quad (4.2.2)$$

где ϕ - фаза интерференционной картины, (i, j) - дискретные координаты, соответствующие пространственным координатам (x, y) , а e_{ij} и h_{ij} - фазовый шум, для первого и второго направлений сдвига, соответственно. В зональном методе минимизируется функция качества оценки волнового фронта:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [(r_{ij} - \phi_{ij} + \phi_{i-1,j})^2 + (c_{ij} - \phi_{ij} + \phi_{i,j-1})^2]. \quad (4.2.3)$$

Применяя метод МНК к выражению (4.2.3) получим:

$$4\phi_{ij} - \phi_{i-1,j} - \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j-1} - \phi_{i,j+1} = r_{ij} - r_{i+1,j} + c_{ij} - c_{i,j+1} = v_{i,j}. \quad (4.2.4)$$

Выражение (4.2.4) по своему виду совпадает с общеизвестным численным решением уравнения Пуассона эллиптического типа в прямоугольной области с граничными условиями Дирихле $\phi_0 = 0$ [11]

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0. \quad (4.2.5)$$

Система нормальных уравнений (4.2.4) в матричной форме имеет вид:

$$A\Phi = V, \quad (4.2.6)$$

где A – тридиагональная (симметрическая с одинаковыми диагональными элементами) блочно-диагональная матрица размерностью $NM \times NM$

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & -I & & & & & & & 0 \\ & -I & A_0 & -I & & & & & \\ & & -I & A_0 & -I & & & & \\ \dots & & & -I & A_0 & -I & & & \\ & & & & -I & A_0 & -I & & \\ & & & & & -I & A_0 & -I & \\ 0 & & & & & & -I & A_0 & \end{bmatrix}, \quad (4.2.7)$$

здесь

$$A_0 = \begin{bmatrix} 4 & -1 & & & 0 \\ -1 & 4 & -1 & & \\ & -1 & 4 & -1 & \\ \dots & & & & \\ & & -1 & 4 & -1 \\ & & & -1 & 4 & -1 \\ 0 & & & & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad I - \text{единичная диагональная матрица,}$$

$$\Phi = [\phi_{11}, \dots, \phi_{MN}]^T, \quad V = [v_{11} \dots v_{M,N-1} v_{MN}]^T.$$

Известны быстрые алгоритмы решения матричной системы уравнений (4.2.7), основанные на быстром преобразовании Фурье [11]. Данный алгоритм решения неприменим к несимметричным волновым фронтам, для которых не выполняется условие периодичности. В этом случае решение имеет большой уровень осцилляций на краях интерференционной картины (эффект Ганна).

Автором в работе [30] предложена модификация данного метода для устранения этого недостатка (алгоритм I). Анализ граничных точек показывает, что в случае аperiodичности система уравнений (4.2.7) принимает вид

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & -I & & & 0 \\ -I & A_1 & -I & & \\ & -I & A_1 & -I & \\ \dots & & & & \\ & & -I & A_1 & -I \\ & & & -I & A_1 & -I \\ 0 & & & & -I & A_0 \end{bmatrix}, \quad (4.2.8)$$

где

$$A_0 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & 0 \\ -1 & 3 & -1 & & \\ & -1 & 3 & -1 & \\ \hline & & -1 & 3 & -1 \\ & & & -1 & 3 & -1 \\ 0 & & & & -1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ а } A_1 = \begin{bmatrix} 3 & -1 & & & 0 \\ -1 & 4 & -1 & & \\ & -1 & 4 & -1 & \\ \hline & & -1 & 4 & -1 \\ & & & -1 & 4 & -1 \\ 0 & & & & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Отметим, что матрица A в данном случае становится нетеплицевой. Систему уравнений (4.2.8) можно факторизовать, если найдется преобразование такое, что

$$U^T A U = \Lambda, \quad (4.2.9)$$

где U - матрица преобразования, Λ - клеточная диагональная матрица.

Из теории матричных вычислений [12] известно, что, если U - матрица, составленная из собственных векторов матрицы A , а λ - ее собственные числа, то Λ - диагональная матрица, диагональ которой состоит из собственных чисел λ

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \cdot & \cdot \\ 0 & & & \lambda_N \end{bmatrix}. \quad (4.2.10)$$

Тогда матрица (4.2.8) примет вид

$$A = \begin{bmatrix} \Lambda_0 & -I & & & & & 0 \\ & -I & \Lambda_1 & -I & & & \\ & & -I & \Lambda_1 & -I & & \\ \hline & & & -I & \Lambda_1 & -I & \\ & & & & -I & \Lambda_1 & -I \\ 0 & & & & & -I & \Lambda_0 \end{bmatrix}. \quad (4.2.11)$$

Путем перестановки столбцов и строк матрица A приводится к виду аналогичному виду матрицы (4.2.9). Тогда система уравнений (4.2.11) примет вид

$$\Lambda\Phi = (UV)^T. \quad (4.2.12)$$

Собственные значения блочной матрицы A_1 находятся как $\lambda_{1_s} = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \left[4 - 2 \cos\left(\frac{s\pi}{N+1}\right) \right]$, где $s \in [0, N-1]$, а $\lambda_{0_s} = \lambda_{1_s} - 1$ - собственные векторы. Для A_0 собственные векторы получим путем решения системы уравнений $AU_s = \lambda_{1_s} A$, с их последующей нормировкой. Отметим, что собственные векторы одни и те же для матриц A_0 и A_1 . Решение системы (4.2.12) позволяет найти полную фазу пропорциональную топограмме измеряемой поверхности.

Методом компьютерного моделирования выполнена проверка работоспособности алгоритма I. С этой целью была рассчитана топограмма тестовой отражающей поверхности размером 512x512 отсчетов по формуле:

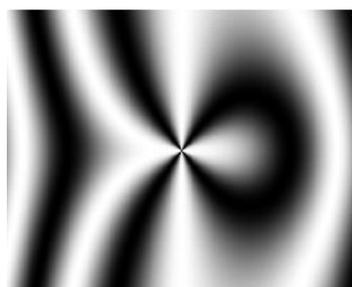
$$Z(x, y) = a \left[\left(x - \frac{\max(x)}{2} \right)^2 + \left(y - \frac{\max(y)}{2} \right)^2 \right] + b(x^3 + y^3), \quad (4.2.13)$$

где a , b - масштабные коэффициенты, $\max(\eta)$ - функция нахождения максимального значения переменной η .

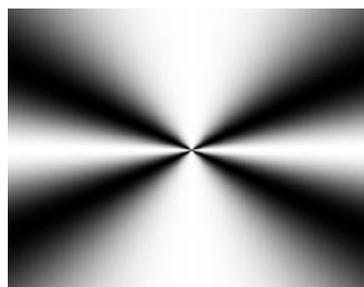
Масштабные коэффициенты a и b выбирались таким образом, чтобы максимальная высота топограммы Z_{\max} была много больше длины волны источника лазерного освещения - λ . В нашем случае: $\lambda = 633$ нм, а $Z_{\max} = 23.125$ мкм. Затем по формуле (4.2.13) рассчитывалась тестовая топограмма $Z(x, y)$. Фаза волнового фронта $\phi(x, y)$ получалась по тестовой топограмме отражающей поверхности

$$\phi(x, y) = \frac{4\pi}{\lambda} Z(x, y). \quad (4.2.14)$$

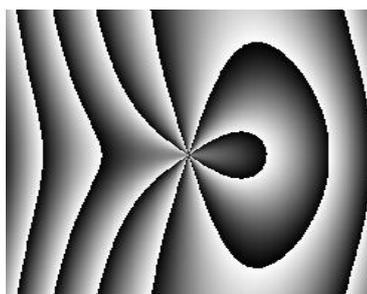
Из значений фазы (4.2.14) синтезировалось две интерференционные картины (рис. 4.2.2,а, б). Каждая из них имитирует работу интерферометра бокового сдвига. Направления сдвига для первой интерференционной картины - продольное, для второй интерференционной картины - поперечное. На рис. 4.2.2,в,г показаны результаты расшифровки каждой из интерференционных картин. На рис. 4.2.2,д,е показаны «развернутые» фазы после устранения разрывов I рода. Из полученных значений «развернутой фазы» формировалась система уравнений (4.2.12). Далее находили решение данной системы. Найденные значения полной фазы по формуле (4.2.14) пересчитывались в высоты топограммы измеряемой поверхности. На рис. 4.2.2,ж показана 2D-, а на рис. 4.2.2,з – 3D-карта высот топограммы. Полученные при решении системы уравнений (4.2.12) результаты сравнивались с результатами решения системы уравнений (4.2.7). Для формирования системы уравнений (4.2.7) использовались те же данные, что и для системы уравнений (4.2.12).



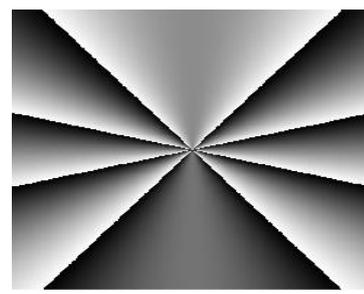
а)



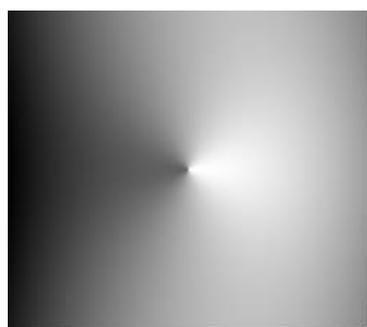
б)



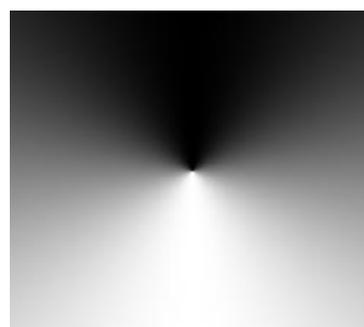
в)



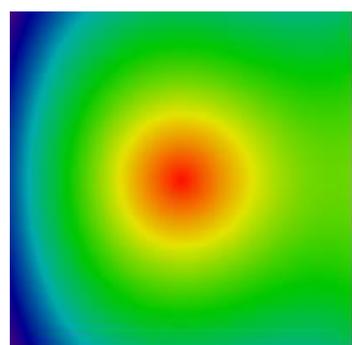
г)



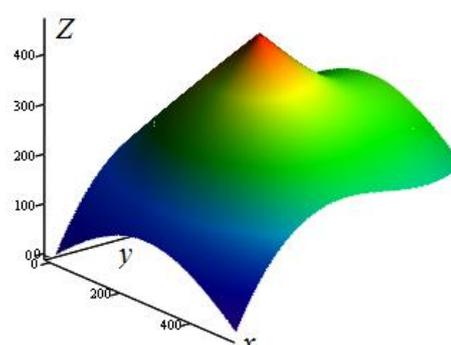
д)



е)



ж)



з)

Рисунок 4.2.2 – Результаты выполнения отдельных этапов алгоритма I

На рис. 4.2.3 показаны результаты расчета систем уравнений (4.2.7) и (4.2.12) в среднем сечении интерференционной картины

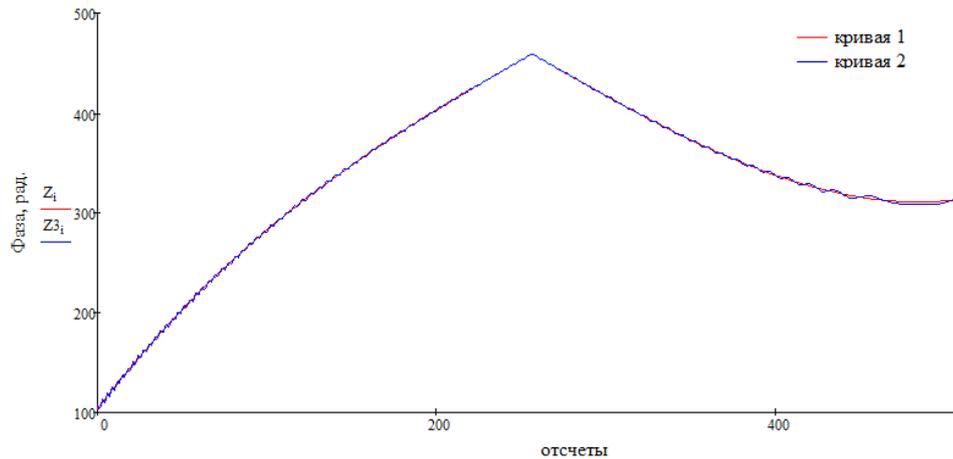


Рисунок 4.2.3 – Результаты решения систем уравнений (4.2.7) и (4.2.12) в среднем сечении интерференционной картины

На рис. 4.2.3 (кривая 2) видны осцилляции решения, которые обусловлены несимметричностью волнового фронта. На кривой – 1 рис. 4.2.3 соответствующей решению системы уравнений (4.2.12) осцилляции отсутствуют. Важным вопросом является влияние выбора величины смещения интерференционных картин в интерферометре сдвига на погрешность измерения фазы. С одной стороны, при малом смещении интерференционных картин снижается алгоритмическая погрешность, а, с другой стороны, усиливается влияние шума на результат измерений. Для исследования данной зависимости была синтезирована интерференционная картина с линейно изменяющейся фазой. Количество интерференционных полос не менее 25. Поле зрения интерферометра (размер интерференционной картины) соответствовало размеру матрицы Canon 650D - 22.3x14.9 мм. Смещение между интерференционными картинками задавалось в пределах от 10 до 60 мкм. Здесь учитывался размер пикселя изображения интерференционной картины равный 10 мкм. На интерференционную картину накладывался 5% аддитивный шум с нормальным законом распределения и нулевым средним. Методика исследования заключалась в следующем:

- 1) из смещенной и неподвижной интерференционных картин формировалась система уравнений (4.2.12);
- 2) решение системы уравнений (4.2.12) сравнивалось с модельным значением фазы без шумов.

Оценка влияния шума на погрешность измерения выполнялась путем вычисления относительной погрешности между рассчитанными и модельными значениями измеряемой фазы. Выполненное исследование подтверждает эффективность предложенной здесь модификации зонального метода. Результаты исследования приведены на рис. 4.2.4.

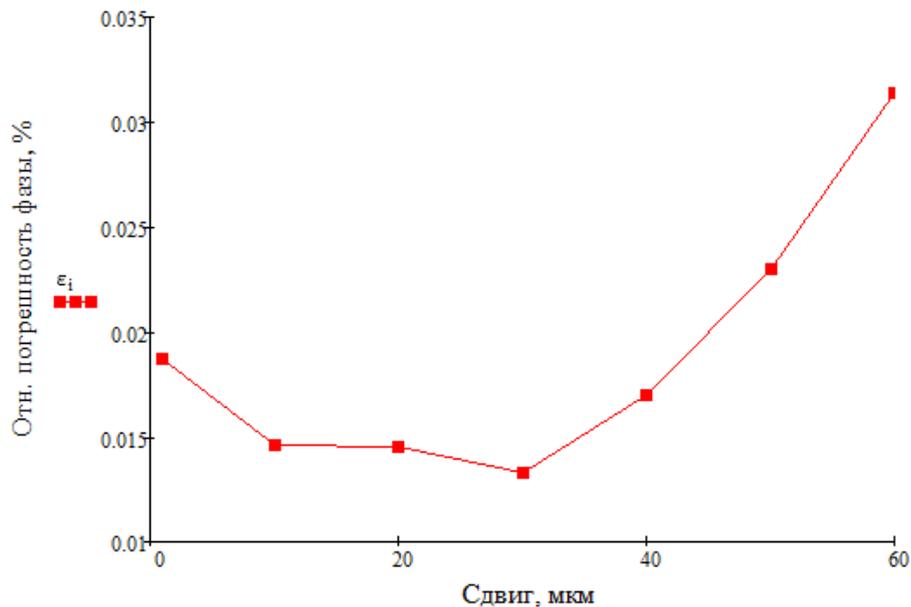


Рисунок 4.2.4 – Зависимость погрешности фазы от величины смещения интерференционных картин в интерферометре сдвига

На рис. 4.2.4 показано, что при выбранных параметрах измерительной системы оптимальным является смещение интерференционных картин между собой на 30 мкм. Такое смещение соответствует 1/30 ширины интерференционной полосы. При этом относительная погрешность фазы составила 0.013%. Отсюда следует, что при практических измерениях

следует согласовывать величину сдвига в сдвиговом интерферометре с шагом интерференционных полос.

4.3 Методы расширения диапазона фазовой неопределенности с несколькими длинами волн

Недостаток методов устранения фазовой неопределенности с одной длиной волны заключается в том, что «развернутая» фаза, является всего лишь одним из возможных фазовых распределений, которые могут породить одну и ту же интерференционную картину (рис. 4.3.1).

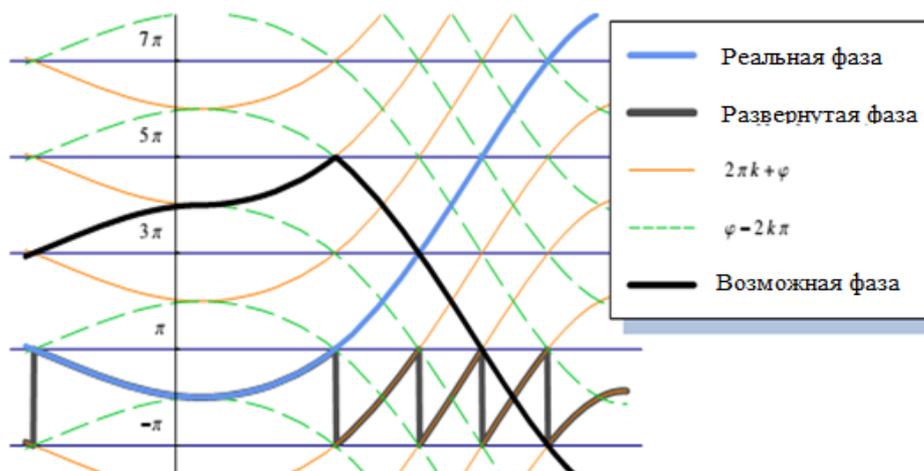


Рисунок 4.3.1 - Сетка возможных решений, образованная линиями

$$\Phi = \pm\phi + 2\pi k \quad [217]$$

На рис. 4.3.1 показано, что по фазе интерференционных полос с интервалом $\pm\pi$ можно восстановить форму, по крайней мере, двух различных волновых фронтов. Это связано с четностью функции, описывающей интерференционный член уравнения (4.1.3), которая не позволяет учесть знак изменения фазы.

Одним из распространенных методов расширения диапазона фазовой неопределенности является синтез интерференционной картины с большим

периодом интерференционных полос из набора фазовых картин с меньшими периодами интерференционных полос. Такой метод носит название «метод эквивалентной длины волны» [26]. Так из двух интерференционных картин полученных с длинами волн источника освещения λ_1 и λ_2 , соответственно, можно получить фазовое изображение соответствующее интерференционной картине с длиной волны равной $\lambda_{eq} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|}$. Длина

эквивалентной волны будет тем больше, чем меньше различаются длины волн между собой. Метод может использовать более двух длин волн [237].

В этом случае эквивалентная длина волны образуется комбинациями

эквивалентных же длин волн: $\lambda_{123}^{eq} = \frac{\lambda_{12}^{eq} \lambda_{13}^{eq}}{|\lambda_{13}^{eq} - \lambda_{12}^{eq}|}$.

Например, при длинах волн видимого оптического диапазона $\lambda_1=488$, $\lambda_2=452$ нм и $\lambda_3=633$ нм можно получить следующие эквивалентные длины волны $\lambda_{eq12}=6127.111$ нм, $\lambda_{eq13}=1580.751$ нм и $\lambda_{eq123}=2130.372$ нм, соответственно.

Отметим, что погрешность фазы в каждой из интерференционных картин с меньшими периодами интерференционных полос приводят к увеличению погрешности фазы, синтезируемой с эквивалентной длиной волны. Погрешность возрастает пропорционально отношению величин исходных длин волн к синтезированной длине волны [126]. Это видно из выражения для абсолютной погрешности оптической разности хода

$$\Delta OPD = \frac{\Delta \phi \lambda_{eq}}{2\pi}. \quad (4.3.1)$$

где $\Delta \phi$ - абсолютная погрешность фазы.

Рассмотрим другой способ решения задачи нахождения полной фазы Φ по набору фаз интерференционных сигналов ϕ_1 и ϕ_2 , полученных для длин волн λ_1 и λ_2 , соответственно.

На рис. 4.3.2 показаны графики фаз интерференционных сигналов ϕ_1 , ϕ_2 и полная фаза, соответственно.

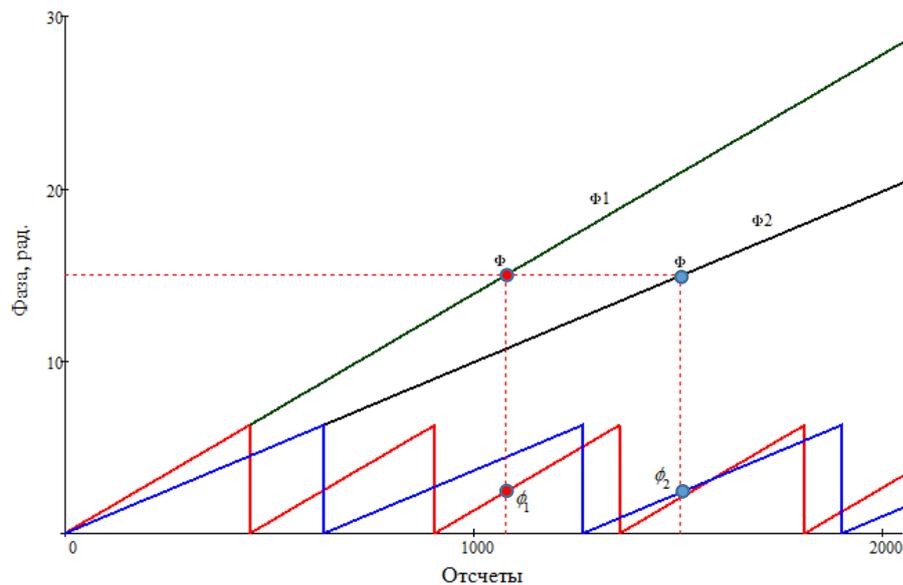


Рисунок 4.3.2 – Фазы интерференционных сигналов

Из рис. 4.3.2 видно, что одному и тому же значению полной фазы Φ соответствуют фазы интерференционных полос ϕ_1 и ϕ_2 . Полную фазу Φ также можно найти из системы уравнений

$$\begin{cases} \Phi = \phi_1 + 2\pi n_1 \\ \Phi = \phi_2 + 2\pi n_2 \end{cases} \quad (4.3.2)$$

Решение, удовлетворяющее системе уравнений (4.3.2), можно найти подбирая порядки полос n_1 и n_2 . При этом исключается необходимость искать фазовые переходы (скачки). Отметим также, что решением системы уравнений (4.3.2) будет является любая пара порядков полос n_1 и n_2

удовлетворяющая условию $(\phi_1 - \phi_2) + 2\pi(n_1 - n_2) = 0$. Поэтому данный подход не позволяет получить однозначное решение системы уравнений (4.3.2) [233].

Другой, оригинальный подход был предложен проф. Гужовым и проф. Солодкиным [24]. Основная идея предлагаемого подхода заключается в представлении фазы интерференционных сигналов набором целых чисел в системе остаточных классов (вычетов), где длина волны лазерного излучения отождествляется с модулем этой системы. Данная задача эквивалентна задаче перевода целых неотрицательных чисел, представленных в системе остаточных классов (СОК), в позиционную систему счисления [2, 9].

Автором совместно с проф. Гужовым были выполнены исследования по повышению устойчивости метода к систематическим и случайным погрешностям, и разработаны быстрые и устойчивые методов вычислений [16, 38, 46, 57, 62, 108, 126, 127, 130, 145].

Рассмотрим основные положения целочисленного метода расширения диапазона фазовой определенности. Нормируем фазы ϕ_1 и ϕ_2 на модули СОК M_1 и M_2 . В результате получим вычеты δ_1 и δ_2 , соответственно

$$\delta_1 = \text{int} \left[\frac{M_1}{2\pi} \phi_1 \right], \quad (4.3.3)$$

$$\delta_2 = \text{int} \left[\frac{M_2}{2\pi} \phi_2 \right]. \quad (4.3.4)$$

здесь $\text{int}[*]$ - операция округления числа до ближайшего целочисленного значения, $M_1 = \alpha\lambda_1$ и $M_2 = \beta\lambda_2$ - модули СОК, α и β - масштабные коэффициенты.

На рис.4.3.3 показан результат нормирования фаз по правилам (4.3.3) и (4.3.4).

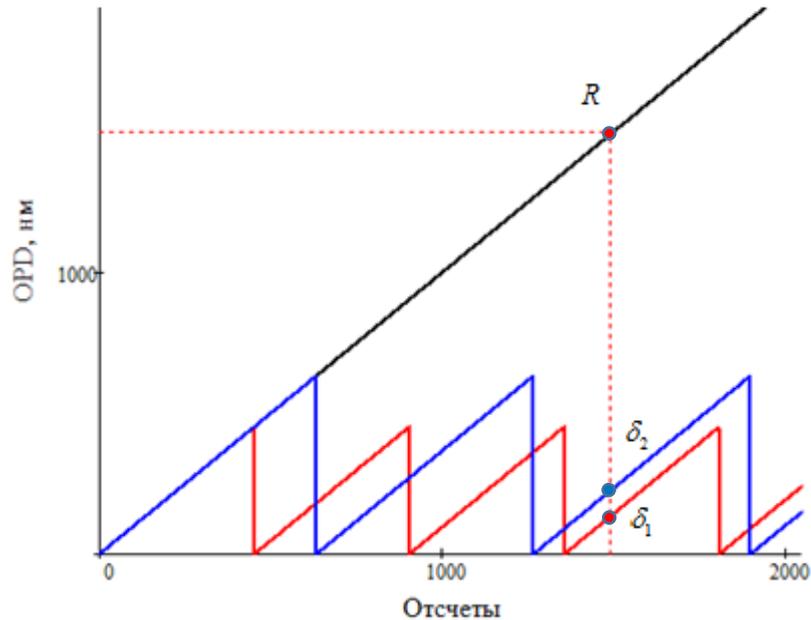


Рисунок 4.3.3 – Фазы интерференционных сигналов после нормирования

В результате нормирования фаз получим систему сравнений

$$R \equiv \delta_1 \pmod{M_1} \text{ и } R \equiv \delta_2 \pmod{M_2}. \quad (4.3.5)$$

Наиболее просто модулярные преобразования можно представить в виде таблицы. Построим таблицу, где по столбцам будем откладывать значения δ_1 , а по строкам значения переменной δ_2 . Тогда при изменении R , $R \in [0, \dots, M_1 M_2 - 1]$ получим таблицу решений системы сравнений (рис. 4.3.4). Если M_1 и M_2 соотносятся между собой как простые числа, то таблица будет плотно заполнена, т.е. не будет иметь пустых ячеек и повторных индексов. Одной паре индексов будет соответствовать только одна ячейка таблицы (в этом случае отсутствует неоднозначность адресных индексов δ_1 и δ_2).

δ_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
δ_2																	
0	154	121	88	55	22	176	143	110	77	44	11	165	132	99	66	33	
1	34	1	155	122	89	56	23	177	144	111	78	45	12	166	133	100	67
2	68	35	2	156	123	90	57	24	178	145	112	79	46	13	167	134	101
3	102	69	36	3	157	124	91	58	25	179	146	113	80	47	14	168	135
4	136	103	70	37	4	158	125	92	59	26	180	147	114	81	48	15	169
5	170	137	104	71	38	5	159	126	93	60	27	181	148	115	82	49	170
6	15	171	138	105	72	39	6	160	127	94	61	28	182	149	116	83	50
7	51	18	172	139	106	73	40	6	161	128	95	62	29	183	150	117	84
8	85	52	19	173	140	107	74	41	6	162	129	96	63	30	184	151	118
9	119	86	53	20	174	141	108	75	42	6	163	130	97	64	31	185	152
10	153	120	87	54	21	175	142	109	76	43	6	164	131	98	65	32	186

Рисунок 4.3.4– Таблица решений системы сравнений

Данные преобразования имеют геометрическую интерпретацию. Представим таблицу в виде плоского прямоугольника размерами M_1 по горизонтали и M_2 по вертикали, соответственно. Свернем прямоугольник по горизонтальной оси в круговой цилиндр. Тогда при соединении торцов цилиндра образуется трехмерный тор (рис. 4.3.5).

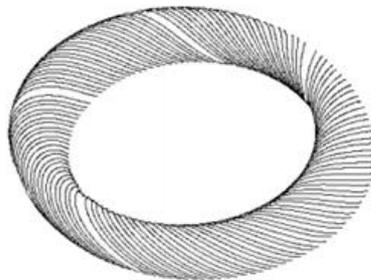


Рисунок 4.3.5– Геометрическое представление таблицы 4.3.4

При изменении оптической разности хода R в диапазоне от $R_{\min} = 0$ до $R_{\max} = M_1 M_2 - 1$ точка на его поверхности будет перемещаться по винтовой линии, соответствующей диагоналям табл. 4.3.4, и, совершив полный оборот, вернется в исходную точку. Геометрическое представление интерференционных сигналов может являться обоснованием для выполнения топологических преобразований над полем

интерференционных картин при разработке более сложных алгоритмов обработки интерференционных сигналов.

Таблица 4.3.4 также является основой для построения быстрых алгоритмов перевода целых чисел из модулярной системы счисления в позиционную систему счисления.

Алгоритм I. Двухмодульный алгоритм перевода целых чисел из модулярной системы счисления в позиционную систему счисления. Для выполнения данной операции достаточно выбрать ячейку из предварительно построенной двухмерной таблицы (рис. 4.3.4), которая строится путем вычисления индексов δ_1 и δ_2 последовательно возрастающей линейной функции Φ :

1) задаем значения линейной функции R в пределах $R \in [0, \dots, M_1 M_2 - 1]$;

2) вычисляем индекс δ_1 таблицы как вычет от значения функции Φ по модулю M_1

$$\delta_1 = R(\text{mod } M_1); \quad (4.3.6)$$

3) вычисляем индекс δ_2 таблицы как вычет от значения функции Φ по модулю M_2

$$\delta_2 = R(\text{mod } M_2); \quad (4.3.7)$$

4. инициализируем таблицу значениями R соответствующими индексам δ_1 и δ_2

$$T(b_1, b_2) = R_i. \quad (4.3.8)$$

Нижнюю границу объема памяти для хранения таблицы можно определить

по формуле

$$N \leq M_1 \times M_2 \times \text{ceil}[\log_2(M_1 \times M_2)], \quad (4.3.9)$$

где k - разрядность ячейки, выбирается исходя из соотношения.

Пример

Пусть измерительная система имеет два источника освещения: аргоновый и гелий-неоновый лазеры с длинами волн $\lambda_1 = 488$ нм и $\lambda_2 = 633$ нм, соответственно. Тогда объем памяти, необходимый для хранения таблицы сравнений $N = 488 \times 633 \times 24 \approx 7.4 \cdot 10^6$ бит. При этом максимальный диапазон однозначности определения фазы составит $L \approx \lambda_1 \times \lambda_2 = 308.9$ мкм.

Алгоритм II. Можно уменьшить объем требуемой памяти за счет некоторого снижения быстродействия алгоритма. Сохраним первую строку и первый столбец в массивах X и Y , соответственно. Тогда, зная вычеты δ_1 и δ_2 по модулям M_1 и M_2 , число R можно перевести в позиционную систему счисления, выполнив простые операции

$$r = \delta_1 - \delta_2, \quad (4.3.10)$$

$$R = X_r + \delta_2 \text{ .если } r > 0, \text{ иначе } R = Y_{-r} + \delta_1. \quad (4.3.11)$$

Как следует из выражений (4.3.10) и (4.3.11) для перевода числа из системы вычетов (M_1, M_2) в позиционную систему счисления необходимо вычислить индекс r , показывающий положение числа R в массиве X или Y . Эти массивы можно объединить, если продлить диагонали табл. 4.3.4 (см. рис. 4.3.6). В этом случае условие (4.3.11) можно не проверять.

δ_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16											
δ_1	0	14	11	8	5	2	16	13	10	7	4	1	15	12	9	6	3											
0	3	0	154	121	88	55	22	176	143	110	77	44	11	165	132	99	66	33										
1	6	34	1	155	122	89	56	23	177	144	111	78	45	12	166	133	100	67	34									
2	9	68	35	2	156	123	90	57	24	178	145	112	79	46	13	167	134	101	68	35								
3	12	102	69	36	3	157	124	91	58	25	179	146	113	80	47	14	168	135	102	69	36							
4	15	136	103	70	37	4	158	125	92	59	26	180	147	114	81	48	15	169	136	103	70	37						
5	1	170	137	104	71	38	5	159	126	93	60	27	181	148	115	82	49	16	170	137	104	71	38					
6	4	175	171	138	105	72	39	6	160	127	94	61	28	182	149	116	83	50	17	171	138	105	72	39				
7	7	51	176	172	139	106	73	40	7	161	128	95	62	29	183	150	117	84	51	18	172	139	106	73	40			
8	10	85	52	173	173	140	107	74	41	8	162	129	96	63	30	184	151	118	85	52	19	173	140	107	74	41		
9	13	119	86	53	20	174	141	108	75	42	9	163	130	97	64	31	185	152	119	86	53	20	174	141	108	75	42	
10	15	153	120	87	54	21	175	142	109	76	43	10	164	131	98	65	32	186	153	120	87	54	21	175	142	109	76	43

Рисунок 4.3.6 – Расширение табл. 4.3.4

В этом случае объем требуемой памяти оценивается, как

$$N \geq (M_1 + M_2) \times \text{ceil}[\log_2(M_1 \times M_2)]. \quad (4.3.12)$$

Выигрыш в объеме памяти N составит

$$\eta = \frac{N}{M_1 + M_2}. \quad (4.3.13)$$

При указанных выше данных выигрыш составит 275 раз.

Алгоритм III. Максимальный диапазон однозначно восстанавливаемых по вычетам чисел равен $\max R = M_1 M_2 \dots M_n - 1$. Так при использовании трех длин волн, например, $m_1=488\text{нм}$, $m_2=633\text{нм}$ и $m_3=1024\text{нм}$ максимальный диапазон расширяется до 0.3 мм. В случае многомодульной системы сравнений, например, для трех модулей требуется сформировать m_1 таблиц размером $m_2 \times m_3$. Многомодульные таблицы сравнений имеют сложную индексацию. Алгоритм II позволяет хранить вместо таблиц только их первые строки и столбцы. Однако полностью

проблема сложности индексации при этом не решается.

Покажем, что, если операции индексации в таблицах многомодульной системы сравнения построить по каскадной схеме, то можно свести их к набору операций с двухмодульными системами сравнения. Например, операции индексации в трехмодульной системе сравнений можно привести к двум операциям в двухмодульных таблицах. На рис.4.3.7 показана каскадная схема реализующая данный поход. В этом случае необходимо построить две двухмодульные таблицы: $T_1 = T(M_1, M_2)$ и $T_2 = T(M_3, M_1 \times M_2)$.

Заметим, что $T_2 = T(M_3, M_1 \times M_2) = T(M_1, M_2 \times M_3) = T(M_2, M_1 \times M_3)$. Таблица T_2 по своей структуре аналогична таблице T_1 , то есть $T_2 = T(M' = M_1 \times M_2, M_3)$. Индексы δ' таблицы T_2 вычисляются как вычеты от значения R по модулю M'

$$\delta' = R(\text{mod } M'). \quad (4.3.14)$$

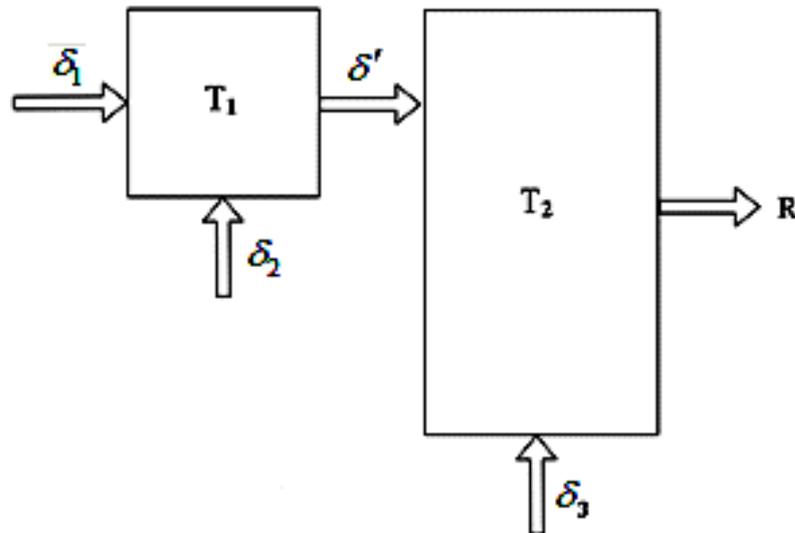


Рисунок 4.3.7– Каскадная схема построения трехмодульного алгоритма

Тогда перевод числа R из модулярной системы счисления в позиционную систему счисления выполняется следующим образом. Подставляя вычеты

δ_1 и δ_2 в таблицу T_1 находим индекс δ' : $\delta' = T_1(\delta_1, \delta_2)$. Найденный индекс δ' и индекс b_3 подставляются в таблицу T_2 , по которой находим значение числа R в позиционной системе счисления.

Пример

Пусть модули СОК равны: $M_1=3$, $M_2=5$ и $M_3=7$, а число $R=53$. Максимальный диапазон однозначности для указанных модулей равен: $M_1 \times M_2 \times M_3 - 1 = 3 \times 5 \times 7 - 1 = 104$. Вычеты числа R по модулям m равны: $\delta_1 = \text{mod}_{M_1}(53) = 2$, $\delta_2 = \text{mod}_{M_2}(53) = 3$ и $\delta_3 = \text{mod}_{M_3}(53) = 4$. Для вычетов по модулям M_1 и M_2 по правилам (4.3.6) и (4.3.7) составим таблицу решения системы сравнений $\delta' = T_1(\delta_1, \delta_2)$.

Таблица 4.3.1 Вычеты числа R_1 по модулям M_1 и M_2

δ_1/δ_2	0	1	2	3	4
0	0	6	12	3	9
1	10	1	7	13	4
2	5	11	2	8	14

Для перевода числа R из модулярной системы счисления в позиционную систему счисления по табл. 4.3.1 определяем вычет δ' числа R для модуля $M' = M_1 \times M_2$ по пересечению строки с номером соответствующим вычету b_1 числа R по модулю M_1 со столбцом с номером соответствующим остатку b_2 по модулю M_2 . Аналогичным образом составляется таблица $T_2(\delta', \delta_3)$ для вычетов по модулям $M_1 \times M_2$ и M_3 (табл. 4.3.2). Тогда искомое число R получим из таблицы 4.3.2 на пересечении строки с номером соответствующим вычету δ' числа R по модулю M' со столбцом с номером соответствующим остатку δ_3 по модулю M_3 и т.д.

Таблица 4.3.2 Вычеты числа R по модулям $M' = M_1 \times M_2$ и M_3

δ'/δ_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	91	77	63	49	35	21	7	98	84	70	56	42	28	14
1	15	1	92	78	64	50	36	22	8	99	85	71	57	43	29
2	30	16	2	93	78	64	51	37	23	9	100	86	72	58	44
3	45	31	17	3	94	80	66	52	38	24	10	101	87	73	59
4	60	46	32	18	4	95	81	67	53	39	25	11	102	88	74
5	75	61	47	33	19	5	96	82	68	54	40	26	12	103	89
6	90	76	62	48	34	20	6	97	83	69	55	41	27	13	104

Данный подход может быть распространен на произвольное число модулей сравнения.

На рис. 4.3.8 показана схема многомодульного каскадно-табличного алгоритма.

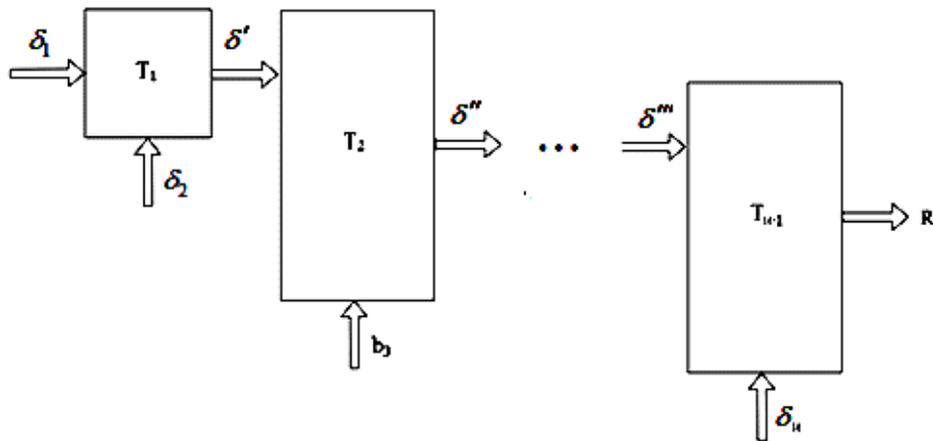


Рисунок 4.3.8– Каскадная схема многомодульного алгоритма

В этом случае для системы сравнений с n модулями требуется сформировать $n-1$ двухмодульных таблиц с размерами от $M_1 \times M_2$ до $M_{n-1} \times M_n$.

Отметим положительные свойства табличной реализации алгоритма

устранения фазовой неоднозначности:

- 1) каскадная схема легко обобщается на произвольное число модулей;
- 2) рассмотренные алгоритмы можно выполнять параллельно над каждым элементом восстанавливаемой фазовой картины [16, 50, 51], что значительно ускоряет время выполнения операции устранения фазовой - $2\pi l$ неоднозначности;
- 3) адресация в каскадно-табличном алгоритме не содержит операций умножения и поиска.

Коррекция ошибок. Разработанный аппарат многомодульной арифметики позволяет эффективно решать задачу восстановления абсолютной разности волновых фронтов. Однако устойчивость метода к случайным ошибкам и искажению профиля фазовых полос является недостаточной. В случае, когда траектория, образованная интерференционной полосой, пересекает одну или нескольких диагоналей таблицы решения сравнений становится невозможным определить ее правильное решение. На рис. 4.3.9 показана таблица решения сравнений для искаженных интерференционных полос.

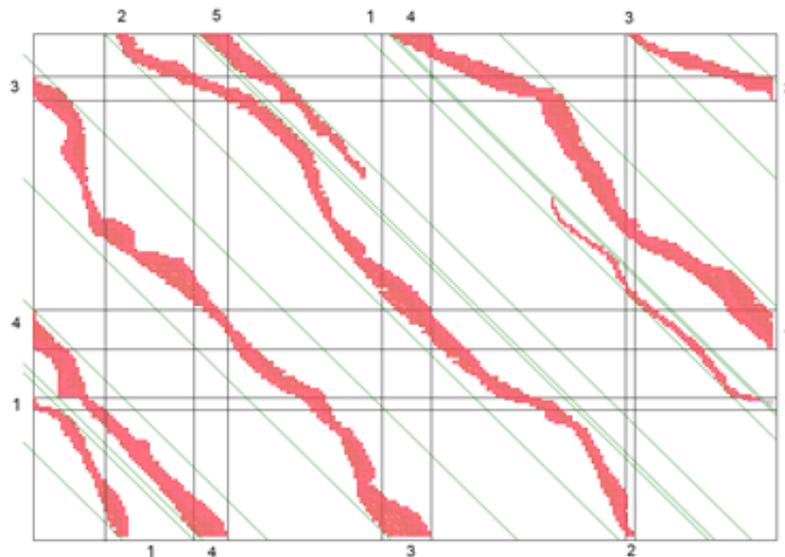


Рисунок 4.3.9 – Таблица траекторий решений сравнения
Рассмотрим возможность повышения устойчивости метода к ошибкам

измерения, связанных с искажением профиля интерференционных полос (алгоритм IV).

Для нахождения полной разности хода оптической разности хода необходимо найти решение целочисленной системы сравнений

$$\begin{cases} R \equiv \delta_1 \pmod{M_1} \\ R \equiv \delta_2 \pmod{M_2} \end{cases} \quad (4.3.15)$$

Таблицу решений системы сравнения $T(\delta_1, \delta_2)$ графически можно представить как двумерную плоскость в системе координат (δ_1, δ_2) .

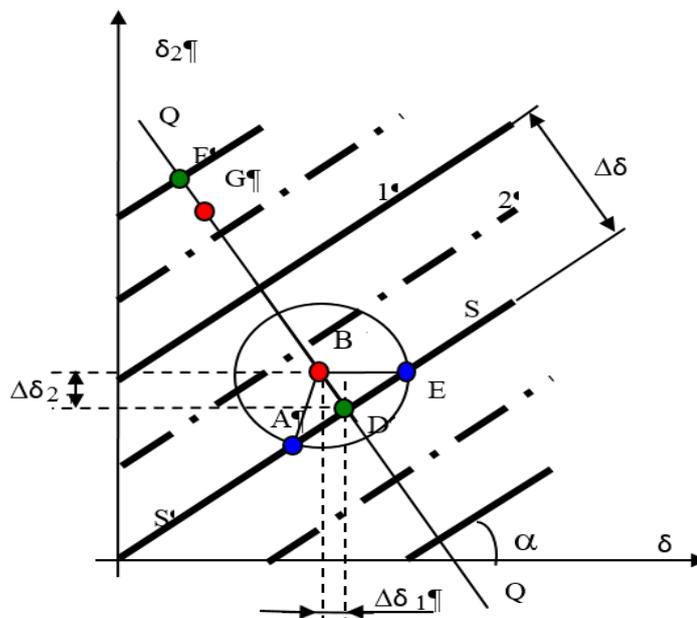


Рисунок 4.3.10 – Траектория интерференционного сигнала на плоскости

При плотно заполненной таблице $T(\delta_1, \delta_2)$ расстояние между ее диагоналями равно единице и даже незначительная ошибка в значениях δ_1 и (или) δ_2 приводит к тому, что точка D (рис. 4.3.10) попадает на другую диагональ. Это приводит к грубой ошибке (сбою). Можно показать, что если точка $B(\delta_1 + \Delta\delta_1, \delta_2 + \Delta\delta_2)$ на комплексной плоскости отклоняется от

диагонали $S'S$ на величину не более $\Delta\delta/2$ - штриховая линия на рис. 4.3.10, то ее положение можно скорректировать путем проецирования на диагональ $S'S$. В противном случае, проецирование производится на ближайшую диагональ. В этом случае точка G проецируется в точку F .

Если ограничить диапазон однозначности ($R_{\max} < M_1M_2$), то при движении точки по тору между диагоналями образуются промежутки. На рис. 4.3.11 показан тор с плотным и прореженным положением диагоналей.

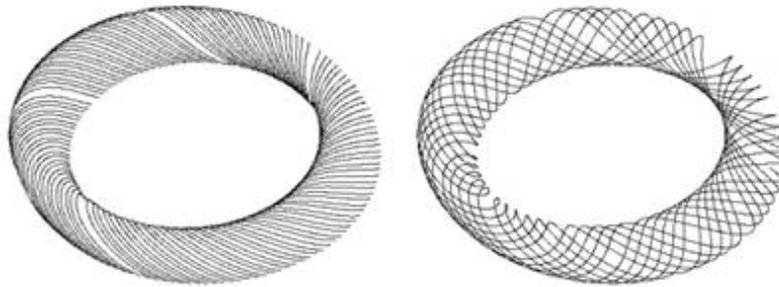


Рисунок 4.3.11 – Тор с плотным (слева) и разреженным (справа) расположением диагоналей

На рис. 4.3.12 показана соответствующая таблица решения сравнений со скорректированными диагоналями (закрашенные области на рис. 4.3.12). Отметим, что корректирующая способность алгоритма зависит от расстояния между разрешенными диагоналями (области, закрашенные одним цветом). При использовании алгоритма Π для автоматической коррекции положения точки $P(\delta_1, \delta_2)$ достаточно заполнить прореженные ячейки массивов X и Y ближайшими ненулевыми значениями.

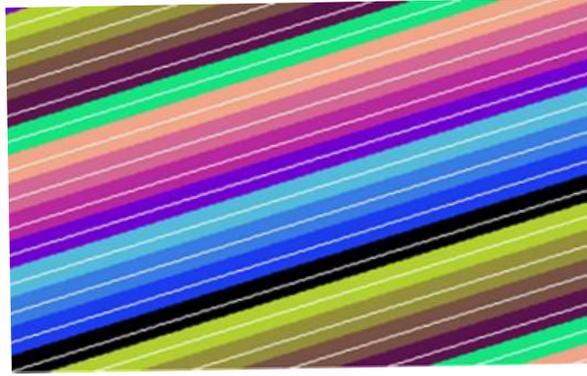


Рисунок 4.3.12 – Скорректированная таблица сравнений

Расстояние между диагоналями. Расстояния между диагоналями тора можно определить по сечению тора плоскостью в поперечном сечении. Витки тороидальной спирали пересекая эту плоскость, будут оставлять на ней следы и образовывать так называемое сечение Пуанкаре. На рис.4.3.13 показано сечение Пуанкаре для первых 8 диагоналей.

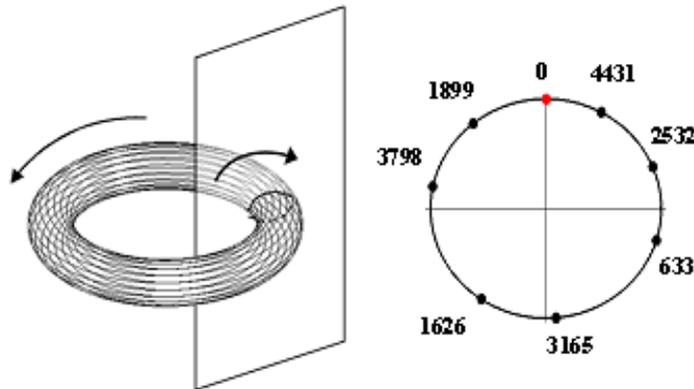


Рисунок 4.3.13 – Схема образования и профиль сечения Пуанкаре
(слева – направо)

Пример

Пусть измерительной система использует длины волн: $\lambda_1=488$ нм и $\lambda_2=633$ нм. Период однозначного определения высот рельефа для указанных длин волн будет равен $\max R = 308904$ нм. Из-за наличия даже небольших погрешностей при измерении фаз интерференционных полос рассчитанные

по ним индексы выбираемого из таблицы значения «развернутой» фазы будут неверными. Так ошибки измерения фазы величиной 0.1% и 0.07% для длин волн 488 нм и 633 нм, соответственно, приведут к смещению индексов на единицу. Соответственно выбор из таблицы будет производится на смежной с действительной диагональю, что приведет к грубой ошибке определяемого значения «развернутой» фазы. Можно исключить грубые ошибки, если погрешность индексов не превышает половины расстояния между диагоналями таблицы решения системы сравнений. Ограничим период однозначного определения фазы до значения, задаваемого первыми восемью продолжаемыми диагоналями. Тогда период однозначного определения ОРХ составит $\max R = 8 \times 633 = 5.064$ мкм. Для первых восьми диагоналей расстояние между смежными диагоналями составит 54 нм. В этом случае область допустимой погрешности увеличится до ± 27 нм. Для длин волны 633 нм это соответствует погрешности в 4.3%, а для длины волны 488 нм – 5.5%, соответственно. Устойчивость метода к грубым ошибкам фазы можно увеличить, если ограничить диапазон решений также и для текущей точки, например, тремя смежными (продолжающимися) диагоналями таблицы. Здесь зеленым цветом выделены разрешенные диагонали для диапазона $\max R$. Красным цветом выделены три смежные продолжающиеся диагонали для текущего положения точки. В этом случае расстояние между разрешенными диагоналями увеличится в несколько раз (см. рис. 4.3.14).

δ_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
δ_1																	
0	154	121	88	55	22	176	143	110	77	44	11	165	132	99	66	33	
1	31	155	122	89	56	23	177	144	111	78	45	12	166	133	100	67	
2	68	35	156	123	90	57	24	178	145	112	79	46	13	167	134	101	
3	102	69	36	157	124	91	58	25	179	146	113	80	47	14	168	135	
4	136	103	70	37	158	125	92	59	26	180	147	114	81	48	15	169	
5	170	137	104	71	38	159	126	93	60	27	181	148	115	82	49	170	
6	15	171	138	105	72	39	160	127	94	61	28	182	149	116	83	50	
7	51	18	172	139	106	73	40	161	128	95	62	29	183	150	117	84	
8	85	52	19	173	140	107	74	41	162	129	96	63	30	184	151	118	
9	119	86	53	20	174	141	108	75	42	163	130	97	64	31	185	152	
10	153	120	87	54	21	175	142	109	76	43	164	131	98	65	32	186	

Рисунок 4.3.14 – Смежные диагонали таблицы $T(\delta_1, \delta_2)$

Как было отмечено в данном разделе, основной особенностью данного метода устранения фазовой неоднозначности является возможность измерения фазовой картины при перепадах фазы более длины лазерного излучения. Продemonстрируем это на примере восстановления абсолютной (полной) фазы тестового объекта в виде полусферической поверхности с перепадом фазы равным 2440 нм, что значительно превышает используемые длины волн лазерного излучения ($\lambda_1 = 633$ нм и $\lambda_2 = 488$ нм).

На рис. 4.3.15 показаны топограммы тестовых объектов с гладкой поверхностью (слева) и с выемкой (справа).

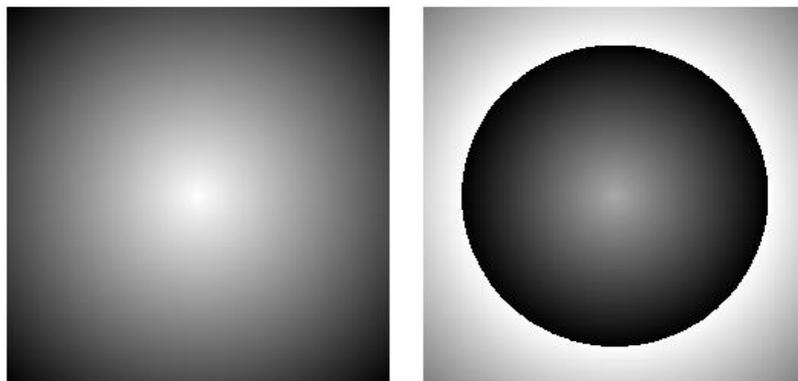


Рисунок 4.3.15 – Топограммы тестовых объектов

На рис. 4.3.16 и 4.3.17 показаны интерференционные картины и локальные фазы тестового объекта, полученные на длинах волн 633 нм (слева) и 488

нм (справа), соответственно.

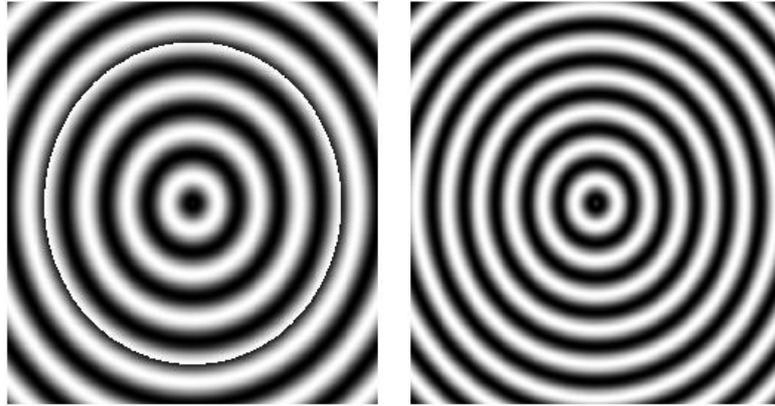


Рисунок 4.3.16 – Интерференционные картины тестового объекта при различных длинах волн

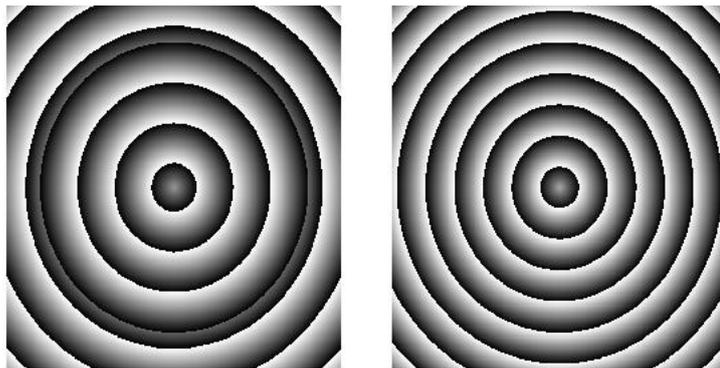


Рисунок 4.3.17 – Локальные фазы интерференционных картин (рис. 4.3.14) тестового объекта при различных длинах волн

Из рис. 4.3.18 видно, что на интерференционной картине (справа) скачок фазы при пропуске целого числа интерференционных полос не прослеживается.

Локальные фазы пересчитывались в высоты рельефа топограммы по формуле (4.2.14). На рис. 4.3.18 показаны высоты рельефа топограммы среднем сечении интерференционных картин, изображенных на рис. 4.3.18 (слева) и их образованная ими траектория интерференционных сигналов на «фазовой» плоскости (справа)

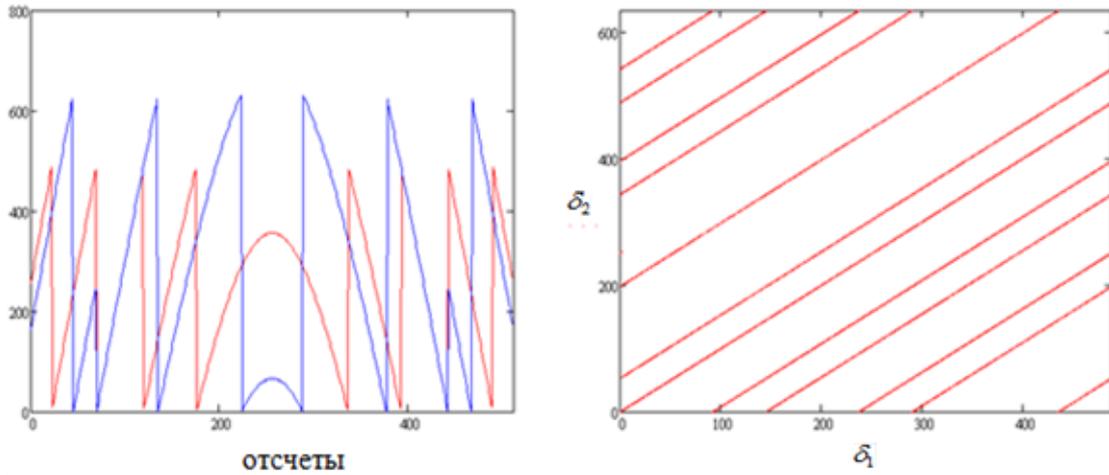


Рисунок 4.3.18 – Локальные высоты рельефа, рассчитанные для длин волн 488 и 633 нм (слева) и образуемая ими «фазовая» плоскость (справа)

Далее рассчитывались оптические разности хода по алгоритму (4.3.8) – (4.3.9) и методом поправочных коэффициентов по интерференционной картине. На рис. 4.3.19 показаны результаты «развертывания» фазы в среднем сечении интерференционной картины, а на рис. 4.3.20,а,б они же в трехмерном представлении.

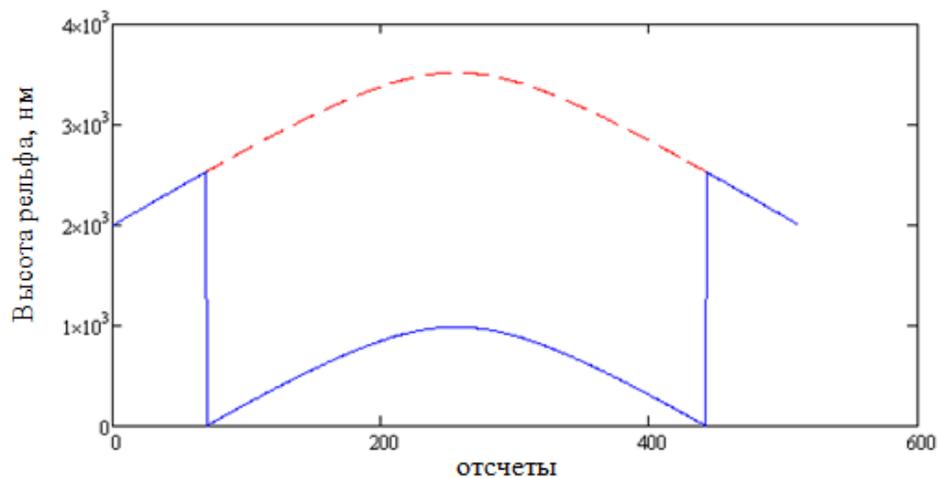


Рисунок 4.3.19 – Сечения рельефа топограммы рассчитанные по алгоритмам с одной двумя длинами волн

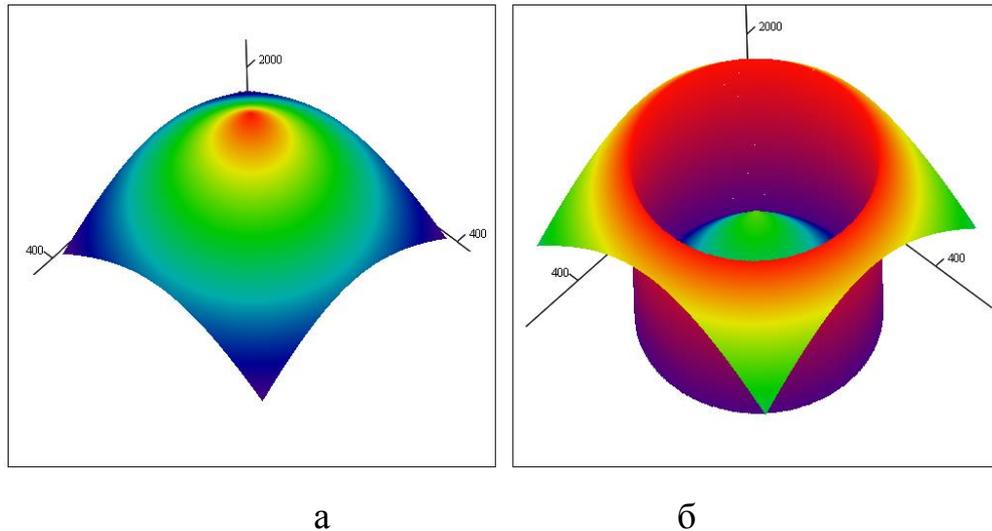


Рисунок 4.3.20 – 3D изображения рельефа топограммы рассчитанные по алгоритмам с одной двумя длинами волн

Из рис. 4.3.19 и 4.3.20 видно, что метод «разворачивания» фазы с одной длиной волны не может обнаружить скачок фазы равный целому числу периодов интерференционных полос (рис. 4.3.20 слева) из-за отсутствия видимых фазовых переходов. Предлагаемый метод интерферометрии с двумя длинами волн на основе модульной арифметики (рис. 4.3.20 – справа) позволяет устранить этот недостаток.

4.4 Исследование алгоритмов устранения фазовой неоднозначности

Исследование работоспособности алгоритмов осуществлялась путем измерения наклона плоской поверхности на оптико-электронной интерференционной системе с пошаговым фазовым сдвигом [60]. Система содержит перестраиваемый газовый лазер с аргоновой (длина волны 488) нм и гелий-неоновой активными средами (длина волны 633 нм). Перестройка лазера осуществлялась путем прокачки активной среды интерферометра. Такая конструкция лазера не требует выполнения сложных операций

совмещения оптических путей для различных длин волн. Оптическая схема представляет собой интерферометр Тваймана-Грина (рис. 4.4.1).

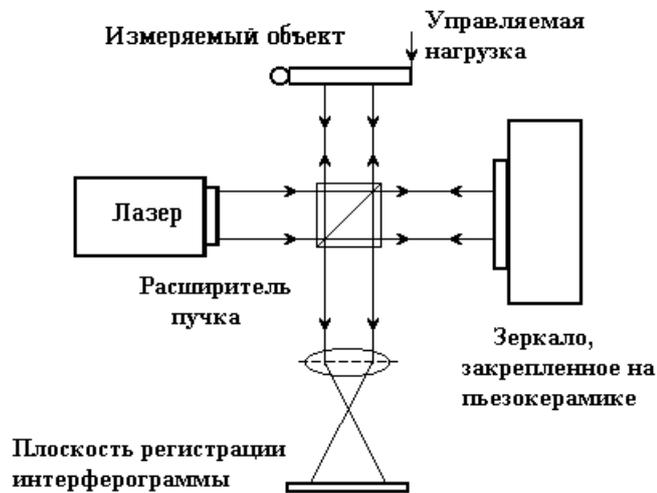


Рисунок 4.4.1 – Оптическая схема интерферометра Тваймана-Грина с управляемыми зеркалами

В опорное плечо интерферометра помещено управляемое зеркало, закрепленное на пьезокерамике, для внесения фазового сдвига между интерферирующими пучками. Предметное зеркало в другом плече интерферометра использовалось для настройки интерференционных полос путем изменения угла между интерферирующими пучками. Один край зеркала закреплялся на шарнире, а другой край зеркала перемещался пьезокристаллическим преобразователем управляемым компьютером. Жесткая механическая конструкция зеркал обеспечивала хорошую повторяемость внесения фазовых сдвигов и изменения угла.

Исследование производилось в несколько этапов:

I этап. Регистрация интерференционных картин интерферометром. На этом этапе производилась настройка интерферометра на конечные полосы наклоном зеркала в предметном пучке интерферометра таким образом, чтобы на интерференционной картине регистрировалось не менее 8-10 интерференционных полос. Затем методом фазовых сдвигов

регистрировалась серия интерференционных картин. Величина шагового сдвига задавалась равной 45° . Всего регистрировалось 11 интерференционных картин при длине волны лазера 633 нм. Затем путем прокачки среды активного элемента аргоном лазер перестраивался на длину волны 488 нм и также регистрировалось 11 интерференционных картин с указанными фазовыми сдвигами. Далее производилась фильтрация интерференционных картин и измерение по ним фазы интерференционных полос. На рис. 4.4.2 показаны (а) – интерференционные картины (633 нм), (б) – локальная фаза интерференционных полос, (в) – локальная фаза после низкочастотной фильтрации и (г) после компенсации геометрических искажений волновых фронтов. В нижнем ряду рис. 4.4.2 (д) – (з) то же для длины волны 488 нм. На заключительной стадии I этапа выполнялась нормировка локальных фаз в соответствии с длиной волны, на которой они регистрировались. Расчет производился со следующими параметрами: максимальный диапазон фазовой определенности задавался равным 6 мкм (2% от максимально возможного диапазона, который для указанных длин волн лазерного излучения составляет 110.8 мкм), что согласуется с числом интерференционных полос на зарегистрированных интерференционных картинах: 13 интерференционных полос для аргоновой среды лазера и 10 интерференционных полос для гелий-неоновой среды лазера, соответственно. Уменьшение диапазона необходимо для прореживания диагоналей таблиц решения системы сравнений. Выбранные параметры позволяют обеспечить оптимальный режим алгоритмов расшифровки интерференционных полос и устранения фазовой неопределенности.

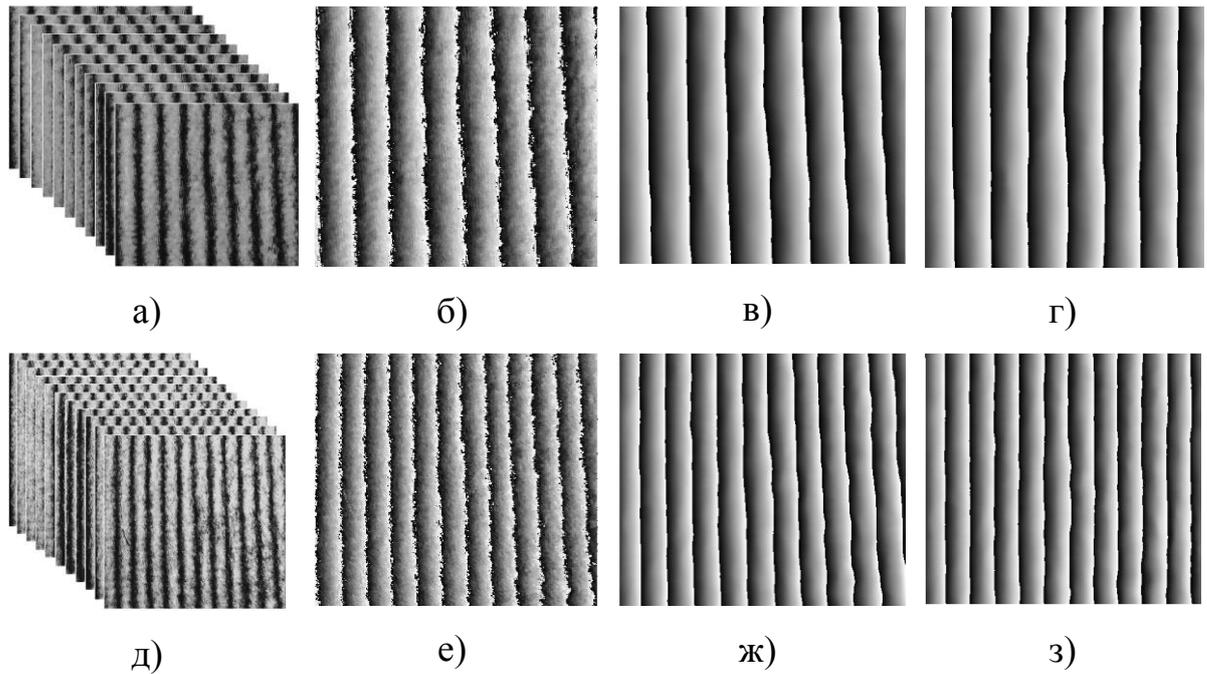


Рисунок 4.4.2 – Результаты выполнения I этапа исследований

II этап. Оценка полных фаз интерференционных полос по алгоритмам I и II.

Алгоритмы используют различный способ представления таблицы сравнения и отличаются между собой только объемом памяти, который необходим для хранения таблицы, поэтому далее представлены полученные результаты только для первого алгоритма.

На этом этапе строилась таблица сравнений с плотным расположением диагоналей и выполнялась оценка полной оптической разности хода по алгоритму I. Результат оценки показан на рис. 4.4.3. На рис. 4.4.3,а показана таблица выборок из таблицы сравнений $P(\delta_1, \delta_2)$, а на рис.4.4.3,б показан результат оценки полной оптической разности хода путем выборки решений сравнения с плотно заполненной таблицей решений сравнений. Для выбора строки в качестве адреса используется локальная оптическая разность, рассчитанная для длины волны 488 нм, а для выбора столбца используется локальная оптическая разность, рассчитанная для длины волны 633 нм, соответственно.

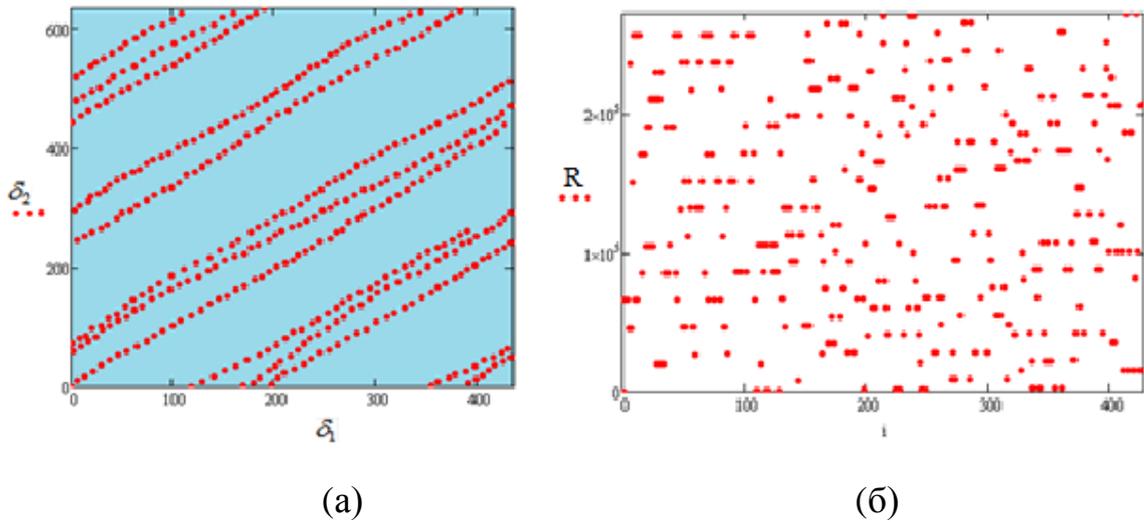


Рисунок 4.4.3 – Результаты вычислений (этап II): (а) - фазовая плоскость, (б) - оптическая разность хода

Из рисунка 4.4.3 следует, что выборка из таблицы решений не позволяет получить правильного решения из-за смещения адресов, обусловленного погрешностью измерения локальных оптических разностей хода.

III этап. Оценка полных фаз интерференционных полос по алгоритму III. На этом этапе строилась таблица сравнений с прореживанием диагоналей и выполнялась оценка полной оптической разности хода по алгоритму III. Для прореживания диагоналей при построении табл. $T(\delta_1, \delta_2)$ максимальное значение Φ_{\max} ограничивалось до 2% от максимально возможного диапазона $M_1 \times M_2$ и рассчитывалось положение разрешенных диагоналей (рис. 4.4.4).

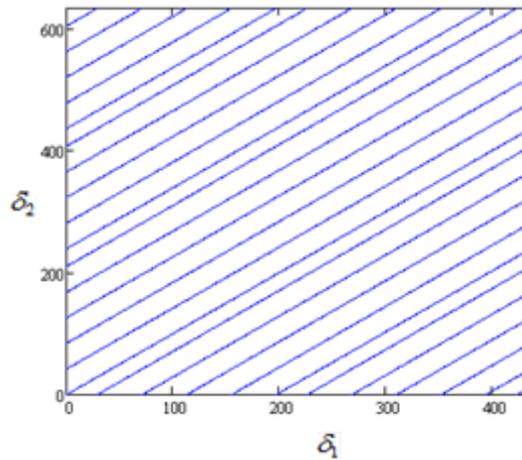


Рисунок 4.4.4 – Фазовая плоскость с прореживанием диагоналей

Затем определялись середины расстояний между диагоналями и промежутков, которые заполнялись значениями элементов разрешенных диагоналей (рис. 4.4.5). Из полученной таблицы формировались массивы решения сравнений, которые используются для нахождения оценки полной оптической разности хода по алгоритму III.

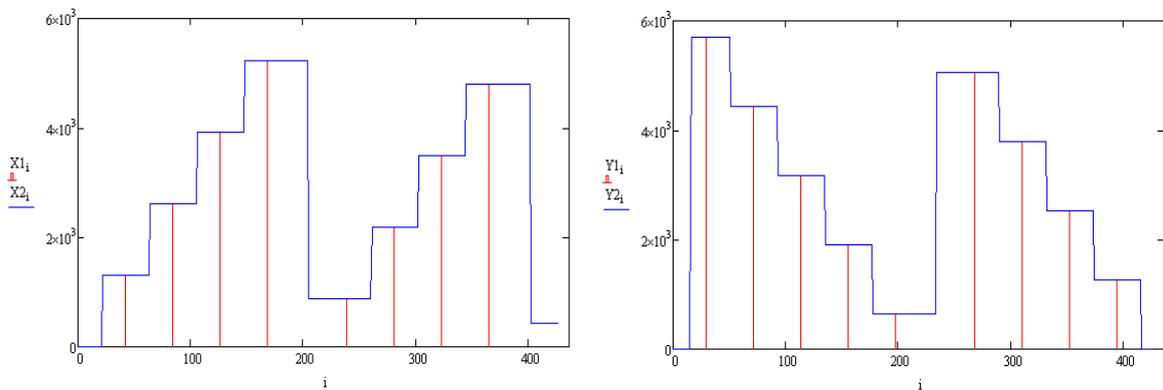


Рисунок 4.4.5 – Массивы решения сравнений – строка (слева) и столбец (справа)

Оценка полной ОРХ вычислялась согласно методике, изложенной в разделе 4.3 и опубликованной в работах автора [16, 38, 62, 108, 126, 127, 130, 145].

Анализ фазовой плоскости, приведенной на рис. 4.4.3 показывает, что области грубых сбоев оценки полной разности оптического хода образуются отклонением положения интерференционных полос от

разрешенных диагоналей на величину больше половины расстояния между ними. На рис. 4.4.6 показано горизонтальное сечение фазовых профилей интерференционных полос для различных длин волн и их разность.

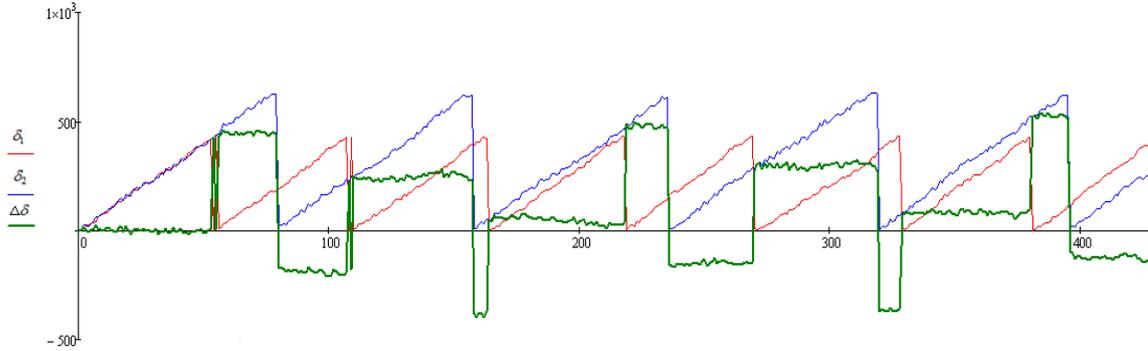


Рисунок 4.4.6 – Фазовые профили и их разность

Из рис. 4.4.6 видно, что внутри изофазных областей происходит нарушение условия постоянства разностей фаз

$$\Delta\delta_i = (\delta_2)_i - (\delta_1)_i = C_i = \text{const}, \quad (4.4.1)$$

где C_i - постоянная величина. Константа C_i может изменять свое значение в различных изофазных зонах.

Коррекция положения интерференционных полос производилась путем определения границ изофазных зон по скачкам фазы и заполнения их средними значениями фазы внутри интервала изофазной зоны. Таким образом формировались новые фазовые профили Γ_1 и Γ_2 по правилу:

$$\Gamma_1 = \delta_2 + \Delta\delta_j \text{ и } \Gamma_2 = \begin{cases} \delta_1 + \Delta\delta_j & \text{если } \delta_1 + \Delta\delta_j \geq 0 \\ \delta_1 + \Delta\delta_j + M_1 & \text{иначе} \end{cases}. \quad (4.4.2)$$

На рис. 4.4.7 показаны изофазные зоны $\Delta\delta$ до и после их коррекции $\Delta\delta_1$.

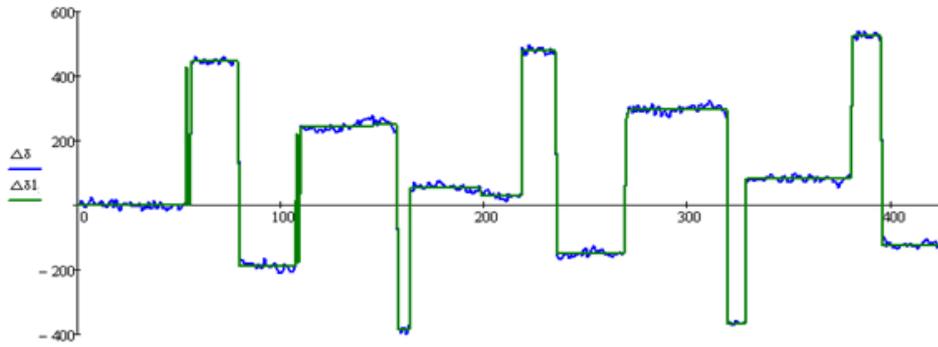


Рисунок 4.4.7 – Изофазные зоны до $\Delta\delta$ и после коррекции $\Delta\delta_1$

После решения системы сравнений для синтезированных фаз Γ_1 и Γ_2 получены следующие результаты (рис. 4.4.8).

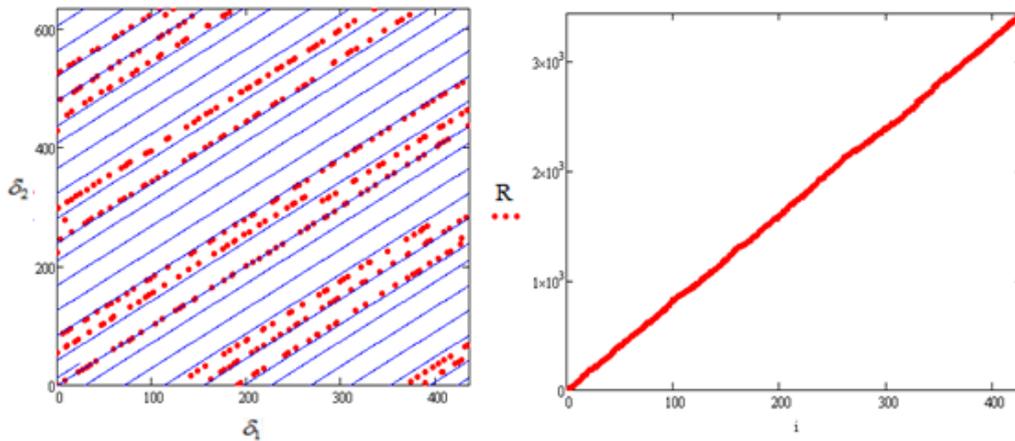


Рисунок 4.4.8 – Фазовая плоскость (слева) и оптическая разность хода (справа) после коррекции

Из рис. 4.4.8 (слева) видно, что отклонение синтезированных фаз Γ_1 и Γ_2 от разрешенных диагоналей меньше половины промежутка между ними. Поэтому восстановленная оптическая разность хода не содержит грубых ошибок.

Выполнено сравнение результатов восстановления значений полной оптической разности, полученной по алгоритмам по алгоритмам III и IV. На рис. 4.4.9 приведены их трехмерные графики.

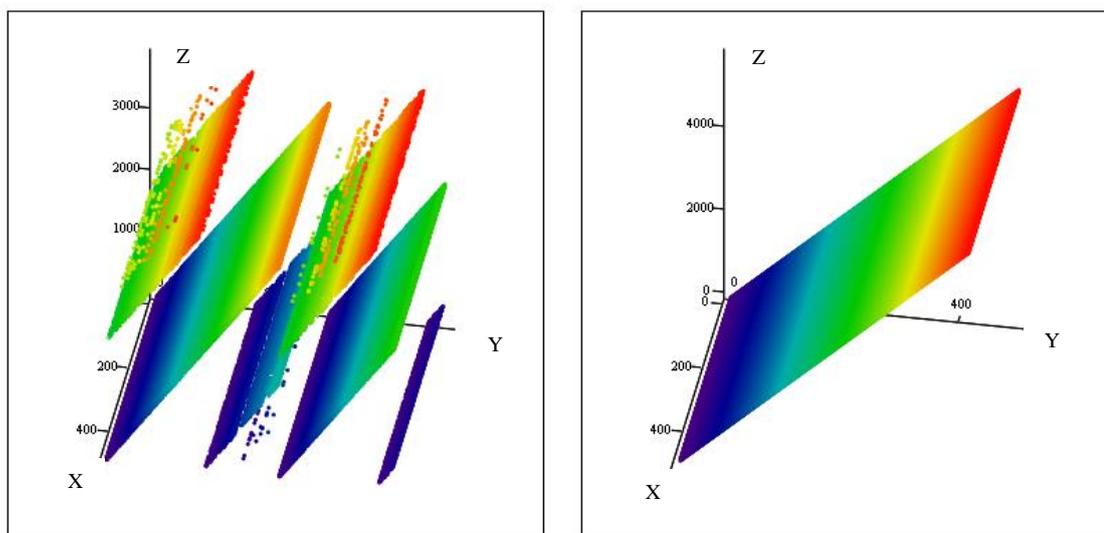


Рисунок 4.4.9 – Результаты оценки оптической разности хода по алгоритму III (слева) и по алгоритму IV (справа)

На рис. 4.4.9 (слева) видны грубые ошибки, вызванные неверной адресацией в таблице сравнения решений (рис. 4.4.5). Абсолютная погрешность измерения рельефа топограммы для алгоритма IV не превышает 1 - 3.5 нм (рис. 4.4.10).

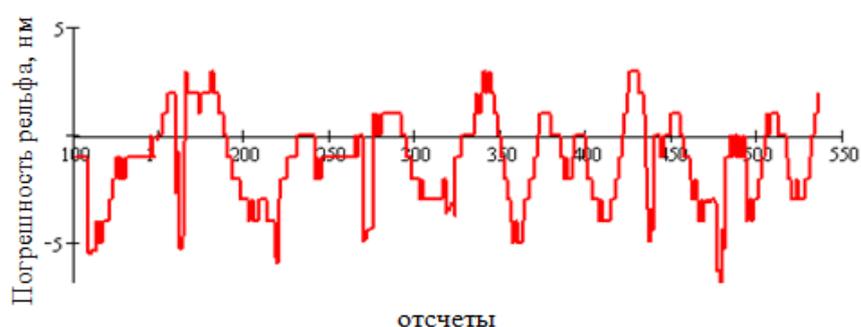


Рисунок 4.4.10 – Погрешность измерения рельефа топограммы

Среднеквадратическая погрешность определения рельефа измеряемой топограммы не превышает 2.5 нм, что при длине волны 633 нм соответствует погрешности расшифровки не хуже $\lambda/250$.

По результатам выполненного исследования установлено, что **устранение фазовой неоднозначности на основе модулярной арифметики с использованием интерференционных картин, полученных на длинах волн 488 нм и 633 нм, позволяет расширить диапазон однозначности интерференционных измерений до 5064 нм. Это шестое защищаемое научное положение.**

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 4

1. Исследованы методы устранения фазовой неопределенности в одночастотных и многочастотных методах интерферометрии. Показано, что одночастотные методы устранения фазовой неопределенности не позволяют восстановить скачки фазы более периода интерференционной полосы. Кроме того, недостатком одночастотных методов устранения фазовой неопределенности является то, что «развернутая» фаза, является всего лишь одним из возможных фазовых распределений, которые могут порождаться одной и той же интерференционной картиной. Показано, что ошибки измерения фазы в известных многочастотных методах интерферометрии зависят от длины синтезируемой эквивалентной волны. Увеличение длины эквивалентной волны приводят к пропорциональному увеличению ошибки.
2. Предложен новый способ формирования системы уравнений в алгоритмах расширения динамического диапазона сдвиговой интерферометрии основанных на зональном подходе. Это позволяет устранить краевые эффекты при измерении несимметричных волновых фронтов. Выполнено исследование зависимости смещения в интерферометре сдвига на погрешность измерения фазы. Относительная погрешность измерения при 5% шуме интенсивности интерференционных картин составила не более 0.013%. Показано, что

при практических измерениях следует согласовывать величину сдвига в сдвиговом интерферометре с шагом интерференционных полос.

3. Предложены методы повышения устойчивости к шумам алгоритмов «развертывания» фазы на основе многомодульной арифметики. Так, например, ограничение диапазона однозначного определения фазы до 5.064 мкм при использовании длин волн 488 и 633 нм обеспечивает расстояние между разрешенными диагоналями таблицы решения системы сравнений - 54 нм. Это позволяет устранить грубые сбои при 5.5% шуме интенсивности интерференционных картин для длины волны 633 нм и 4.3% шуме для длины волны 488 нм, соответственно. Данные методы не требуют анализа окрестности фазовых переходов и интегрирования локальной фазы по всей поверхности интерференционной картины. Поэтому погрешность определения фазы носит локальный характер и не распространяется на смежные отсчеты. Также показано, что в отличие от методов эквивалентной длины волны погрешность восстановления полной фазы не зависит от используемых длин волн. Предложенные алгоритмы восстановления полной фазы просты, легко автоматизируются и позволяют обеспечить динамический диапазон измерений до сотен длин волн без потери интерферометрической точности.
4. Предложен каскадный алгоритм расширения динамического диапазона многочастотных интерференционных измерений. Выполнено обобщение алгоритма на произвольное число длин волн (частот). Алгоритм основан на представлении многомодульных таблиц системы сравнений набором таблиц с двумя модулями (длинами волн). В случае n модулей требуется сформировать $n - 1$ двухмодульных таблиц размером от $m_1 \times m_2$ до $m_{n-1} \times m_n$. Алгоритм не содержит операций умножения и поиска. Это позволяет эффективно реализовать его на микроконтроллерной технике.

5. Выполнено экспериментальное исследование предлагаемого подхода путем измерения наклона плоской поверхности с разностью высот 110.8 мкм. Измерения производились на оптико-электронной интерференционной системе, содержащей перестраиваемый лазер с длинами волн 488 нм и 633 нм, соответственно. Установлено, что нелинейные искажения профилей интерференционных полос приводят к появлению неконтролируемых скачков решения системы сравнений из-за невыполнения условия постоянства разности фаз интерференционных полос, полученных на разных длинах волн. Предложена модификация метода восстановления полной фазы путем определения границ изофазных зон по скачкам фазы и заполнения их средними значениями фазы внутри интервала изофазной зоны. Это позволяет устранить скачки решения системы сравнений и снизить погрешность измерения высот топограммы измеряемой плоскости. После модификации метода абсолютная погрешность измерения рельефа топограммы не превышает 1-3.5 нм. Среднеквадратическая погрешность определения высот рельефа измеряемой поверхности не превышает 2.5 нм, что при длине волны 633 нм соответствует погрешности расшифровки не хуже $\lambda/250$.
5. Отметим еще одну интересную возможность применения многочастотных алгоритмов: это сравнение точности разночастотных систем измерительных систем, где одна из систем служит эталонной, а вторая рабочей. Качество каждой из систем можно определить по величине отклонения комплексного фазового сигнала от диагонали [173].

Глава основана на работах автора [16, 38, 46, 57, 62, 108, 126, 127, 130, 145, 173].

ГЛАВА 5 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

В главе экспериментально исследуются разработанные алгоритмы анализа и расшифровки интерференционных картин путем решения прикладных задач интерферометрии.

5.1 Измерение поля смещения плоского объекта методами цифровой голографической интерферометрии

Экспериментальные исследования по измерению полей смещения плоского объекта методами цифровой голографической интерферометрии выполнялись в рамках гранта РФФИ: 14-08-01100А «Цифровая голографическая интерферометрия реального времени для экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния динамических объектов», Разработана цифровая голографической интерференционной системы [60, 61]. Цифровая голографическая интерференционная система предназначена для проведения неразрушающего контроля. Структурная схема цифровой голографической системы показана на рис. 5.1.1.

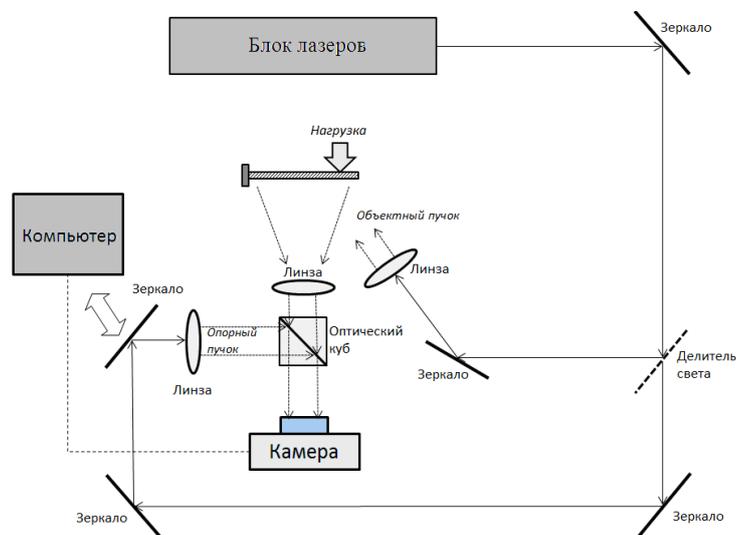


Рисунок 5.1.1 – Структурная схема измерительной системы

Измерительная система работает следующим образом. Лазер испускает пучок когерентного света, который, отражаясь от зеркала, попадает на делитель света, разделяющий пучок надвое. Один из пучков проходит через ещё одно зеркало и рассеивающую линзу и освещает объект исследования (объектный пучок). Второй пучок (опорный) при помощи системы зеркал и линзы падает на оптический куб. На этот же куб через собирающую линзу попадает отраженный от объекта исследования свет. Роль оптического куба здесь заключается в сборе двух пучков в одной точке, что обеспечивает интерференцию этих пучков. Для возможности внесения управляемого фазового сдвига опорное зеркало выполнено движущимся. В результате интерференции объектного и опорного пучков образуется голограмма, которая регистрируется цифровым способом при помощи камеры и передается на компьютер для последующей обработки. В случае цифровой голографической интерферометрии регистрируется две голограммы: первая – в исходном состоянии объекта, вторая – после нагружения пластинки, вызывающего деформацию объекта.

Измерительная система состоит из блока лазеров DSL6505-0921, оптической схемы и устройства регистрации цифровых голограмм. Общий вид измерительной системы приведен на рис. 5.1.2.

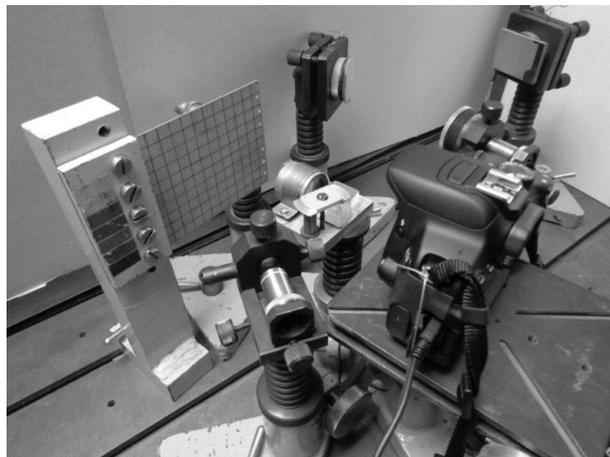


Рисунок 5.1.2 – Общий вид цифровой голографической системы

Регистрация цифровых голограмм производилась цифровой зеркальной фотокамерой Canon EOS 650D / Rebel T4i, без объектива. Технические характеристики приведены в табл. 5.1.1. и 5.1.2.

Таблица 5.1.1. Технические характеристики фотокамеры CanonEOS 650D

Тип сенсора	CMOS
Размеры сенсора, мм	22.3x14.9
Максимальный формат кадра в режиме одиночной съемки	5184x3456
Эффективное разрешение, МП	18
Эффективный размер пиксела, мкм	4.3
Формат кадра в режиме одиночной съемки	1920x10800, 50 кадров/с

Таблица 5.1.2. Технические характеристики лазерного модуля

Максимальная выходная мощность, нм	<5	
Длина волны, нм	650±5	510±5
Длина когерентности, мм	1000	

В качестве тестового объекта использовалась пластина из сплава D16T размером 0.1м x 0.1м. Внешний вид тестового объекта показан на рис.5.1.3. Устройство нагружения располагается с обратной стороны пластинки и перемещает ее свободный край. Точность перемещения контролируется микрометром и составляет ±5 мкм. Характер и вид деформации пластинки входят в ее техническое описание, что позволяет использовать их для оценки метрологических характеристик измерительной системы.

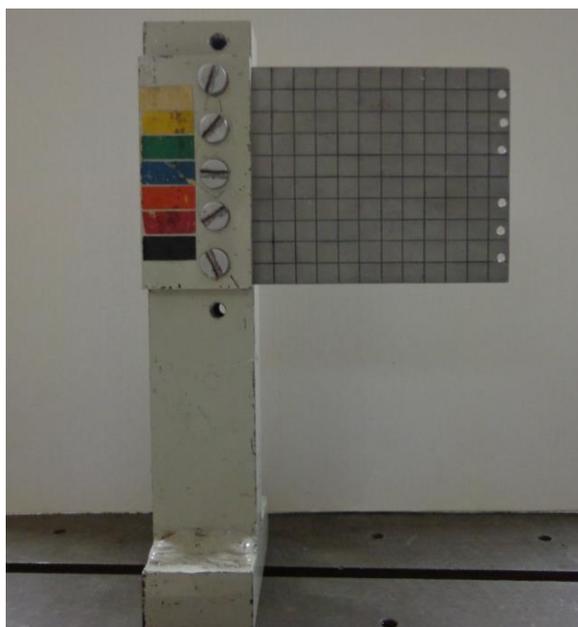


Рисунок 5.1.3 – Тестовый объект

Теоретически рассчитанное поле смещения при отклонении пластинки на 5 мкм показано на рис.5.1.4.

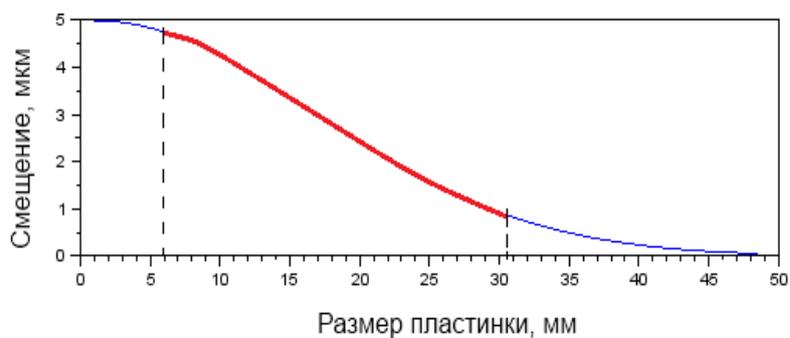


Рисунок 5.1.4 – Рассчитанная зависимость смещения тестового объекта

На рис.5.1.4 выделенная часть графика показывает зону пластинки контролируемую при измерениях.

Измерение производилось по методике изложенной в работах автора [60, 61]:

- 1) записывались по три цифровые голограммы тестового объекта с различными фазовыми сдвигами: 0 , 90° и 180° до и после нагружения – всего шесть голограмм;

- 2) выполнялось восстановление цифровых голограмм;
- 3) производилось устранение изображения двойника и центрального пятна;
- 4) рассчитывался профиль пластинки по всему полю цифровой голограммы до ее нагружения и после него;
- 5) рассчитывалась деформация пластинки путем вычитания измеренных профилей пластинки до и после нагружения.

Ниже на рис. 5.1.5 показаны модуль амплитудного спектра регистрируемой цифровой голограммы и интерференционная картина тестового объекта после вычитания голограмм до и после нагружения.

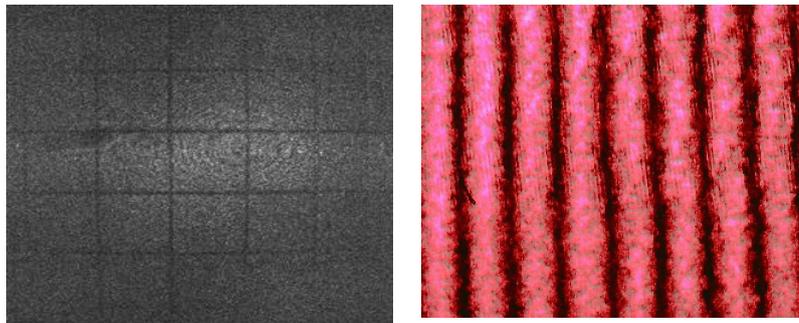


Рисунок 5.1.5 – Цифровая голограмма (модуль амплитудного спектра) и интерференционная картина тестового объекта (слева направо)

На рис. 5.1.5 показана интерференционная картина деформации тестового объекта сформированная из цифровых голограмм полученных до и после нагружения тестового объекта.

5) Рассчитывалась полная фаза (с устранением 2π - неоднозначности). В итоге получена полная разность фаз Φ , по которому определялось поле

смещения $\Delta L = \frac{\lambda}{4\pi} \Phi$. Экспериментально измеренное смещение

сравнивалось с его теоретической кривой. Результат приведен на рисунке 5.1.6.

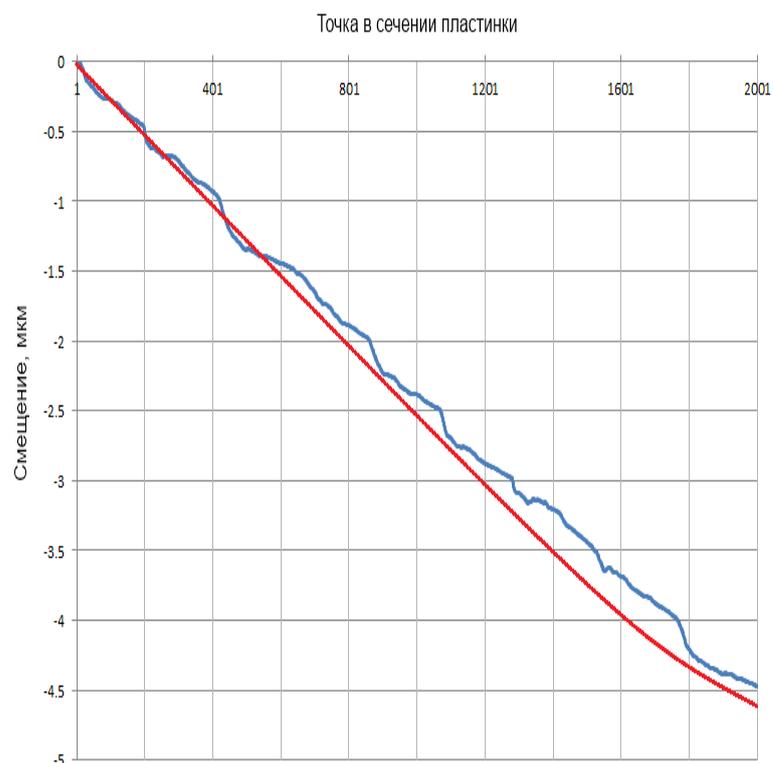


Рисунок 5.1.6 – Кривые смещения

Теоретические (красная линия на рис. 5.1.6) и экспериментально полученные (синяя линия на рис.5.1.6) оценки величины смещения согласуются между собой. Результаты измерения смещения приведены в таблице 5.1.1.

Таблица 5.1.1 – Погрешность измерения смещения

№,п/п	Смещение, мкм	Максимальная. абсолютная погрешность, мкм	Средняя относительная погрешность $\times 10^{-1}$, %
1	5	0.15	9.41
2	10	0.26	1,50
3	15	0.23	1,05
4	20	0.28	1,72

Окончание табл. 5.1.1

5	25	0.30	1.51
6	30	0.31	13.14
7	35	0.30	12.59
8	40	0.32	13.09
9	45	0.31	12.64
10	50	0.30	12.55

На рис. 5.1.7 показана трёхмерная модель измеренного поля смещения.

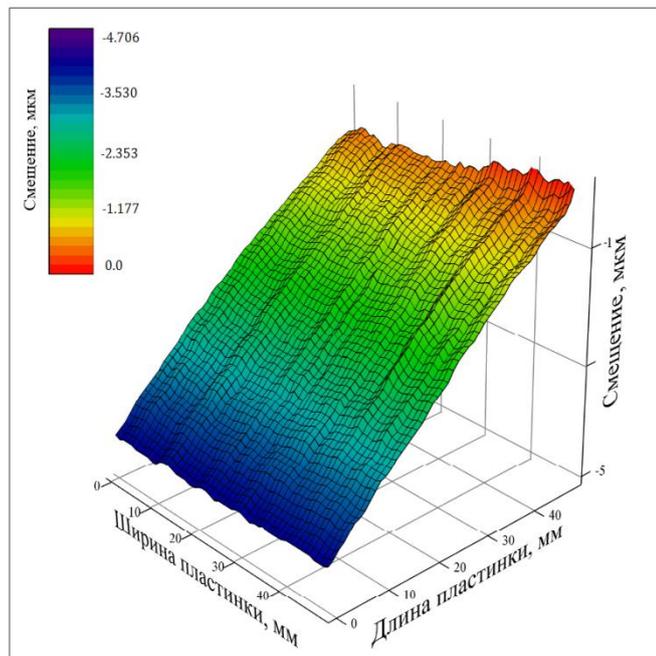


Рисунок 5.1.7 – Трёхмерная модель поля смещения реального объекта

Выполненные экспериментальные исследования показали, что разработанная цифровая голографическая система позволяет бесконтактным способом восстанавливать поля смещения объекта с микрометровой точностью. В зоне прямолинейности максимальная абсолютная погрешность измерения смещения составила порядка 0.17 мкм, средняя относительная погрешность 0.991%. Полное время записи и восстановления голограммы размером 4096x4906 пикселей составляет

менее 0,03 сек. Это соответствует производительности системы не менее 30к/сек, что позволяет исследовать динамику деформации измеряемых объектов в режиме реального времени.

5.2 Исследование прогиба мембраны в режиме реального времени

Методом голографической интерферометрии реального времени измерялось поле прогиба мембраны, жестко закрепленной по краям и нагруженной в центре сосредоточенной силой (рис. 5.3.1). Мембрана изготовлена из сплава алюминия Д16Т, диаметр 42 мм, толщина 0,5 мм.



Рисунок 5.2.1 – Металлическая мембрана с изменяемой нагрузкой в центре

В рамках гранта РФФИ 18-08-00580А «Разработка и исследование методов компьютерной голографической интерферометрии объектов сложной формы», 2018, 2019г.г. разработана цифровая голографическая система [19]. Оптическая схема данной измерительной системы аналогична оптической схеме показанной на рис. 5.1.1. Отличительной особенностью, разработанной цифровой голографической системы, являются малые (менее 1 градуса) углы интерференции между объектным и опорным пучками. Это позволяет снизить требования к пространственному разрешению

регистрируемых цифровых голограмм [23, 132]. Внешний вид измерительной системы приведен на рис. 5.2.2.



Рисунок 5.2.2 – Внешний вид измерительной системы

Фазовый сдвиг осуществлялся перемещением опорного зеркала пьезокерамическим пакетным актюатором - ПЗ (НИИ ЭЛПА). Технические характеристики актюатора приведены в табл. 5.2.1.

Таблица 5.1.1 Технические характеристики актюатора ПЗ

Чувствительность мкм/В 10^{-3} , не менее	3.0
Предельно допустимое напряжение, В	+600
Статическая емкость, нФ, не более	37
Диапазон рабочих температур, °С	-60 ÷ +85

Актюатор управляется контроллером АТХ-Мегa 128 (рис. 5.2.3).



Рисунок 5.2.3 – Схема управления пьезокерамическим актюатором

На рис. 5.2.4 показана структурная схема управления цифровой голографической системой.

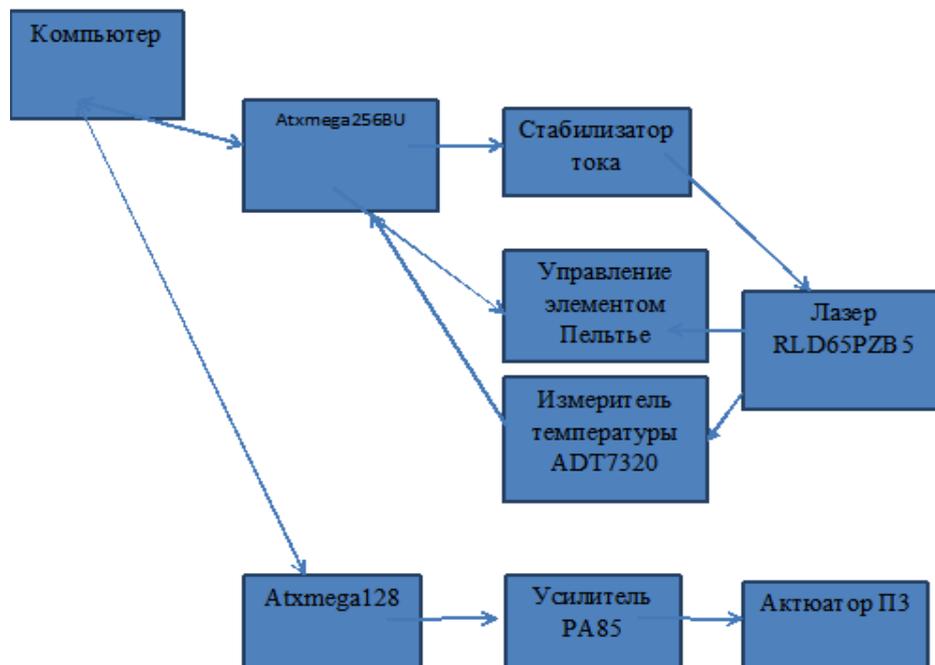


Рисунок 5.2.4 – Структурная схема устройства управления измерительной системой

Методика исследования. Интерференционные картины на поверхности измеряемого объекта регистрировались фотоприемником до и после его нагружения. При этом отраженный от мембраны волновой фронт интерферировал с фронтом, восстановленным из цифровой голограммы

первоначального состояния объекта и образовывал интерференционную картину. Для расшифровки использовались три интерференционные картины с внесением фазовых сдвигов в опорное плечо интерферометра, с величинами сдвига 0° , 120° и 240° , соответственно (см. рис. .2.5).

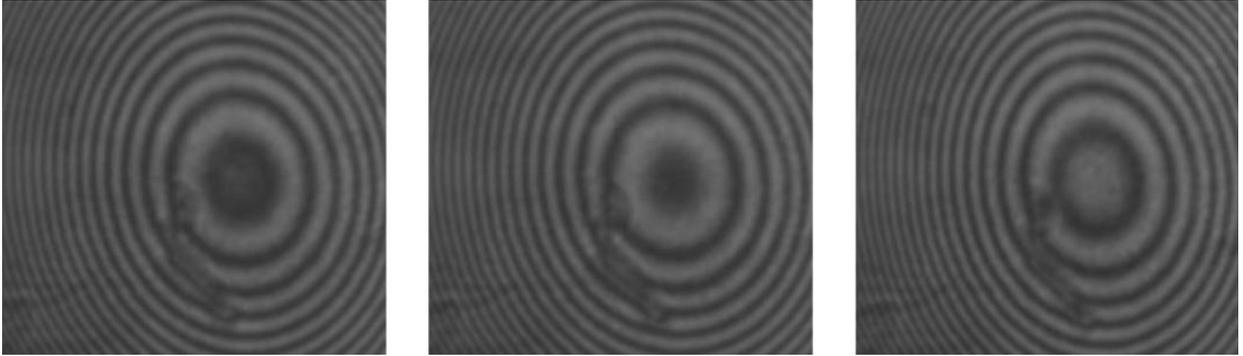


Рисунок5.2.5 – Интерференционные картины центральной части мембраны

На рисунке 5.2.5 (слева) показано поле измеренных разностей фаз и измеренное поле смещения (прогиба) при высвобождении мембраны после устранения фазовой неопределенности (справа).

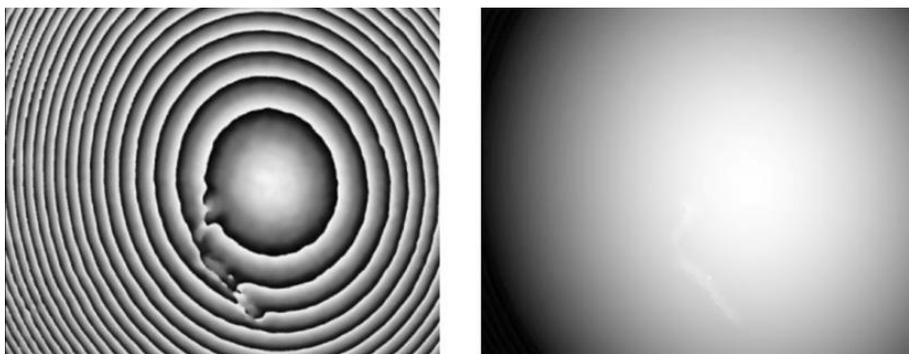


Рисунок5.2.5 – Поля фазы и смещения мембраны

На рис. 5.3.6 показан трехмерный график измеренного поля прогиба мембраны. Максимальная абсолютная погрешность измерения прогиба мембраны составила порядка 0.15 мкм, а средняя относительная погрешность 0.934%.

Для обеспечения работы системы в режиме реального времени под руководством автора разработан комплекс программ обработки данных, которые используют параллельные вычисления на графическом процессоре Nvidia Quadro 6000. Программы зарегистрированы в Фонде алгоритмов и программ РФ [51, 52].

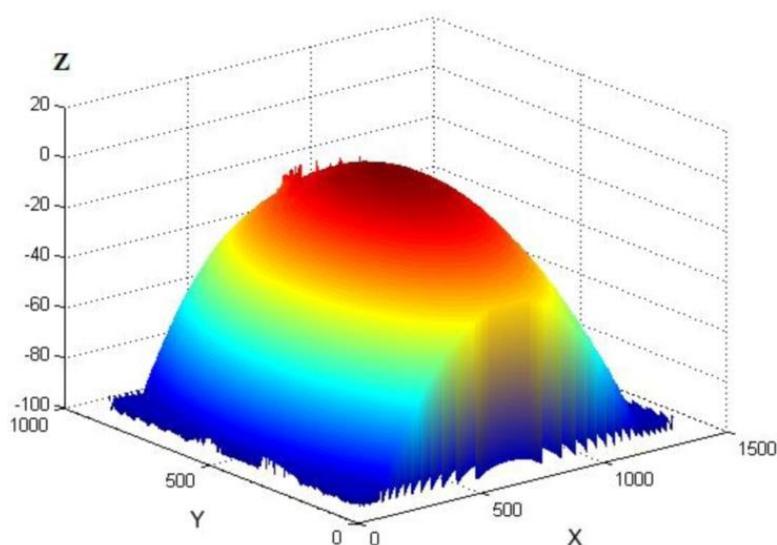


Рисунок 5.2.6 – Трехмерный график прогиба мембраны

В отличие от традиционных цифровых голографических систем, в которых требуются отдельные оптические схемы для регистрации и восстановления голограмм. В разработанной системе сравнивались цифровые голограммы: отраженного от объекта волнового фронта с виртуальной цифровой математической голограммой. При этом схема восстановления голограммы не требуется, что значительно упрощает голографическую систему. Общее время регистрации и восстановления цифровых голограмм при размере 1400×800 пикселей не превышает 0,3 сек, что позволяет в режиме реального времени исследовать поведение объекта при динамическом изменении нагрузки. Структура алгоритмического обеспечения показана на рис. 5.2.7.



Рисунок 5.2.7 – Этапы цифровой голографической интерферометрии и их реализация

5.3 Исследование напряженно-деформируемого состояния крупногабаритных объектов методом структурированного освещения

Исследование напряженно-деформируемого состояния крупногабаритных объектов требует регистрации интерференционных картин (голограмм) большого размера, что не позволяет использовать для этой цели стандартные цифровые голографические системы. Погрешность измерений не должна превышать нескольких микрон при размере объекта в десятки сантиметров. Наиболее подходящими для решения данной задачи являются известные измерительные системы, основанные на методах структурированного освещения [20, 41, 193].

Данный метод заключается в проецировании изображения состоящего из системы синусоидальных полос на поверхность исследуемого объекта. При внеосевом расположении камеры, регистрируемое ею изображение будет искажено в соответствии с профилем рельефа исследуемого объекта. Измеряя эти искажения можно восстановить профиль рельефа объекта. Однако большая погрешность измерения профиля рельефа такими системами не позволяет использовать их для решения задач исследования напряженно-деформируемого состояния крупногабаритных объектов.

При выполнении Программы стратегического развития НГТУ на 2012 г., проект 2.3.1 «Решение комплексных проблем по направлению "Информационные и цифровые технологии и системы", НИР С2-7 разработана высокоточная измерительная система реализующая метод структурированного освещения [20]. Система состоит из проектора Sony VPL - VW260ES и камеры CANON EOS 600, управляемых компьютером. На рис. 5.4.1 приведен внешний вид установки для регистрации профиля объектов.



Рисунок 5.3.1 – Внешний вид установки для регистрации профиля объектов

Исследование производилось путем измерения профиля объекта до и после его нагружения. В качестве исследуемого объекта использовалась профилированный металлический угольник. Геометрические размеры угольника указаны в табл.5.3.1.

Таблица 5.3.1 Геометрические параметры объекта

Высота профиля, h (мм)	65
Ширина полки, b (мм)	10
Толщина профиля Δ (мм)	1,2
Длина балки (м)	0.5

Нагружение производилось калиброванным подвешенным грузом, закрепленным на измеряемом объекте со стороны противоположной направлению наблюдения. Для фиксации размеров объекта на металлическую пластину закреплялась измерительная линейка (рис. 5.3.2).



Рисунок 5.3.2 – Исследуемый объект с наложенной масштабной линейкой

На балку размером 500 мм с помощью проектора Sony VPL - VW260ES проецировалась картины синусоидальных полос (рис. 5.3.3).

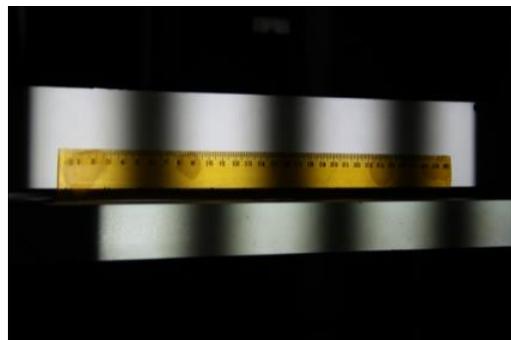


Рисунок 5.3.3 – Объект с проецируемыми полосами

Всего проецировалось 3996 точек на одну строку изображения. На каждую полосу приходилось 615 пикселей. Таким образом, получим всего 6.5 полос.

Размер одной полосы составил 76.9 мм. Регистрировалось по 8 картин до и после деформации объекта. Фазовый сдвиг между картинами 45° . Также устранялись геометрические искажения и неравномерность освещения при проекции и регистрации синусоидальных картин. Расшифровка интерференционных полос производилась по методике изложенной в разделе 3.4 и опубликован в работе [22]. На рис. 5.3.4 показаны фазы расшифрованных интерференционных полос.

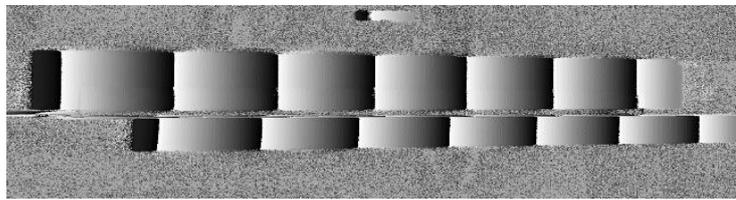


Рисунок 5.3.4 – Фазовый профиль проецированных на исследуемый объект интерференционных полос

Затем строился профиль рельефа (топограмма) исследуемого объекта по методике изложенной в главе 5. На рис. 5.3.5 показаны топограммы рельефа измеряемого объекта до (левый столбец) и после (правый столбец) внесения деформаций.

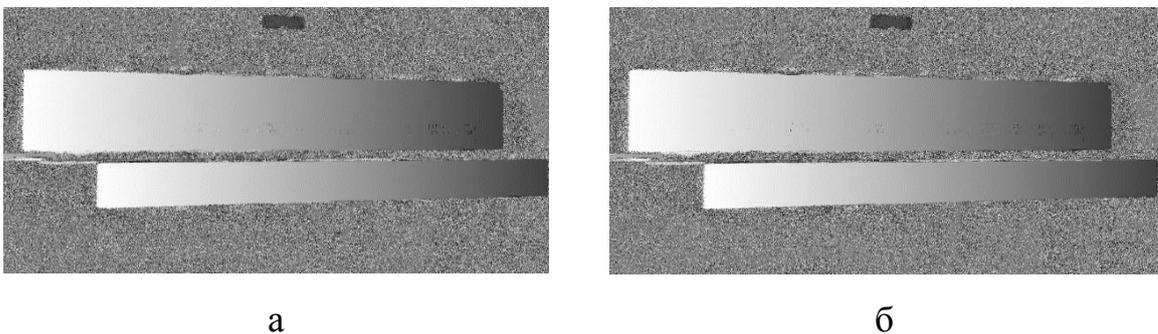


Рисунок 5.3.5 – Поле фаз до (а) и после (б) внесения деформаций после устранения фазовой неоднозначности

При небольших деформациях топограммы изменяются также на небольшую величину. Поэтому на рис. 5.3.5 они выглядят практически идентично. На

рис. 5.3.6 показан измеренный 3D профиль исследуемого объекта до его деформации.

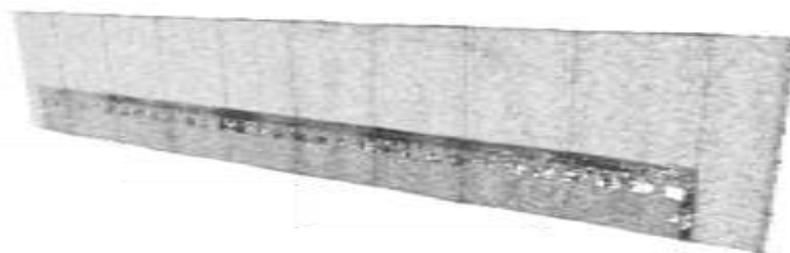


Рисунок 5.3.5 – Измеренный 3D профиль объекта

Расчет поля смещений производился путем вычитания восстановленных профилей до деформации исследуемого объекта и после деформации. Послевычисления разности профилей эти изменения становятся видимыми. На рисунке рис. 5.3.6 показана измеренная разность профилей для исследуемого объекта.



Рис. 5.3.6 – Разность профилей

Полученные результаты измерений сопоставлялись с теоретическим расчетом величины деформаций. Расчет деформаций выполнялся для схемы нагружения исследуемого объекта с учетом сечения его профиля (рис. 5.3.7) путем расчета линейного тензора деформации Коши-Грина по методике, изложенной в [11].

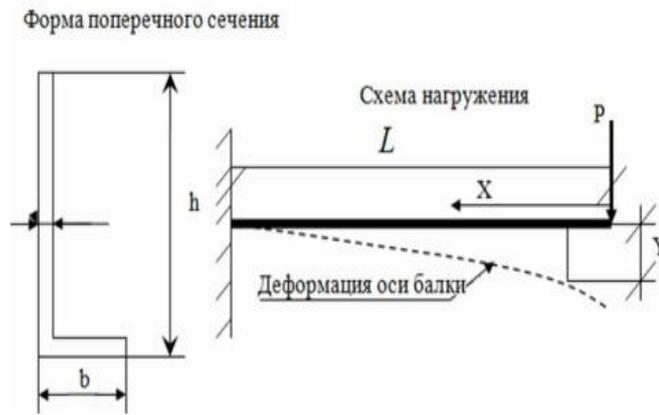


Рисунок 5.3.7 – Схема измерения

Исходные данные для расчета приведены в табл. 5.3.1 и 5.3.2.

Таблица 5.3.2 Расчетные параметры

Модуль упругости E (Па)	$7 \cdot 10^9$
Момент инерции сечения I (м ⁴)	$5.194 \cdot 10^{-8}$
Величина сосредоточенной силы P (Н)	4.5

Теоретические значения отклонения балки вычислялись по формуле

$$Y = \frac{P \cdot L}{6E \cdot I} (\xi^3 - 3\xi + 2) \quad (5.3.1)$$

где Y - прогиб балки, $\xi = X/L$ - безразмерная продольная координата.

Результаты сравнения теоретических расчетов и экспериментальных результатов приведены в табл. 5.3.2.

Таблица 5.3.2 Параметры отклонений балки

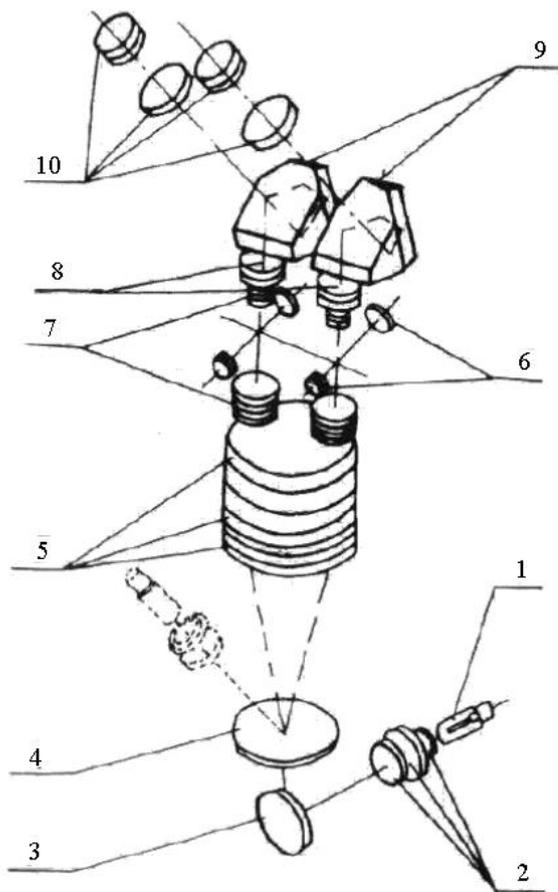
Параметр	Значение параметра	
	Теоретическое	Экспериментальное
$Y _{\xi = 0.2}$ (мм)	1.8	1.804
$Y _{\xi = 0.9}$ (мм)	0.4	0.393

Из табл. 5.3.2 следует, что погрешность измерений не превышает 7 мкм, что свидетельствует о согласованности экспериментальных результатов с расчетными данными.

Для определения чувствительности метода прикладывалась различная нагрузка к свободному концу балки. Балка отклонялась на 10, 20 и 50 мкм соответственно. Отклонение фиксировалось микрометром с точностью ± 2.5 мкм. Погрешность измеренных отклонений микрометром и вычисленных по результатам расшифровки интерференционных картин составила менее 10 мкм.

5.4 Исследование возможности повышения пространственного разрешения интерференционных изображений

Для экспериментальной проверки предложенных в разделе 2.7 принципов синтеза свехразрешающих изображений разработан макет цифровой системы [22, 45, 50] (грант РФФИ 16-08-00565А «Разработка методов сверхразрешения в цифровой голографической интерферометрии», 2016, 2017 гг.). При разработке системы была произведена модернизация стандартного оптического микроскопа МБС-10. На рис. 5.4.1 показана оптическая схема модернизируемого микроскопа. Изображение предмета в микроскопе МБС-10 формируется за счет последовательного прохождения лучей через головной объектив 16; парные галилеевские системы, установленные в барабане, помещенном в корпусе 1; тубусные линзы и призмы Шмидта, находящиеся в бинокулярной насадке 5 и сменные окуляры, которые вставляются в окулярные трубки 11.



- 1 – источник освещения;
 2 – конденсор;
 3 – зеркало;
 4 – стекло предметное;
 6 - 7 – системы Галлея;
 5 и 8 – объектив;
 9 – призмы Шмидта;
 10 – окуляры.

Рисунок 5.4.1 – Оптическая схема микроскопа МБС-10

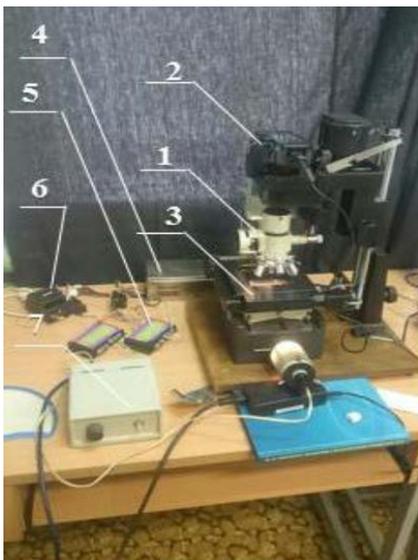
Системы Галилея поочередно включаются в ход лучей и позволяют реализовать четыре варианта увеличений объективной части микроскопа. Пятый вариант получается при выводе галилеевских систем из хода лучей. Значения увеличений объективной части микроскопа приведены в табл. 5.4.1.

Таблица 5.4.1 Увеличение объективной части микроскопа

Увеличение системы Галилея, крат	1/3.5	1/2	1	2	3.5
Общее увеличение объективной части, крат	0.6	1	2	4	7

Призмы Шмидта дают прямое изображение предмета и позволяют изменять межзрачковое расстояние прибора от 56 до 72 мм в соответствии с базой глаз наблюдателя.

Модификация заключалась в установке цифровой камеры Canon 650D и автоматизации перемещения предметного столика в двух взаимно ортогональных направлениях в горизонтальной плоскости шаговыми двигателями с дискретностью перемещения 2.5, 2.5/8 и 2.5/16 мкм. Управление предметным столиком осуществлялось моторизованным двухосным транслятором 8MTF фирмы Викон Стада [8] (рис. 5.4.3). Внешний вид модифицированной оптико-электронной цифровой системы представлен на рис. 5.4.2.



- 1 – источник освещения
- 2 – конденсор
- 4 – предметный столик
- 5 – контроллер шагового двигателя
- 6 – преобразователь интерфейса RS-485/RS-232
- 7 – осветитель

Рисунок 5.4.2 – Оптико-электронная цифровая система оцифровки аналоговых голограмм [22]

Ввод изображений в компьютер производится цифровой камерой Canon 650D. Изображение проецируется, непосредственно на фотоматрицу, без объектива. Возможно перемещение на 1/8 и 1/16 шага. Управление транслятором осуществлялось контроллером OSM-42RA [36] по протоколу Modbus [174].



Рисунок 5.4.3–Моторизованный двухосный транслятор

Исследовалась возможность двукратного увеличения разрешения цифровых голограмм. Методика исследования заключалась в сканировании аналоговой голограммы, ее оцифровки и синтезе четырех низкоразрешающих растров путем усреднения точек в локальной окрестности 2×2 [50]. Из низкоразрешающих растров синтезировался высокоразрешающий растр, который сравнивался с исходной аналоговой голограммой. Голограмма локализована в области Фраунгофера, поэтому для ее восстановления использовано преобразование Фурье (рис. 5.4.4).

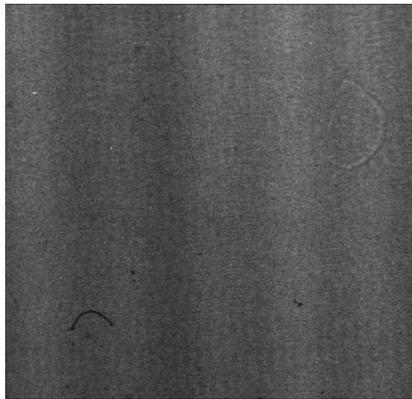


Рисунок 5.4.4 – Высокорастворяющая цифровая голограмма размером 3.5×3.5 мм отсканированная с разрешением 2048×2048 пикселя

Из этой голограммы формировалось четыре голограммы размером 1024×1024 пикселя следующим образом: первая голограмма получается усреднением значений по площадке 2×2 пикселя (без сдвига), вторая - усредним значения на площадке 2×2 пикселя со сдвигом голограммы по оси

x на один пиксель, что соответствует сдвигу на половину пикселя голограммы после ее усреднения, третья – со сдвигом на один пиксель по оси y , четвертая – со сдвигом на один пиксель по осям x и y . Затем голограмма разрешением 2048×2048 пикселя загрублялась до пространственного разрешения 1024×1024 пикселя. На рисунке 5.4.5 показано восстановленное изображение из одной из голограмм с низким разрешением размером 1024×1024 пикселя.

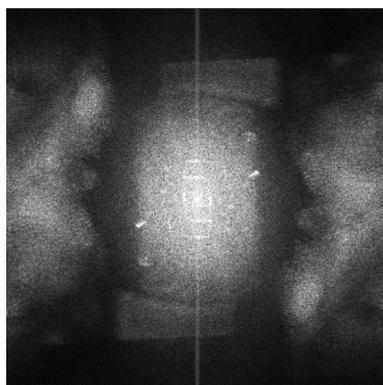


Рисунок 5.4.5 – Результат восстановления цифровой голограммы размером 3.5 мм отсканированной с разрешением 1024×1024 пикселя

Из рисунка 5.4.5 видно, что данного разрешения недостаточно для восстановления полного размера действительного и мнимого изображения. На рис. 5.4.5 показана последовательность выполнения операций, которую необходимо выполнить для решения задачи получения высокоразрешающего растра. С этой целью регистрировалось четыре цифровые голограммы:

$P_1 = I(x, y)$ – исходная голограмма;

$P_2 = I(x + \Delta x, y)$ – голограмма, смещенная в горизонтальном направлении на половину размера апертуры Δx ;

$P_3 = I(x, y + \Delta y)$ – голограмма, смещенная в вертикальном направлении на половину размера апертуры Δy ;

$P_4 = I(x + \Delta, y + \Delta y)$ – изображение со сдвигом в обоих направлениях.

Из набора матриц P с разрешением 1024×1024 пикселя в соответствии с методикой изложенной в [39] формируем две матрицы с разрешением 1024×2048 пикселя, $H_1 = \{P_1, P_2\}$ и $H_2 = \{P_3, P_4\}$, соответственно. Затем из полученных голограмм находим результирующую матрицу $H = \{H_1, H_2\}$ с требуемым разрешением 2048×2048 пикселя (рис. 5.4.6).

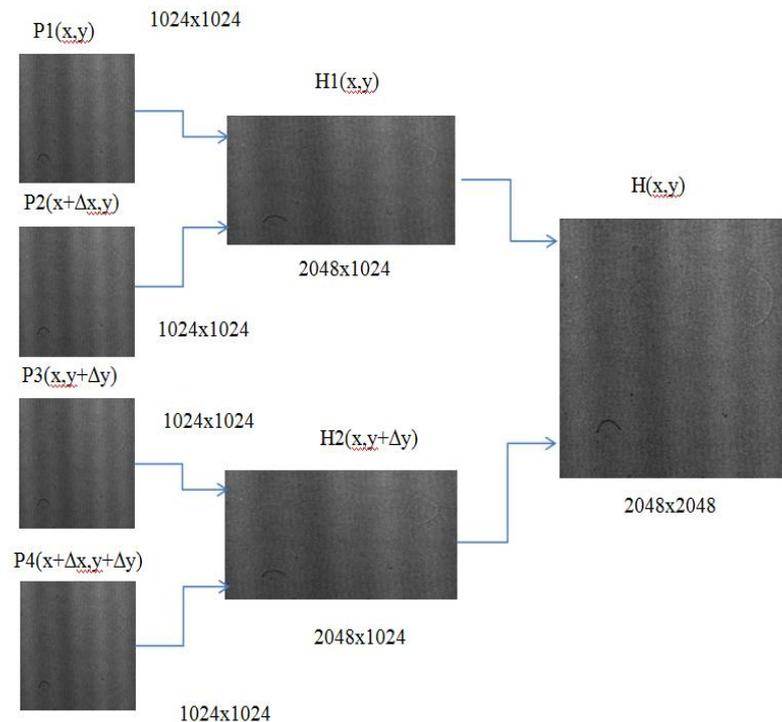
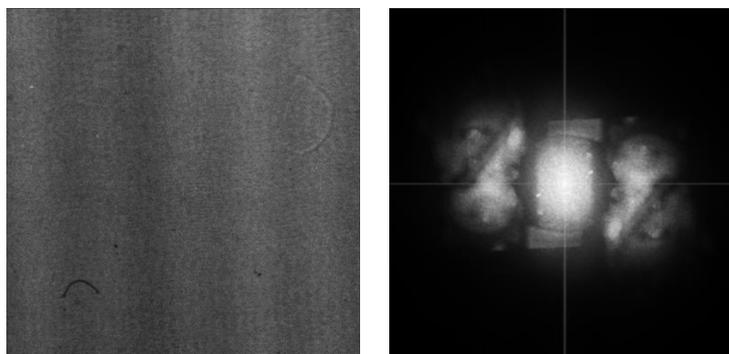


Рисунок 5.4.6 – Последовательность синтеза
высокоразрешающего растра

На рис. 5.4.7 показана синтезированная высокоразрешающая голограмма размером 2048×2048 пикселя и восстановленное с неё действительное и мнимое изображение.

Таким образом, по набору низкоразрешающих растров синтезирован растр с высоким разрешением: 2048×2048 пикселя. Повышение разрешения заметно по восстановленной цифровой голограмме (рис.5.4.7), на которой действительное и мнимое изображение полностью видны в отличие от

изображения, восстановленного из голограммы (рис. 5.4.4) размером 1024x1024 пикселя.

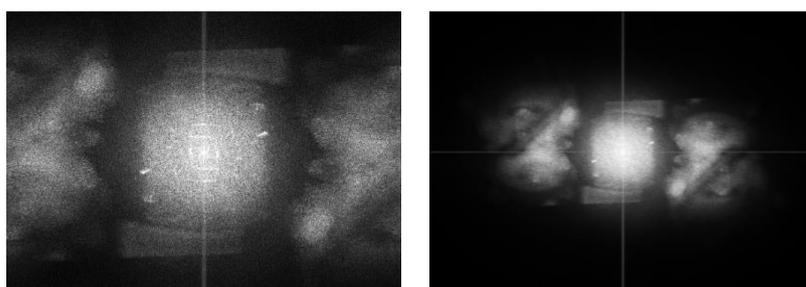


а)

б)

Рисунок 5.4.7 – Результаты восстановления цифровой голограммы формата 2048x2048 пикселя; (а) - сгенерированная голограмма размером 2048x2048 пиксел, (б) - восстановленное изображение из сгенерированной голограммы

Из рисунка 5.4.8 видно, что цифровая голограмма (б) восстанавливает голографируемый объект полностью. В то время как изображение (а) усечено из-за низкого пространственного разрешения.



а)

б)

Рисунок 5.4.8– Сравнение восстановленных цифровых голограмм: (а) - размером 3.5 мм сканированной с разрешением 1024x1024 и (б) - синтезированной цифровой голограммы с разрешением 2048x2048 пиксель

Аналогичное исследование возможности четырехкратного увеличения разрешения цифровых голограмм выполнено для участка аналоговой голограммы размером 5x5 мм. Субпиксельное сканирование аналоговой голограммы производилось путем смещения матрицы фотоприемника на величину кратную 1 мкм, что составляет 1/4 размера пиксела. Регистрировалось 4 голограммы (без сдвига и с горизонтальными сдвигами 1, 2 и 3 мкм). Затем производился сдвиг по вертикали, также с шагом 1 мкм и сканировалось еще по 4 цифровых голограммы для каждого вертикального сдвига. Всего зарегистрировано 16 цифровых голограмм низкого разрешения. Пространственное разрешение цифровых голограмм составило для фотокамер:

Canon 500D

$$\delta_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_x}{L_x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4768}{5} = 477 \frac{\text{лин}}{\text{мм}},$$

$$\delta_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_y}{L_y} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3174}{5} = 317 \frac{\text{лин}}{\text{мм}}$$

и Canon 650D

$$\delta_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_x}{L_x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5184}{5} = 518 \frac{\text{лин}}{\text{мм}},$$

$$\delta_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_y}{L_y} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3174}{5} = 317 \frac{\text{лин}}{\text{мм}},$$

соответственно.

После чего синтезировалась сверхразрешающая цифровая голограмма [22]. Восстановленное по сверхразрешающей цифровой голограмме действительное изображение сравнивалось с цифровым изображением, восстановленным по аналоговой голограмме. Размер синтезированной голограммы составил 20592 x 13824 и 18712 x 129696 пиксела для фотокамер Canon 500D и Canon 650D, соответственно. Полученное пространственное разрешение составило для фотокамер Canon 500D

$$\delta_x = \frac{4}{2} \cdot \frac{N_x}{L_x} = \frac{4}{2} \cdot \frac{4768}{5} = 1907 \frac{\text{лин}}{\text{мм}},$$

$$\delta_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_y}{L_y} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3174}{5} = 1269 \frac{\text{лин}}{\text{мм}}$$

и Canon 650D

$$\delta_x = \frac{4}{2} \cdot \frac{N_x}{L_x} = \frac{4}{2} \cdot \frac{5148}{5} = 2059 \frac{\text{лин}}{\text{мм}},$$

$$\delta_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_y}{L_y} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3174}{5} = 1382 \frac{\text{лин}}{\text{мм}}.$$

Полученные в результате исследования результаты показали практическую реализуемость предлагаемого метода повышения пространственного разрешения изображений, в том числе, цифровых голограмм [50]. Разработанная система позволяет повысить пространственное разрешение цифровых голограмм в 4 раза в горизонтальном и вертикальном направлениях, соответственно. При этом требуется регистрация 16 низкоразрешающих цифровых голограмм [22].

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 5

1. Разработаны измерительные системы для исследования напряженно-деформированного состояния объекта методом цифровой голографической интерферометрии на примере изгиба балки с защемлением и деформации мембраны. Экспериментальные исследования показали, что разработанные цифровые голографические системы позволяют бесконтактным способом восстанавливать поля смещения объекта с микрометровой точностью. Максимальная абсолютная погрешность измерения смещения составила порядка 0.15 - 0.17 мкм, средняя относительная погрешность 0.934 - 0.991%. Полное время записи и восстановления голограммы размером 4096x4906 пикселей составляет менее 0,03 сек, что позволяет обеспечить

производительность системы не менее 30к/сек. Это позволяет исследовать динамику деформации измеряемых объектов в режиме реального времени.

2. Исследована возможность измерения напряженно-деформируемого состояния крупногабаритных объектов методом структурированного освещения на примере изгиба балки с защемлением. Для расшифровки интерференционных картин применялись высокоточные методы анализа интерференционных картин разработанные в главе 4. Методы позволяют измерять поля смещения крупноразмерных объектов ($L = 50$ см) методом структурированного освещения с точностью не хуже ± 5 мкм, что значительно превосходит возможности современных измерительных систем данного вида. Полученные результаты измерений методом структурированного излучения сопоставимы с результатами получаемыми методом цифровой голографической интерферометрии.

3. Экспериментально исследован метод повышения пространственного (латерального) разрешения изображений в два и четыре раза [50]. Произведена модификация стандартного оптического микроскопа МБС-10 с целью обеспечения сканирования аналоговых голограмм. Сканировались аналоговые голограммы размерами 3.5x3.5 мм и 5x5 мм, соответственно. Из них формировались цифровые голограммы с низким разрешением. Синтезировались цифровые голограммы с двух- и четырехкратным увеличением пространственного разрешения. Размер синтезированных голограмм с четырехкратным увеличением пространственного разрешения составил 20592x13824 и 18712x129696 пиксела для фотокамер Canon 500D и Canon 650D, соответственно. Полученное пространственное разрешение (по горизонтали и вертикали) составило для фотокамеры Canon 500D: 1907 и $1269 \frac{\text{лин}}{\text{мм}}$, а для фотокамеры Canon 650D: 2059 и $1382 \frac{\text{лин}}{\text{мм}}$. Для

повышения пространственного разрешения цифровой голограммы в 4 раза потребовалось регистрация 16 низкоразрешающих цифровых голограмм.

Глава основана на работах автора [20, 22, 41, 45, 50-52, 60, 61, 132].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертационной работы согласно защищаемым положениям, можно сформулировать следующим образом.

1. Предложен и исследован обобщенный метод анализа интерференционных сигналов в оптико-электронных измерительных системах с пошаговым фазовым сдвигом. Метод использует алгебраический подход к решению трансцендентных систем уравнений с произвольными величинами вносимых фазовых сдвигов. Показано, что широко используемые формулы расшифровки интерференционных картин являются следствием предлагаемого обобщенного метода. На его основе разработаны новые принципы построения алгоритмов расшифровки интерференционных картин и определения амплитуд опорного и предметного (объектного) пучков.
2. Предложен и разработан метод фазовых измерений, основанный на суммировании результатов двух алгоритмов расшифровки с одинаковыми по модулю и противоположными по знаку реакциями на нелинейность профиля интерференционных полос. Метод позволяет снизить относительную погрешность измерения фазы до уровня 10^{-2} , используя при этом сравнительно небольшое количество интерференционных картин. Это важно при исследовании динамических объектов. Классические формулы расшифровки для достижения такого уровня погрешности требуют регистрации нескольких десятков интерференционных картин.
3. Разработан и экспериментально апробирован метод повышения пространственного разрешения оптико-электронных интерференционных измерительных систем на основе субпиксельного сканирования. Разработан высокопроизводительный блочный метод решения систем уравнений большой размерности. Для повышения пространственного разрешения в N

раз требуется регистрация N^2 низкоразрешающих цифровых голограмм. Так, например, для повышения пространственного разрешения до $1000 \div 2000$ линий/мм требуется зарегистрировать 64 низкоразрешающих голограммы.

4. Выполнено теоретическое обоснование возможности применения принципов траекторного анализа для расшифровки интерференционных сигналов. Разработаны и исследованы алгоритмы преобразования эллиптической траектории интерференционных сигналов оптико-электронных измерительных систем к круговому виду. Такой траектории соответствует набор известных фазовых сдвигов. Это позволяет производить расшифровку интерференционных картин с неизвестными и случайными фазовыми сдвигами.

5. Предложен и разработан метод оценки разности фаз пространственных интерференционных сигналов между опорной и сканирующей точками. В результате сканирования интерференционной картины рассчитывается ее фазовый «портрет». Изменяя положение опорной точки можно сформировать набор фазовых разностей, усреднение которого позволяет минимизировать погрешность оценки разности фаз. Отличительной особенностью метода является возможность усреднения большого количества реализаций без регистрации дополнительных интерференционных картин. Число возможных реализаций равно:

$$M = \frac{1}{2} m \cdot n,$$
 где m и n размеры интерференционной картины по горизонтали и вертикали в пикселях, соответственно.

6. На основе модулярной арифметики разработан многочастотный метод устранения фазовой неоднозначности, позволяющий расширить динамический диапазон измерения фазы. Разработан каскадно-табличный алгоритм решения системы сравнений, позволяющий повысить производительность метода. Предложены способы повышения помехоустойчивости метода. Экспериментально показано, что

разработанные методы при использовании интерференционных картин, полученных на длинах волн 488 нм и 633 нм, позволяют расширить диапазон однозначности интерференционных измерений до 5064 нм.

Таким образом, подводя общие итоги, можно констатировать, в диссертации поставлена и решена крупная научная проблема, направленная на обеспечение качества широкого спектра приоритетных технологий, имеющая важное хозяйственное значение. На современном этапе развития науки, техники и технологий в России они соответствуют Указу Президента Российской Федерации от 07.07.2011 г. № 899 «Об утверждении приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации и перечня критических технологий Российской Федерации» (в редакции Указа Президента Российской Федерации от 15.12.2015 г. № 623). В диссертации поставлена, обоснована и решена крупная научно-техническая проблема разработки и реализации высокоразрешающих оптико-электронных измерительных систем, а также создания аппаратно-программных комплексных измерительных систем, ориентированных на применение в научных экспериментах и в промышленных технологиях, обладающих расширенными функциональными возможностями и высокими точностными характеристиками, что отвечает п. 9 действующего «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24.09.2013 (с изменениями от 21.04.2016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгоритмы расшифровки интерференционных картин методом пошагового фазового сдвига / В.И. Гужов, С.П. Ильиных, Р.А. Кузнецов, Д.С. Хайдуков // Автоматика и программная инженерия. – 2013. – № 2(2). – С. 55 – 59.
2. Арнольд, И. В. Теоретическая арифметика / И. В. Арнольд. – Москва: Гос. учебно-педагог. издательство, 1938. – 480 с.
3. Белов, В.И. Теория фазовых измерительных систем / В.И Белов // Томск: издательство ТГУ, 2007. – 148 с.
4. Васильев, В. Компьютерная обработка сигналов в приложении к интерферометрическим системам / В.Васильев, И. Гуров // СПб.: БХВ – Санкт-Петербург, 1998. – 240 с.
5. Васьков, С.Т. Быстрая цифровая реконструкция сигналов и изображений по критерию минимума энергии / С.Т. Васьков, В.М. Ефимов, А.Л. Резник // Автометрия, 2003. – Т.39, №4. – С.13-20.
6. Вест, Ч. Голографическая интерферометрия: пер. с англ. / Ч. Вест. – Москва: Мир, 1982. – 504 с.
7. Визильтер, Ю. В. Обработка и анализ цифровых изображений с примерами на LabVIEW и IMAQVision / Ю.В. Визильтер, С.Ю. Желтов, В.А. Князь // М.: ДМК пресс, 2007. – 464 С.
8. Викон Станда. 8MTF Моторизованный двухосный линейный транслятор [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://viconse.ru/catalog/>. – (дата обращения 23.04.2020).
9. Виноградов, И. М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов // М.: Наука, 1972. – 168с.
10. Волков, М. В. Восстановление линий экстремумов сложных картин интерференционных полос // Научно-технический вестник университета ИТМО. – 2002. – С. 166-176.

11. Голографические измерительные системы. Вып. 1 / Под ред. А.Г. Козачка. – Новосибирск: НЭТИ, 1976. – 160 с.
12. Голуб, Дж. Матричные вычисления / Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун // Москва: Мир, 1999. – 548 С.
13. Гришанов, А. Н. Особенности автоматизированной цифровой обработки и регистрации голографических интерферограмм / А. Н. Гришанов, С. Т. Де, Е. Н. Денежкин, В. А. Хандогин // Автометрия, – 1986. – № 5. – С. 37–46.
14. Грузман, И.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учеб. пособие / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, [и др.]. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 352 с.
15. Гужов, В. И. Восстановление изображений из цифровых голограмм, полученных при задании случайных фазовых сдвигов / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Г. А. Поздняков, Д. С. Хайдуков // Автометрия. – 2019. – № 6. - С. 126-135.
16. Гужов, В. И. Компьютерная интерферометрия : учеб. пособие / В. И. Гужов, С. П. Ильиных. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2004. – 252 с.
17. Гужов, В. И. Обобщенный алгоритм расшифровки интерферограмм с пошаговым сдвигом / В.И. Гужов, С.П. Ильиных // Автометрия. - 2002. - № 3. - С. 123–126.
Переводная версия:
Guzhov, V. I. A generalized decoding algorithm for interferograms using phase stepping / V. I. Guzhov, S. P. Il'inykh // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2002. – № 3. – P. 103-106.
18. Гужов, В. И. Определение интенсивности опорного и объектного пучков при использовании метода пошагового фазового сдвига = Determination of the Intensity of the Reference and Object Beams when Using the Phase-Shift Interferometry / В.И. Гужов, С.П. Ильиных //

Автоматика и программная инженерия = Automatics & Software Enginery. - 2017. – № 4 (22) . – С. 68–73.

19. Гужов, В. И. Определение полей деформаций диффузных объектов методом голографической интерферометрии с пошаговым фазовым сдвигом / В. И. Гужов, Е. Н. Денежкин, С. П. Ильиных, [и др.] // Автометрия. – 2020. – Т. 56. – № 6. – С. 61–67. – DOI: 10.15372/AUT20200607.

Переводная версия:

Determination of deformation fields of diffuse objects by phase-shifting digital holographic interferometry / V. I. Guzhov, E.N. Denezhkin, S.P. Ilinykh [at. al.] // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2020. – № 6 (56) . – P. 608-612. – DOI: 10.3103/S8756699020060084.

20. Гужов, В. И. Проекционный метод измерения рельефа объекта / В.И. Гужов, С.П. Ильиных, А.И. Уберт // Научн. Вест. НГТУ. – 2012. – №1(46) – С. 23–28.
21. Гужов, В. И. Спектральный анализ формул расшифровки методом пошагового фазового сдвига = Bilinear Approximation to Increase the Size of a Numerical Sequence in Projection Methods / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Г. А. Поздняков // Автоматика и программная инженерия = Automatics & Software Enginery 2019. – № 4 (30). – С. 51–56.
22. Гужов, В.И. Быстрый алгоритм синтеза высокоразрешающих растров в цифровой голографии = A quick algorithm of high-resolution rasters in thesis for digital holography / В.И. Гужов, С.П. Ильиных, Д. С. Хайдуков, И. О. Марченко // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2017. – № 2. – С. 83–93.
23. Гужов, В.И. Восстановление фазовой информации на основе методов пошагового фазового сдвига при малых углах между

интерферирующими пучками / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, С. В. Хайбуллин // Автометрия. – 2017. – № 3 (53). – С. 101-106.

24. Гужов, В.И. Использование свойств целых чисел для расшифровки интерферограмм / В. И. Гужов, Ю. Н. Солодкин // Оптика и спектроскопия. – 1988. – №5 (65). – С. 1123-1128.

25. Де, С. Т. Количественная расшифровка интерферограмм на основе фазовых псевдосдвигов. Ч II. Реализация алгоритмов / С. Т. Де, С. П. Ильиных, В. А. Хандогин // Автометрия. – 1989. – № 1. – С. 11-19.

Переводная версия:

De, S. T. Quantitative interpretation of interferograms on basis of phase pseudoshifts. II. Implementation of algorithms / S.P. Ilinykh, S.T. De, V.A. Khandogin // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 1989. – №1. – P. 11–19.

26. Денежкин, Е. Н. Голографический неразрушающий контроль композитных цилиндрических оболочек / Е. Н. Денежкин, С.П. Ильиных, В. А. Хандогин // Оптика и Спектроскопия, 1989. – № 3 (66). – С. 642–647.

Переводная версия:

Denezhkin, E. N. Holographic nondestructive quality control of composite cylindrical shells / Denezhkin, E.N., I'inykh, S.P., V.A.Khandogin // 1989. – The Soviet journal of nondestructive testing. – 3(66). – P642-647.

27. Денежкин, Е. Н. Количественная расшифровка интерферограмм на основе фазовых псевдосдвигов. Ч III. Родственные алгоритмы / Е. Н. Денежкин, С.П. Ильиных, В.А. Хандогин // Автометрия. – 1989. – № 2. – С. 51–56.

Переводная версия:

Denezhkin, E. N. Quantitative decoding of interferograms on basis of phase pseudoshifts. III. Related algorithms / E. N. Denezhkin, S.P. Ilinykh,

- V. A Khandogin // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 1989. – № 2. – P 52–57.
28. Ильиных С.П. Алгоритмы анализа и расшифровки интерферограмм методом пошагового фазового сдвига / С.П. Ильиных // *Модельное исследование методов, алгоритмов и средств индуктивного анализа данных в приоритетных отраслях. (Аспирантура, Бакалавриат, Магистратура) : Учебное пособие*. – Москва: Русайнс, 2019. – 252 с.
29. Ильиных, С. П. Траекторный анализ интерферограмм в методе фазовых шагов. Новые возможности // *Автоматика и программная инженерия*. – 2012. – № 2(2) – С. 9-22.
30. Ильиных, С. П. Измерение волновых фронтов в интерферометрах сдвига / С. П. Ильиных, В. И. Гужов, Е. М. Мишина // *Автометрия*. – 2003. – № 2 (3). – С 36-42.
- Переводная версия:
 P'inykh, S.P. Wavefront measurement in shifting interferometers / S.P. Pinykh, V.I. Guzhov, E. M. Mishina // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2003. – Iss. 2 (3). – P. 32–37.
31. Ильиных, С.П. Псевродинамический анализ интерферограмм / С. П. Ильиных // *Науч. Вест. НГТУ*. – 2000. – №2. – 100-102.
32. Интерференционная микроскопия субнанометрового разрешения по глубине. Численное моделирование / В. Л. Минаев, Г. Н. Вишняков, Г. Г. Левин, И. Ю. Цельмина // *Оптика и спектроскопия*. – 2013. – № 6 (116). – С. 1039. – DOI : 10.7868/S0030403413120222.
33. Карпюк, Б. В. Анализ погрешностей измерения фазы интерферометров с управляемым фазовым сдвигом / Б. В. Карпюк, Ю. Н. Солодкин // *Автометрия*. – 1992. – №6. – С.16–21.
34. Квазигетеродинный метод интерференционных измерений / С.П. Ильиных, В.И. Гужов, И.А. Сажин, [и др.] // *Автометрия*. – 2015. – № 3 (51). – С. 80–87. Переводная версия: Quasiheterodyne method of

- interference measurements V.I. Guzhov, / S.P. Pinykh, I.A. Sazhin [et. al.] // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2015. – 51 (3). – P. 280-286.
35. Количественная расшифровка интерферограмм на основе фазовых псевдосдвигов. Ч I. Анализ и алгоритмы / А. Н. Гришанов, С. Т. Де, С. П. Ильиных, В. А. Хандогин // *Автометрия*. – 1989. – № 1. – С. 3-10.
Переводная версия:
Quantitative interpretation of interferograms on basis of phase pseudoshifts. I. Analysis and algorithms / A.N. Grishanov, S.T. De, S.P. P'inykh, V.A. Khandogin // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 1989. – № 1. – P. – 1-8.
36. Контроллеры шагового двигателя OSM-42RA. [Электронный ресурс]. – URL:http://onitex.ru/files/Documentation/OSM/datasheet_OSM17R_OSM42R.pdf. – Версия 25-0413. СПб. – 2013. – 44 с. – (режим доступа: 29.04.2020).
37. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн. – 4-е изд. – Москва : Наука, 1977. — 830 с.
38. Коррекция систематических погрешностей при определении полной фазы в целочисленной интерферометрии / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Е. В. Картавых // *Автометрия*. – 2008 - № 6 (44). – С 56-60. Переводная версия:
Eliminating phase-shift errors in interferometry / V.I. Guzhov, S.P. Pinykh, D.S. Naydukov, A.R. Vagizov // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2011. – № 1 (47). – P. 76–80.
39. Крупенин, В.Л. Лазер, как важнейший инструмент бесконтактных измерений / В. Л. Крупенин // *Современные наукоемкие технологии*. – 2008. – № 9. – С. 41 - 42.
40. Лурье, А.И. Аналитическая механика / А.И. Лурье // Москва: ГИФМЛ, 1961. – 824 с.

41. Метод бесконтактного измерения деформаций больших объектов на основе структурированного освещения / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Е. Е. Трубилина, Д. С. Хайдуков // Автометрия. - 2020. - Т. 56, № 4. - С. 81-88. - DOI: 10.15372/AUT20200409.

Переводная версия:

Method of contactless measurement of large object deformations based on structured illumination / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh, E. E. Trubilina, D. S. Khaidukov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. - 2020. - Vol. 56, iss. 4. - P. 386-392. - DOI: 10.3103/S875669902004007X.

42. Новый метод анализа интерферограмм с произвольно заданными пошаговыми фазовыми сдвигами / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, // Автометрия. - 2002. - № 2. - С. 72-79.
43. Новый метод калибровки фазовых сдвигов / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Д. С. Хайдуков, Р. А. Кузнецов // Науч. Вест. Новосибирского государственного технического университета. – 2013. – № 1. – С. 185-189.
44. Оптический производственный контроль / Под ред. Д. Малакары. . – Москва: Машиностроение, 1985. – 400 С.
45. Патент № 181750 Российская Федерация, МПК G01 В9/021 Цифровое голографическое устройство / В. И. Гужов, С. П. Ильиных : заявитель и правообладатель № 2018100280 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» : заявл. 09.01.2018 : опубл. 26.07.2018. – 8 с.
46. Решение проблемы фазовой неоднозначности методом целочисленной интерферометрии / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, А. Р. Вагизов, Р. А. Кузнецов // Автометрия. – 2013. – Т. 49. – № 2. – С. 85–91.

Переводная версия:

Solution of the problem of phase ambiguity by integer interferometry / V. I. Guzhov, S. P. Il'nykh, R. A. Kuznetsov, A. R. Vagizov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2013. – № 2 (49). – P. 178-183.

47. Робастный алгоритм расшифровки интерферограмм / С. П. Ильиных, В. И. Гужов, Н. Е. Кафидова, Д. Д. Бочаров // Автометрия. – 2005. – № 3 (41). – С. 122–125.

Переводная версия:

Robust interferogram decoding algorithm / V. I. Guzhov, S. P. Il'nykh, N. E. Kafidova, D. D. Bocharov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2005, № 3. – P. 103–106.

48. Сарнадский, В. Н. Компьютерная оптическая топография. Исследование повторяемости результатов при обследовании модели туловища человека / В. Н. Сарнадский // Медицинская техника. – 2007. – № 4. С. 17-23.
49. Сарнадский, В. Н. Система цифрового анализа полей неоднородных деформаций на основе накладных голографических интерферометров. // Автометрия. – 1986. – № 5. – С. 46-54.
50. Сверхразрешение в цифровой голографии [Электронный ресурс] / В. И. Гужов, И. О. Марченко, Г. А. Поздняков, С. П. Ильиных // Инженерный вестник Дона : электрон. науч. журнал. – 2018. – № 3. – С. 1-16.
51. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 20251661754 Российская Федерация. Расчет голографической интерферометрии с помощью GPU / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Е. Е. Трубилина ; заявитель и правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный тех-нический университет». – № 20251661754 ; заявл. 15.07.2021 ; опубл 15.07.2021. – 1 с.

52. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 20251661752 Российская Федерация. Расшифровка интерференционных картин со случайным фазовым сдвигом с помощью GPU / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Е. Е. Трубилина ; заявитель и правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет». – № 20251661752 ; заявл. 15.07.2021 ; опубл 15.07.2021. – 1 с.
53. Солимено, С. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения : Пер. с англ. / С. Солимено, Б. Крозиньяни, Порто П. Ди. – Москва : Мир, 1989. – 664 с. – ISBN 5–03–001021–1.
54. Топоногов, В.А. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей / В. А. Топоногов // СПб. : Физматкнига, 2012. – 193 С. – ISBN 978–5–89155–213–5.
55. Уменьшение погрешности определения фазовых разностей при анализе интерферограмм методом пошагового фазового сдвига / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Р. А. Кузнецов, Д. С. Хайдуков // Автоматика и программная инженерия. – 2013. – № 2 (2). – С. 47–54.
56. Уоррен, Дж. Смит Современная оптическая инженерия / Дж. Смит Уоррен. – 3-е изд. – Нью-Йорк: McGraw-Hill, Inc., 2000. – 639 с. – ISBN 0-07-136360-2.
57. Устранение ошибок фазовых сдвигов в интерферометрии / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Д. А. Хайдуков, А. Р. Вагизов // Автометрия. – 2011. – № 1 (47). – С. 96-101.
- Переводная версия:
Eliminating phase-shift errors in interferometry / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh, D. S. Haydukov, A. R. Vagizov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2011. – №1 (74). – P. 76–80.

58. Франсон, М. Оптика спеклов / М. Франсон. – Москва : Мир, 1980. – 109с.
59. Хандогин, В. А. Программно-алгоритмический комплекс для расшифровки интерферограмм / В. А. Хандогин С. П. Ильиных, С. Т. Де // Дефектоскопия. – 1989. – № 3. – С. 58–63.
60. Цифровая голографическая интерферометрия реального времени для экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния динамических объектов / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Р. А. Кузнецов, Е. С. Кабак // Омский научный вестник. – 2015. – № 1 (137). – С. 158-162.
61. Цифровая голографическая система реального времени = Digital holographic real-time system / В. И. Гужов, С. П. Ильиных, Д. С. Хайдуков, Е. С. Кабак // Сборник научных трудов Новосибирского государственного технического университета. – 2014. – № 4 (78). – С. 97-112.
62. A new approach to improving the quality of measurements in multi-wave interference systems / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh, E. S. Kabak, P. S. Rizov // International Siberian conference on control and communication (SIBCON–2015) : proc., Omsk, 21–23 May, 2015. – Omsk : IEEE, 2015. – Art. 7147033. – ISBN 978–1–4799–102-2.
63. Abdelsalam, D. G. Surface form measurement using single shot off-axis Fizeau interferometry / D.G.Abdelsalam, B.J. Baek, Y.J. Cho // J. Opt. Soc. Korea. – 2010. – № 4 (14). – P. 409–414.
64. Abid, Z.A. Fringe pattern analysis using Wavelet Transforms : Ph. D. Thesis. – Liverpool, 2008.
65. Abutaleb, A.S. Number Theory and Boots trapping for Phase Unwrapping / A.S. Abutaleb // IEEE Transactions On Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, 2002. – № 5 (49). – P. 315–325.

66. Advances in speckle metrology and related techniques / ed. by G. H. Kaufmann. – Weinheim: Wiley-VCH, 2011. – P. 301-309. – ISBN 978-3-527-40957-0.
67. Ahmad, F.H. Interferometric phase estimation through a feedback loop technique / F.H. Ahmad, V.F. Lozovskiy, R.M. Castellane // Optics Communications. – 2005. – Vol. 21. – P. 51–58.
68. Barducci, A. Analysis and Rejection of Systematic Disturbances in Hyperspectral Remotely Sensed Images of the Earth / A. Barducci, I. Pippi // Appl. Opt. – 2001. – Vol. 40. – P. 1464-1477.
69. Broistedt, H. Random-phase-shift Fizeau interferometer / H. Broistedt, N. R. Doloca, S. Strube, R. Tutsch // Applied Optics. – 20 December 2011. – Vol. 50. – Iss. 36. – P. 6564–6575.
70. Brophy, C. P. Effect of intensity error correlation on the computed phase of phase-shifting interferometry / C.P. Brophy // J. Opt. Soc. Am. A. – 1990. – Vol. 7. – P. 537–541.
71. Bruning, J. H. Fringe Scanning Interferometers / J. H. Bruning // Optical Shop Testing / Eds. D. Malacara. – New York : Wiley. – P. 409-446.
72. Carré, P. Installation et utilisation du comparateur photo électrique et interférentiel du Bureau International des Poids et Mesures / P. Carré // Metrologia. – 1966. – Vol. 2. – P. 13–23.
73. Charette, P.G. Robust phase-unwrapping method for phase images with high noise content / P.G. Charette, I.W. Hunter // Appl. Opt. – 1996. – Vol. 35, Iss. 19. – P. 3506–3513.
74. Chen, C.W. Two-dimensional phase unwrapping with use of statistical models for cost functions in nonlinear optimization / C.W. Chen, H. A. Zebker // J. Opt. Soc. Am. A, 2001. – Vol. 18, Iss. 2. – P. 338-351.
75. Chen, M Algorithm immune to tilt phase-shifting error for phase shifting interferometers / M. Chen, H. Guo, C. Wei // Applied Optics. – 2000. – Vol.39, Iss. 22. – P. 3894-3898.

76. Chen, X. Phase-shifting interferometry with uncalibrated phase shifts / X. Chen, M. Gramaglia, J.A. Yeazell // *Appl. Opt.* 2000. – Vol. 39. – Iss. 4. – P. 585–591.
77. Chyou, J.-J. Two-dimensional phase unwrapping with a multichannel least-mean-square algorithm / J.-J. Chyou, S.-J. Chen and Y.-K. Chen // *Appl. Opt.*, 200443. – Vol. 30. – P. 5655–5661.
78. Claus, D. High resolution digital holographic synthetic aperture applied to deformation measurement and extended depth of field method / D. Claus // *Appl. Opt.*, 2010. – Vol. 49, Iss. 16. – P. 3187–3198.
79. Collett, M. J. Ellipse fitting for interferometry. Part 1: static methods / M. J. Collett, G. J. Tee // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2014. – Vol. 31. – P. 2573–2583.
80. Collett, M. J. Ellipse fitting for interferometry. Part 3: dynamic method / M. J. Collett, L. R. Watkins // *J. Opt. Soc. Am. A*, 2015. – Vol. 32. – P. 491–496.
81. Confocal simultaneous phase-shifting interferometry / C. Zhao, J. Tan, T. Liu, [et. al.] // *Applied Optics*, 2011. – Vol. 50, Iss. 5. – P. 655–661.
82. Coordinate-transform technique for closed-fringe analysis by the Fourier-transform method / Z. Ge, F. Kobayashi, S. Matsuda, M. Takeda // *Appl. Opt.* – 2001. – Vol.40, Iss. 10. – P. 1649-1657.
83. Creath, K. Phase-measurement interferometry techniques / K. Creath // *Progress in Optics.* – 1989. – E. Wolf, ed. Amsterdam: Elsevier. – Vol. 26. – P. 349–393.
84. Creath, K. Phase-Measurement Interferometry Techniques // *Progress in Optics.* Vol. XXVI, Ed. E. Wolf, Elsevier Science Publishers, Amsterdam. – 1988. – pp, 349-393.
85. Crespo, D. Design of asynchronous phase detection algorithms optimized for wide frequency response / D. Crespo, J. A. Quiroga, J. A. Gomez-Pedrero // *Appl. Opt.* – 2006. – Vol. 45. – 4037-4045.

86. Cuevas, F.J. A parametric method applied to phase recovery from a fringe pattern based on a genetic algorithm / F. J. Cuevas, J. H. Sossa-Azuela, M. Servin // *Optics Communications*. – 2002. – Vol. 203, Iss. 36. – P. 213–223.
87. Cuevas, F.J. Window fringe pattern demodulation by multi-functional fitting using a genetic algorithm / F. J. Cuevas, F. Mendoza, M. Servin, J. H. Sossa-Azuela // *Optics Communications*. – 2006. – Vol. 261, Iss. 2. – P. 231–239.
88. de Groot, P. 101-frame algorithm for phase shifting interferometry / P. de Groot // *Optical inspection and micro measurements II*. – 1997. – P. 283–292.
89. de Groot, P. Long-Wavelength Laser Diode Interferometer for Surface Flatness Measurements / P. de Groot // *Proc. SPIE 2248*. – 1994. – P. 136–140.
90. de Groot, P. New algorithms and error analysis for sinusoidal phase shifting interferometry / P. de Groot // *Appl. Opt.* – 2009. – Vol. 48. – P. 6788-6796.
91. de Groot, P. Phase Shifting Interferometry / P. de Groot // Leach, R. *Optical Measurement of Surface Topography* / R. Leach. – Berlin : Springer. – 2011. – ISBN : 978-3-642-12011-4.
92. de Groot, P. Phase-shift calibration errors in interferometers with spherical Fizeau cavities / P. de Groot // *Applied Optics*. –1994. – V.34. – Iss.16. – P. 2856-2863.
93. de Groot, P. Vibration in phase-shifting interferometry / P. de Groot // *Opt. Soc. Am.* – 1995. – Vol. 12. – Iss. 2. – P. 354 – 365.
94. de Nicola, S. Fringe analysis for moiré interferometry by modification of the local intensity histogram and use of a two-dimensional Fourier transform method / S. de Nicola, P. Ferraro, I. Gurov, [et. al.] // *Meas. Sci. Technol.*, 2000. – Vol. 11, № 9. – P.1328–1334.
95. Deck, L. L. Model-based phase shifting interferometry / L. L. Deck // *Applied Optics*. – 20 July 2014. – Vol. 53Iss. 21. – P. 4628–4636.

96. Decoding algorithm for interference patterns in phase shifting interferometry without a priori shift knowledge / V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, D.S. Haydukov R.A. Kuznetsov // Proceedings of IFOST 2012. The 7th International Forum on Strategic Technology IFOST-2012 (17-21 Sep., Tomsk) Polytechnic University. – Vol. I, 2012. – P. 674–676.
97. Demodulation of a single closed-fringe interferogram with symmetric wavefront and tilt / J. Muñoz-Maciel, V.M. Mora-Gonzalez, M. Casillas-Rodriguez, [et. al.] // Opt. Comm. – 2019. – Vol. 436. – P. 168–173.
98. Demodulation of a single-image interferogram using a Zernike-polynomial-based phase-fitting technique with a differential evolution algorithm / Tian Chao, Yang Yongying, Wei Tao [et. all.] // Opt. Lett. – 2011. № 36. – P. 2318-2320.
99. Denoising phase unwrapping algorithm for precise phase shifting interferometr / P.H. Phan, N.T. Manh, H.G. Rhee, [et al.] // Journal of the Korean Physical Society, 2017. – Vol. 71. – Iss.2. – P. 82–87. doi : 10.3938/jkps.71.82.
100. Determination of complex amplitudes of the reference and subject the wave fields on interference patterns / V. I. Guzhov, S. P. Il`Inykh, V. A. Emelyanov, I. O. Marchenko // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016) : proc., Novosibirsk, 1-3 June 2016. – Novosibirsk : NSTU, 2016. – Pt. 1. – P. 531-534.
101. Determination of complex amplitudes of the reference and subject the wave fields on interference patterns / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh, V. A. Emelyanov, I. O. Marchenko // Proceedings - 2016 11th International Forum on Strategic Technology, IFOST 2016, P. 531-534.
102. Dias, J. M. B. A discrete/continuous minimization method in interferometric image processing / J. M. B. Dias, J. M. N. Leitão // Conference: Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition, Third

- International Workshop, EMMCVPR (Sophia Antipolis, France, 3-5 Sep., 2001). – Berlin : Springer-Verlag Heidelberg. – 2001. – 485 P.
103. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses / J.H. Bruning, D.R. Herriot, J.E. Gallagher [et. al.] // *Applied Optics*. – 1974. – Vol. 13. – Iss.11. – P. 2693-2703.
104. Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources / Schwider J., Burow R., Elssner K. E., [et. al.] // *Appl. Opt.*, 1983. – Vol. 22, Iss. 21. – P. 3421–3432.
105. Dobroiu, D. Tilt-compensating algorithm for phase-shift interferometry / D. Dobroiu, V. Apostol, V. Damian Nascov // *Appl. Opt.* 2002. – Vol. 41 Berlin : Springer-Verlag Heidelberg. – Iss. 13. – P. 2435–2439.
106. Eliminating the effect of non-linear distortion of profile fringes for structured illumination method / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh, V. A. Emelyanov, I. O. Marchenko // *Proceedings - 2016 11th International Forum on Strategic Technology, IFOST 2016*, P. 531-534.
107. Estrada, J.C. Path independent demodulation method for single image interferograms with closed fringes within the function space C^2 / J. C. Estrada, M. Servin // *Optics express*. – 2006. – Vol. 14, Iss. 21. – P. 9687-9698.
108. Experimental checking the method of the expansion of the dynamic range interference systems / Gushov, V.I., Ilinykh, S.P., Denegkin, [et. al.] // *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* 6262, 2006.
109. Farrell, C. T. Phase-step insensitive algorithms for phase-shifting interferometry / C. T. Farrell, M. A. Player // *Meas. Sci. Techol.* – 1994. – № 5. – P. 648–652.
110. Fengwei, L. Generalized phase shifting interferometry based on Lissajous calibration technology / L. Fengwei, W. Yongqian, W. Fan, S. Weihong //

- Optics and Lasers in Engineering. – 2016. – Vol. 83. – P. 106-115. – DOI : 10.1016/j.optlaseng.2016.03.003.
111. Fornaro, G. Global and local phase-unwrapping techniques: a comparison / G. Fornaro, G. Franceschetti R., Lanari, [et. al.] // J. Opt. Soc. Am. A. – 1997. – Vol. 14. – Iss. 10. – P. 2702–2708.
112. Frank, M. Theoretical and Experimental Error Analysis of Continuous-Wave Time-Of-Flight Range Cameras / M. Frank, M. Plaue, H. Rapp // Optical Engineering. – 2009. – Vol. 48. – Iss. 1. – 3602-3627. DOI : 10.1117/1.3070634.
113. Freischlad, K. Fourier description of digital phase-measuring interferometry / K. Freischlad, C. L. Koliopoulos // J. Opt. Soc. Am. A. – 1990. – Vol. 7. – Iss. 4. – P. 542–551.
114. Funnell, W.R.J. Image processing applied to the interactive analysis of interferometric fringes // Appl. Opt. – 1981. – 24. – № 18. – P. 3245–3249.
115. Gao, Y. Noise immune unwrapping based on phase statistics and selfcalibration / Y. Gao, X. Liu // Optics and Lasers in Engineering. – 2002. – Vol. 38. – P. 439–459.
116. Gary, A. Digital extraction of interference fringe contours / A. Garry, C. Dennis // Appl. Opt. – 1985. – № 12 (24). – P. 1727–1728. doi : 10.1364/AO.24.001727.
117. Generalized phase-shifting algorithm for inhomogeneous phase shift and spatio-temporal fringe visibility variation / R. Juarez-Salazar, C. Robledo-Sanchez, F. Guerrero-Sanchez, [et. al.] // Optics Express. – 2014. – Vol. 22. – Iss. 4. – P. 4738-4750.
118. Ghiglia, D. C. Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software / D. C. Ghiglia, M. D. Pritt // Wiley Interscience : John Wiley & Sons, Inc. – 1998. – 493 P.

119. Gómez-Pedrero, J.A. Adaptive asynchronous algorithm for fringe pattern demodulation / J. A. Gómez-Pedrero, J. A. Quiroga, M. Servín // *Appl. Opt.* – 2008. – Vol. 47. – P. 3954–3961.
120. Gregorčič, P. Quadrature phase-shift error analysis using a homodyne laser interferometer / P. Gregorčič, T. Požar, J. Mozina // *Optics express.* – 2009. – Vol. 17. – P. 16322-16331.
121. Greivenkamp J.E. Shifting Interferometers / J.E. Greivenkamp, J.H. Bruning // *Optical Shop Testing*, Ed. D. Malacara, Wiley, New York, 1992, pp, 501–598.
122. Guan, C. Composite structured light pattern for three-dimensional video / C. Guan, L. Hassebrook, D. Lau // *Opt. Express.* – 2003. – Vol. 11. – P. 406-417.
123. Guo, H. Phase shift estimation from variances of fringe pattern differences / H. Guo, Z. Zhang // *Applied Optics.* – 2013. – Vol. 52. – Iss. 26. – P. 6572-6578.
124. Guotian, H. Accuracy and error analysis of real-time surface profile measurement with sinusoidal phase modulation interferometer / H. Guotian, H. R. Jiang, R. Liao // *Proc. SPIE 7283, 4th International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies: Optical Test and Measurement Technology and Equipment*, 2009. doi : 10.1117/12.828674.
125. Gurov, I. Fringe phase recovery by adaptive regularized phase tracking technique / I. Gurov, V. Lesin, M. Volkov // *5th Topical Meeting on Optoelectronic Distance/Displacement Measurements and Applications : Proc. ODIMAP V (Universidad Carlos III, Madrid, Spain, 2-4 October 2006).* – P. 327-332.
126. Guzhov, V. I. Decrease in the error at elimination of phase ambiguity by method of equivalent wavelength / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh,

- G. A. Pozdnyakov // Proceedings XIV International scientific technical conference. In 8 Volumes. – 2018. – Vol. 1. – Iss. 2. – P. 57-60.
127. Guzhov, V. I. Expansion of dynamic range in phase-shifting interferometry / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh, I. O. Marchenko // Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2018). – 2018. – Vol. 1. – Iss. 2. – P. 53-56. - ISBN (NSTU) 978–5–7782-3614–1.
128. Guzhov, V. I. Generic algorithm of phase reconstruction in phase-shifting interferometry / S. P. Ilinykh, V. I. Guzhov, R. A. Kuznetsov, D. S. Haydukov // Optical Engineering. – 2013. – Vol. 52, Iss. 3. – Art. 030501(3 p.).
129. Guzhov, V. I. Image reconstruction from digital holograms obtained by specifying random phase shifts / V. I. Guzhov, S. P. Il'Inykh, G. A. Pozdnyakov, D. S. Khaidukov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2019. – Vol. 55. – Iss. 6. – P. 638-646.
130. Guzhov, V. I. Measuring system for real-time holographic interferometry with an extended measurement range / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh, G. A. Pozdnyakov // 14 International forum on strategic technology (IFOST 2019) : (Tomsk, 14–17 Oct. 2019) Tomsk : TPU Publ. House, 2019. – P. 375–378. Interferometry. Research and Applications in Science and Technology // New Jersey Institute of Technology; [Ed. I. Padron]. New Jersey : InTech. – 2012. – 474 p. ISBN 978–953–51-0403–2.
131. Guzhov, V. I. Step-by-step method with phase shift is-use changes in the intensity of interfering beams / В. И. Гужов, С. П. Ильиных // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016) : тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 3–6 окт. 2016 г. : в 12 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 3, ч. 2. – 2016. – С. 77–79.
132. Guzhov, V. I. The recovery of the phase information from the digital holograms with small angles of interference / V. I. Guzhov, S. P. Ilinykh //

- Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016) 13th International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE 2016 – Proceedings 1. – P. 274-276.
133. Harasaki, A. Improved vertical-scanning interferometry / A. Harasaki, J. Schmit, J.C. Wyant // *Applied Optics*. – 2000. – Vol. 39, Iss. 13. – P. 2107–2115.
134. Hariharan, P. Digital phase-measurement system for real-time holographic interferometry / P. Hariharan, B.F. Oreb, N. Brown // *Optics Communication*. – 1982. – V.41, Iss.6. – P. 393-396.
135. Hariharan, P. Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm / P. Hariharan, B.F. Oreb, T. Eiju // *Applied Optics*. – 1987. – Vol. 26, Iss. 13. – P. 2504-2506.
136. Hariharan, P. Phase-Stepping Interferometry: Effects of Multiple Reflected Beams / P. Hariharan // *Appl. Opt.* – 1987. – Vol. 26. – P. 2506-2507.
137. Hayes, J. Dynamic interferometry handles vibrations / J. Hayes // *Proceeding of Laser Focus World*. – 2002. – P. 109-113.
138. Hebing, L. Accurate phase extraction algorithm based on Gram–Schmidt orthonormalization and least square ellipse fitting method / L. Hebing, Y. Yong, L. Haopeng // *Journal of Modern Optics*. – 2018. – Vol. 65. – Iss. 10. – P. 1199-1209. doi : 10.1080/09500340.2018.1429681.
139. Hernandez, G. Application of the carré algorithm and high speed interferometer technique for fast surface profile measurement / G. Hernandez, D. Perez-Lopez, C. F. Mendoza-Santoyo // *J. of Opt. and Adv. Mat.* – 2014. – P. 185–191.
140. Hibino, K. Phase shifting for nonsinusoidal waveforms with phase-shift errors / K. Hibino, B. F. Oreb, D. I. Farrant, K. G. Larkin // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1995. – Vol. 12. – P. 761-768.

141. Holz, D. Probabilistic phase unwrapping for time-of-flight cameras / D. Droschel, S. Behnke // Proceedings of Joint 41th International Symposium on Robotics and 6th German Conference on Robotics. June 2010, Munich. – P. 318-324.
142. Hong, S. Resolution enhancement of incoherent digital holography using the super resolution image reconstruction technique / S. Hong, K. Myung // Digital Holography and 3D Imaging Technical Digest, OSA, 2013. doi : 10.2013.1364/DH.2013DTh1A.3
143. Ichioka, Y. M. Direct phase detecting system / Y. Ichioka, M. Inuiya // Appl. Opt. – 1972. – Vol. 11, Iss. 7. – P. 1507-1514.
144. Improving the resolution in phase-shifting Gabor holography by CCD shift / L. Granero, V. Micó; Z. Zalevsky, J. García, B. Javidi // Proc. SPIE 9525, Optical Measurement Systems for Industrial Inspection IX, 95253U (Munich, 22–25 June 2015) . –.1038 P.
145. Increasing of Accuracy of Definition of Coordinates in Robotic Vision / S. P. Ilinykh, V. I. Guzhov, R. A. Kuznetsov, A. R. Vagizov // PROCEEDINGS RFBR and DST Sponsored / "The 2-nd Russian-Indian Joint Workshop on Computational Intelligence and Modern Heuristics in Automation and Robotics"/ 10 - 13 September, 2011, pp. 184-187.
146. Kalman, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems / R. E. Kalman // Journal of Basic Engineering. – 1960. – Vol.82, Iss. 1. – P. 35–45.
147. Kemao, Q. Determination of the best phase step of the Carré algorithm in phase shifting interferometry / Q. Kemao, S. Fangjun, W. Xiaoping // Meas. Sci. Technol. – 2000. – Vol. 11. – P. 1220-1223.
148. Kemao, Q. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis / Q. Kemao // Appl. Opt. – 2004. – Vol. 43. – P. 2695-2702.

149. Kenneth, A. Fourier-transform method of phase-shift determination / A. Kenneth, A. Goldberg and B. Jeffrey // *Applied Optics*. – 2001. – Vol. 40. – Iss. 17. doi : 10.1364/AO.40.002886.
150. Kimbrough, B. Dynamic surface roughness profiler / B. Kimbrough, N. Brock, J. Millerd // *SPIE 8126*. – 2012. doi : 10.1117/12.956503.
151. Klette, R. *Computer Vision: Three-Dimensional Data from Images*, Ch. 9. Structured Lighting / R. Klette, K. Schlüns, A. Koschan // Springer-Verlag : Singapore Pte. Ltd. – 1998. – P. 347–376.
152. Kong, I.-B. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting / I.-B. Kong, S.-W. Kim // *Opt. Eng.* – 1995. – Vol. 34. – P. 183–187.
153. Kreis, T. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier transform method // *J. Opt. Soc. Am. A*. – Vol. 3. – Iss.6. – 1986. – P. 847-855.
154. Kujawinska, M. High accuracy Fourier transform fringe pattern analysis / M. Kujawinska, J. Wóciak // *Optics and Lasers in Engineering*. – Vol. 14. – 1991. – P. 325-339.
155. Kumar, V. Analysis of Noise in Phase Stepping Interferometry / V. Kumar, A. Shankar, K. Sindhu // *International Journal of Engineering Research in Computer Science and Engineering*. – 2018. – Vol. 5. – P. 2394-2320.
156. Lai, G. Generalized phase-shifting interferometry / G. Lai, T. Yatagai // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1991. – Vol. 8. – P. 822-827.
157. Langoju, R. Statistical study of generalized nonlinear phase step estimation methods in phase-shifting interferometry / R. Langoju, A. Patil, P. Rastogi // *Appl. Opt.* – 2007. – Vol. 46. – P. 8007-8014.
158. Larkin, K. G. A self-calibrating phase-shifting algorithm based on the natural demodulation of two-dimensional fringe patterns / K. G. Larkin // *Opt. Express*. – 2001. – №5 (9). – P236-253.

159. Larkin, K. G. Design, Assessment of Symmetrical Phase-Shifting Algorithms / K. G. Larkin, B. F. Oreb // *J. Opt. Soc. Am.A.* – 1992. – Vol. 9. – P. 1740-1748.
160. Larkin, K. G. Natural demodulation of two-dimensional fringe patterns. I. General background of the spiral phase quadrature transform / K. G Larkin, D. J. Bone, M. A. Oldfield // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2001. – Vol. 18. – P. 1862-1870.
161. Larkin, K. G. Propagation of errors in different phase-shifting algorithms: a special property of the arctangent function / K. G. Larkin, B. F Oreb // presented at the SPIE International Symposium on Optical Applied Science and Engineering, San Diego, California, SPIE, 1755. –1992. – 219-227.
162. Leite, E. Photopolymerizable nanocomposites for holographic recording and sensor application / E. Leite, I. Naydenova, S. Mintova // *Appl. Opt.*, 2010. – Vol. 49. – P. 3652–3660.
163. Li, A. A fast implementation of the minimum spanning tree method for phase unwrapping/ A. Li // *IEEE Transactions On Medical Imaging*, 2000. – Vol. 19. – Iss. 8. – P. 805–808.
164. Lin, Q. Comparison of elevation derived from INSAR data with DEM over large relief terrain / Q. Lin, F. Vesecky, H.A. Zebker // *Int. J. Remote Sensing.* – 1994. – Vol. 15. – PP. 1775-1990.
165. Liu, F Correction of phase extraction error in phase-shifting interferometry based on Lissajous figure and ellipse fitting technology / F Liu, Y. Wu, F. Wu // *Opt. Express.* – 2015. – Vol. 23. – P. 10794-10807.
166. Liu, J. B. Modified Fourier transform method for interferogram fringe pattern analysis / J. B. Liu, P. D. Ronney // *Appl. Opt.* – 1997. – Vol. 36. – Iss. 25. – P. 6231–6241.
167. Low coherence vibration insensitive Fizeau interferometer / B. Kimbrough, J. E. Millerd, J. C. Wyant, [et. al.] // *Proc. SPIE 6292*, 2006. – P. 62920F–1–62920F–12.

168. Low-cost, phase-shifting mechanisms for Newton-type interferometers / J. Herrera, E. Luna, L. Salas, [et. al.] // *Applied Optics*. – 2013. – Vol. 52. – Iss. 9. – P. 1913-1918.
169. Lu, Y. Dynamic measurement of displacement with phase-shifting technique / Y. Lu, A. P. Doel, D. D. Walker // *Optical Engineering*. – 2003. – Vol. 42. – Iss. 7. – P. 2006-2009.
170. Macy, W.W. Jr. Two-dimensional fringe-pattern analysis / W.W. Jr. Macy // *Appl. Opt.* – Vol. 22, Iss. 23, 1983. – P. 3898–3901.
171. Massey, W.S. Cross Products of Vectors in Higher Dimensional Euclidean Spaces / W.S. Massey // *The American Mathematical Monthly*. – 1983. – Vol. 90. – Iss. 10. – P. 697-701.
172. Mertz L. Real time fringe pattern analysis / L. Mertz // *Appl. Opt.* – 1983. – Vol. 22. – P. 1535–1539.
173. Method of an Assessment of Reliability of High-Precision Measurements / V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, D.S. Haydukov R.A. Kuznetsov // *Proceedings of APEIE 2012. 11-th International Conference on actual problem electronics instrument engineering. VOLUME I, 2012* – P. 105–106.
174. Modbus over serial line specification and implementation guide, v1.02 [Electronic resource].– Access mode: [ttp://www.modbus.org](http://www.modbus.org). – 2006. – 44 C.
175. Modern Approaches in Phase Measuring Metrology / J. Millerd, N. Brock, J. Hayes [et al.] // *Proc. SPIE*. 5856. – 2004. – P. 14–22.
176. Morgan, C. J. Least-squares estimation in phase-measurement interferometry / C .J. Morgan // *Opt. Lett.* – 1982. – Vol. 7. – Iss. 8. – P 368-370.
177. New photopolymer holographic recording material with sustainable design / M. Ortuño, E. Fernández, S. Gallego, [et. al.] // *Opt. Express*. – 2007. – Vol. 15. – Iss. 19. – P. 12425-12435. doi : 10.1364/oe.15.012425.

178. New principle of the shaping the nonlinear illumination in optical measuring systems / V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh,, A.R. Vagizov, R.A. Kuznetsov // Proceedings of IFOST-2011 Vol.2: The 6-th International Forum on Strategic Technologies, August 22-24, 2011, Harbin, China, 2011. – P. 652-654.
179. Okada, K. Simultaneous calculation of phase distribution and scanning phase shift in phase shifting interferometry / K. Okada, A. Sato, J. Tujiuchi // Optics Communications. – 1991. – Vol. 84, Iss. 3–4. – P. 118-124.
180. Onodera, R. Phase-Shift-Locked Interferometer With a Wavelength-Modulated Laser Diode / R. Onodera, Y. Ishii // Appl. Opt. – 2003. – Vol. 42. – P. 91-96.
181. Optical Shop Testing. – 3rd ed.; [ed. Malacara D.]. New York: John Wiley and Sons, 2007. –.888 P.
182. Patorski, K. Tilt-shift error detection in phase-shifting interferometry / K. Patorski, A. Styk, L. Bruno // Opt. Express. – 2006. – Vol. 14. – P. 5232-5249.
183. Phase maps retrieval from sequences of phase shifted images with unknown phase steps using generalized N-dimensional Lissajous figures—principles and applications / A. Albertazzi, A. V. Fantin, D. P. Willemann, M. E. Benedet, // Int. J. Optomechatron, 2014. – Vol. 8. – P. 340–356.
184. Phase shift extraction algorithm based on euclidean matrix norm / J. Deng, Wang H., Zhang D., [et. al.] // Opt. Lett. – V38, №9.– P. 1506–1508.
185. Phase shift extraction algorithm based on Euclidean matrix norm / J. Deng, H. Wang, D. Zhang, L.Zhong, J. Fan, X. Lu // Optics Letters. – 2013. – Vol. 38. – Iss. 9. – P. 1506-1508.
186. Phase unwrapping through demodulation by use of the regularized phase-tracking technique / M. Servin, F. J. Cuevas, D. Malacara, [et. al.] // Applied Optics. – 1999. – Vol. 38. – Iss. 10. – P. 1934–1941.

187. Phillion, D. W. General methods for generating phase-shifting interferometry algorithms / D. W. Phillion // *Appl. Opt.* – 1997. – Vol. 36, Iss. 31. – 8098-8115.
188. Pixelated phasemask dynamic interferometer / J. E. Millerd, N. J. Brock, J. B. Hayes, [et. al.] // *Proc. SPIE 5531*, 2004. – P. 304–314.
189. Practical phase unwrapping of interferometric fringes based on unscented Kalman filter technique / Z. Cheng, D. Liu, Y. Yang, [et. al.] // *Opt. Express.* – 2015. – Vol. 23. – P. 32337-32349.
190. Proakis, J. G. *Digital Signal Processing* / J.G. Proakis, D.G Manolakis // Upper Saddle River : Prentice Hall 2007. – 579 p.
191. Quadratic regularization functionals for phase unwrapping / J. L. Marroquin, P.G. Charette, I. W. Hunter, [et. al.] // *J. Opt. Soc. Am. A*, 1995. – Vol. 1. – P. 2393–2400.
192. Quan, C. Phase retrieval of speckle fringe pattern with carriers using 2D wavelet transform / C.Quan, W. Chen, C. J. Tay // *Opt Lasers Eng.* – 2009. – Vol. 47. – P. 1334–1339.
193. Quan, C. Phase-retrieval techniques in fringe-projection profilometry / C. Quan, W. Chen, C. J. Tay, H. Niu // *Opt. Lasers. Eng.* – Vol. 48. – P. 235–243.
194. Quiroga, J. A. Algorithm for fringe pattern normalization / J.A. Quiroga, J. A. Gómez-Pedrero, Á. García-Botella // *Optics Communications.* – 2001. – Vol. 197. – P. 43–51.
195. Quiroga, J. A. Isotropic n-dimensional fringe pattern normalization / J.A. Quiroga, M. Servin // *Optics Communications.* – 2003. – Iss. 224. – P. 221 – 227.
196. Ransom, P. L. Interferogram analysis by a modified sinusoidal fitting technique / P. L. Ransom, J. V. Kokal // *Appl. Opt.* – 1986. – Vol. 25. – P. 4199–4204.

197. Rastogi, P. K. Modification of the Carré phase -stepping method to suit four-wave holographic interferometry / P. K. Rastogi // *Opt. Eng.* – 1993. – Vol. 32. – P. 190–19.
198. Robust method analysis interferogram with distortion the profile of fringes / V. Guzhov, S. Ilinykh, E. Denegkin, D. Haydukov, E. Kabak // *Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2014) : 2014 12th International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE 2014 – Proceedings.* – P. 75-78/
199. Robust method of absolute phase mapping by projection of series sine patterns with different periods / V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, E.S. Kabak, R.A. Kuznetsov // *The 8 international forum on strategic technologies (IFOST 2013) : proc., Mongolia, Ulaanbaatar, 28 June – 1 July 2013.* – Ulaanbaatar, 2013. – Vol. 1. – P. 405–407.
200. Roddier, C. Interferogram analysis using Fourier transform techniques / C. Roddier, F. Roddier // *Appl. Opt.* – 1987. – V.26. – Iss.9. – P. 1668-1673.
201. Schmit, J. Extended averaging technique for derivation of error compensating algorithms in phase-shifting interferometry/ J. Schmit, K. Creath // *Appl. Opt.* – 1995. – Vol. 34. – P. 3610-3619.
202. Schmit, J. Window function influence on phase error in phase-shifting algorithms / J. Schmit, K. Creath // *Appl. Opt.* 1996. – Vol. 35. – Iss. 28. – P. 5642-5649.
203. Schwider, J. New Compensating Four-Phase Algorithm for Phase-Shift Interferometry / J. Schwider, O.R. Falkenstoerfer, H. Schreiber // *Opt. Eng.* – 1993. – Vol. 32, Iss. 8. – P. 1883–1885. doi : 10.1117/12.143340.
204. Schwider, J. Phase shifting interferometry: reference phase error reduction / J. Schwider // *Appl. Opt.* – 1989. – Vol. 28. – P. 3889-3892.
205. Servin, M. A novel technique for spatial phase-shifting interferometry / Servin M., Cuevas F. J. // *J. Mod. Opt.* – 1995. – Vol. 42. – P. 1853-1862.

206. Servin, M. A. Linear analysis of the 4-step Carré phase shifting algorithm: spectrum, signal-to-noise ratio, and harmonics response / M. Servin, A. Gonzalez // ArXiv. – 2012.
207. Servin, M. Demodulation of a single interferogram by use of a two-dimensional regularized phase-tracking technique / M. Servin, J. L. Marroquin, and F. J. Cuevas // Appl. Opt. – 1997. – Vol. 36. – P. 4540 – 4548.
208. Servin, M. Direct phase detection of modulated Ronchi rulings using a phase locked loop / M. Servin, D. Malacara, F. J. Cuevas // Opt. Eng1994. – Vol. 33. – P. 1193-1199.
209. Servin, M. Fringe-follower regularized phase tracker for demodulation of closed-fringe interferograms / M. Servin, J. Marroquin, F. Cuevas // J. Opt. Soc. Am. A. – 2001 Vol. 18. – Iss. 3. – P. 689–695.
210. Servin, M. General n-dimensional quadrature transform and its application to interferogram demodulation / M. Servin, J. A. Quiroga, J. L. Marroquin // J. Opt. Soc. Am. A. – 2003. – Vol. 20. – Iss. 5. – P. 925-934.
211. Servin, M. Phase-shifting interferometry corrupted by white and non-white additive noise / Servin M., J. A. Quiroga, J. C. Estrada // Opt. Express. – 2011. – Vol. 19. – P. 9529-9534.
212. Servin, M. Spectral analysis of phase shifting algorithms / M. Servin, J. C. Estrada, J. A. Quiroga // Opt. Express, 2009. – Vol. 17. – Iss. 19. – P. 16423–16428.
213. Servin, M. Two-dimensional phase locked loop demodulation of carrier frequency interferograms / M. Servin and R. Rodriguez-Vera // J. Mod. Opt. – 1993. – Vol. 40. – P. 2087-2094.
214. Sikun, L. Wavelet ridge techniques in optical fringe pattern analysis / L. Sikun, S. Xianyu, and C. Wenjing // J. Opt. Soc. Am. A. – 2010. – Vol. 27. – P. 1245-1254.

215. Singh M. Single-shot interferogram analysis for accurate reconstruction of step phase objects / M. Singh, K. Khare // J. Opt. Soc. Am. A, 2017. – Vol. 34. – P. 349–355.
216. Single-shot parallel four-step phase shifting using on-axis Fizeau interferometry / D.G. Abdelsalam, Y. Baoli, G. Peng, [et. al.] // Applied Optics. – 2012. – Vol. 51. – Iss. 20. — P. 4891 – 4895.
217. Soloviev, O.A. Methods and sensors for accurate wavefront measurements // Rotterdam : Printed by [OPTIMA] Grafische Communicatie the Netherlands.– 2006. – P. 157. ISBN: 90-8559-191-0.
218. Spatial mismatch calibration using circular carrier technique in the simultaneous phase shifting interferometry / B. Li, L. Chen, B. Zhao, [et. al.] // Applied Optics. – 2012. – Vol. 14, Iss. 8. – P. 1037–1044.
219. Steps length error detector algorithm in phase-shifting interferometry using Radon transform as a profile measurement / T. A. Ramirez-Delreal, M. Mora-Gonzalez, [et. al.] // Opt. Express. – 2017. – Vol. 25. – P. 7150-7160.
220. Styk, A. Phase shift strategies in phase shifting time averaging interferometry for harmonic motion measurements / A. Styk, H. Dziubecka // Speckle 2018 : VII International Conference on Speckle Metrology, Janow Podlaski, 10-12 Sep. 2018. doi : 10.1117/12.2319769.
221. Suematsu, M. Wavelength-shift interferometry for distance measurements using the Fourier transform technique for fringe analysis / M. Suematsu, M. Takeda // Appl. Opt. – 1991. – Vol. 30. – P. 4046-4055.
222. Super-resolution in digital holography by a two-dimensional dynamic phase grating / M. Paturzo, F. Merola, S. Grilli, [et. al.] // Optics Express. – 2008. – Vol. 16. – P. 17107-17118.
223. Suppressing ripple distortions and spurious pistons in phase-shifting interferometry Phase-measurement interferometry techniques / I. Choque, M. Padilla, M. Servin, A. Miguel, S. Ordonez // J. Opt. Soc. Am. A. – 2020. – Vol. 37. – P. 614-620.

224. Surrel, Y. Design of algorithms for phase measurements by the use of phase stepping / Y. Surrel // *Applied Optics*. – 1996. – Iss. 1. – P. 51-60.
225. Surrel, Y. Design of phase-detection algorithms insensitive to bias modulation / Y. Surrel // *Applied Optics*. – 1997. – Vol. 36. – Iss. 4. – P. 805–807.
226. Surrel, Y. Phase Stepping: A New Self-Calibrating Algorithm / Y. Surrel // *Appl. Opt.* – 1993. – Vol. 32. – P. 3598.
227. Takahashi, Y. Effect of Phase Error in Phase-Shifting Interferometer / Y. Takahashi // *Applied Mechanics and Materials*. – 2019. – Vol. 888. – P. 11-16.
228. Takeda, M. Fourier fringe analysis and its application to metrology of extreme physical phenomena: a review [Invited] / M. Takeda // *Applied Optics*. – 2013. – Vol. 52(1). – P. 20-29.
229. Takeda, M. Fourier Transform Method of Fringe Pattern Analysis for Computer-based Topography and Interferometry / M Takeda., H. Ina, S. Kobayashi // *J. Opt. Soc. Am* Vol. 72(1), 1982. – P. 156-160.
230. Ting-Chung, P. Introduction to modern digital holography : with MATLAB / P. Ting-Chung // Cambridge : Cambridge University Press. – 2014. – 474 P. ISBN: 978-110-701-670-5.
231. Tippie, A. E. High-resolution synthetic-aperture digital holography with digital phase and pupil correction / A. E. Tippie, A. Kumar, J. R. Fienup // *Optic express*. – 2011. – Vol. 19, Iss. 13. – P. 12027-12038.
232. Toledo, L. E. Optical metrology by fringe processing on independent windows using a genetic algorithm / L. E. Toledo, F. J. Cuevas // *Experimental Mechanics*. – 2008.– Vol. 48. – Iss. 4. – P. 559–569.
233. Towers, C. E. Absolute fringe order calculation using optimized multi-frequency selection in full-field profilometry / C. E. Towers, D. P. Towers, D. C. Jones // *Opt. Lasers. Eng.* – 2005. – Vol. 43. – P. 788-800.

234. Two-step phase-shift interferometry with known but arbitrary reference waves: a graphical interpretation / N. Sabitov, T. Meinecke, D. P. Kelly, [et. al.] // *Applied Optics*, 2012. – Vol. 51. – Iss. 28 – P. 6831–6838.
235. Use of Generalized N-dimensional Lissajous Figures for Phase Retrieval from Sequences of Interferometric Images with Unknown Phase Shifts / A. Armando, A. Fantin, M. Allison [et. al] // *Fringe 2013, 2014*. – Berlin : Springer-Verlag Heidelberg. – P. 191-196. – DOI : 10.1007/978-3-642-36359-7_26.
236. Using the Trajectory Analysis for Measuring Nano-Object by the Interference Phase-Shifting Systems / V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, D. S. Haydukov, M.E. Ilyin // *Proceedings of IFOST-2008: The Third International Forum on Strategic Technologies, June 23-29, 2008. Novosibirsk, 2008*. – P.193–194.
237. Vargas, J. Multiplicative phase-shifting interferometry using optical flow / J. Vargas, J.A. Quiroga, C.O.S. Sorzano, [et. al.] // *Applied Optics*. – 2012. – Vol. 51. – Iss. 24. – P. 5903-5908.
238. Wang, Y. Superfast multifrequency phase-shifting technique with optimal pulse width modulation / Y. Wang, S. Zhang // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19. – Iss. 6. – P. 5149-5155.
239. Wang, Z.-H Phase measurement at discontinuity by wavelet transform algorithm and fringe padding technique / Z.-H Wang, S. Huang // *16-th International Conference on Mechatronics Technology (ICMT-2012, Tianjin China, 16-19 October, 2012)*. – P. – 106-110.
240. Watkins, L. Ellipse fitting for interferometry. Part 2: experimental realization / L. Watkins, M. Collett // *Appl. Opt.* – 2014. – Vol. 53. – P. 7697-7703.
241. Wielgus, M. Two-frame tilt-shift error estimation and phase demodulation algorithm / M. Wielgus, Z. Sunderland, K. Patorski // *Opt. Letters*. – 2015. – №40. – P. 3460-3463.

242. Windecker, R. Semispatial, robust, and accurate phase evaluation algorithm / R. Windecker, H. J. Tiziani // *Appl. Opt.* – 1995. – Vol. 34, Iss. 31. – P. 7321–7326.
243. Womack, K. H. Interferometric phase measurement using spatial synchronous detection / K. H. Womack // *Opt. Eng Optical Profilometer for Surface Characterization of Magnetic Media Optical Profilometer for Surface Characterization of Magnetic Media.* – 1984. – Vol. 23, Iss. 4. – P. 391–395.
244. Wyant, J. C. Interferometric optical metrology: basic system and principles / J.C. Wyant // *Laser Focus*, 1982. – P. 65-67.
245. Wyant, J.C. An Optical Profilometer for Surface Characterization of Magnetic Media / J.C. Wyant, C.L. Koliopoulos, B. Bhushan // *ASLE Trans Optical Profilometer for Surface Characterization of Magnetic Media* 1983. – Vol. 427. – P. 101–113.
246. Wyant, J.C. Recent advances in interferometric optical testing / J.C. Wyant, K. Creath // *Laser Focus.* – 1985. – V.21. – Iss.11. – P.118-132.
247. Xu, J. Phase extraction from randomly phase-shifted interferograms by combining principal component analysis and least squares method / J. Xu, W.Jin, L. Chai // *Opt. Express.*– 2011. – Vol. 19, №21. – P. 20483–20492.
248. Xu, L. High-precision phase-shifting interferometry with spherical wave front reference / L. Xu, Y. Tian, Han G., [et. al.] // *Applied Optics.* – 2013. – Vol. 52. – Iss. 1. – P. A188-A194.
249. Xu, X. Blind phase shift extraction and wavefront retrieval by two-frame phase-shifting interferometry with an unknown phase shift / X. Xu, L. Z. Cai, Y. R. Wang, [et. al.] // *Opt. Comm.* – 2007. – 273. – P. 54–59. doi: 10.1016/j.optcom.2006.12.033.
250. Xu, Y. Fast phase retrieval with four-quadrant analysis in phase-shifting interferometry with blind phase shifts / Y. Xu, Y. Wang, H. Han // *Optics*

- Communications. – 2008. – Vol. 407. – P. 169-174. doi : 10.1016/j.optcom.2017.09.004.
251. Xu, Z. Phase Error Model from Gamma distortion and Gamma Calibration / Z. Xu, Z. Limin // *Acta Optica Sinica*. – 2012. – Vol. 32. – Iss. 4. – P. 0412006-1-0412006–8.
252. Yatabe, K. Hyper ellipse fitting in subspace method for phase-shifting interferometry : Practical implementation with automatic pixel selection / K. Yatabe, K. Ishikawa, Y. Oikawa // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25. – Iss. 23. – P. 29401-29416. doi: 10.1364/OE.25.029401.
253. Yatabe, K. Simple, flexible, and accurate phase retrieval method for generalized phase-shifting interferometry / K. Yatabe, K. Ishikawa, Y. Oikawa // *J. Opt. Soc. Am. A2*. – 017. – Vol. 34. – P. 87-96.
254. Yatagai, T. Automatic fringe analysis using digital image processing techniques / T. Yatagai, S. Nakadate, M. Idesawa, M. Saito // *Opt. Eng.* – 1982. – 21. – № 3. – P. 432 – 435.
255. Yu, Q. W. Noise-free normalized fringe patterns and local pixel transforms for strain extraction / Q. Yu, K. Andresen, W. Osten // *Appl. Opt.* – 1986. – Vol.35. – Iss. 20. – P. 3783–3790.
256. Zeng, F.G. Bayesian MRF Modeling and Graph Cuts for Phase Unwrapping with Discontinuity Phase Flaws : A Comparative Study / F. G. Zeng, G. M. Wu, J. D. Mai // *Applied Mechanics and Materials*, 2014. – Vol. 496-500. – P. 1915–1918. doi : 10.4028/www.scientific.net/amm.496-500.1915.
257. Zeng, W. Retrieving phase from single interferogram by interval inversion method / W. Zeng, X. Zhong, J. Li // *Hongwai yu Jiguang Gongcheng/Infrared and Laser Engineering*. – 2014. – Vol. 43. – P. 3151–3156.
258. Zhang, T. Yining Y. Qingkai M. Theoretical analysis and estimation of decorrelation phase error in digital holographic interferometry // *Symposium*

- on Optoelectronic Technology and Application (Pekin, 9-11 May 2016). – Pekin. – 2016. doi: 10.1117/12.2245007.
259. Zhang, Y. Random two-step phase shifting interferometry based on Lissajous ellipse fitting and least squares technologies / Y. Zhang, X. Tian, R. Liang // *Opt. Express.* – 2018. – Vol. 26, Iss. 12. – P. 15059–15071.
260. Zhang, Z. Spatial quasi-phase-shifting technique for single frame dynamic fringe analysis / Z. Zhang, J. Zhong // *Optics Express.* – 2014. – Vol. 22, Iss. 3. – P. 2695–2705.
261. Zhang, Z.H. Comparison of Fourier transform, windowed Fourier transform, and wavelet transform methods for phase calculation at discontinuities in fringe / Z.H. Zhang, Z. Jing, Z.H. Wang // *Opt. Lasers Eng.* – 2012. – Vol. 50. – Iss. 8. – P. – 1152–1160.
262. Zhao, B. Effect of Quantization Error on the Computed Phase of Phase-Shifting Measurements / B. Zhao, Y. Surrel // *Appl. Opt.* – 1997. – Vol. 36. – P. 2070-2075.
263. Zheng, W. Statistical analysis of phase-stepping digital speckle-pattern interferometry / W. Zheng // *Proc. SPIE 1755, Interferometry: Techniques and Analysis.* – 1993. – doi : rg/10.1117/12.140779.
264. Zhong, J.G. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform / J. G. Zhong, J. W. Weng // *Opt. Lett.* – 005. – Vol. 30. – Iss. 19. – P. 2560-2562.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ГА	Генетический Алгоритм
ГП	Гильберт Преобразование
ЕМН	Евклидова Матричная Норма
МНК	Метод Наименьших Квадратов
ОРХ	Оптическая Разность Хода
СОК	Система Остаточных Классов
FT	Furier Transform, Преобразование Фурье
FFT	Fast Furier Transform, Быстрое Преобразование Фурье
FFRPT	Fringe-follower regularized phase tracker, полосо-ориентированный быстрый фазовый трекер
PSI	Phase Shift Interferometry, Фазо-сдвигающая интерферометрия
PV	Peak-Valley, разность между максимальным и минимальным значениями оцениваемой величины
RMS	Root-mean-square, Средне-квадратичное отклонение
RMSE	Root-mean-square error, Средне-квадратичное отклонение ошибки
RPT	Rapid Phase tracker, Быстрый фазовый трекер
WT	– Wavelet Transform, Вейвлет Преобразование
2D	2-Dimention, Двумерный
3D	3-Dimention, Трехмерный

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Акты о внедрении справки об использовании результатов
диссертационного использования



**Федеральное государственное унитарное предприятие
«Сибирский научно-исследовательский институт авиации им.С.А. Чаплыгина»
(ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»)**

Ползунова ул., д. 21, г. Новосибирск, 630051
Тел. (383) 279-01-56
Факс (383) 278-70-01
E-mail: sibnia@sibnia.ru, http://www.sibnia.ru

ОКПО 07541511, ОГРН 1025400630836, ИНН/КПП 5401101598/540101001
пр. 40502810944080100010 в Сибирском банке СБ РФ г. Новосибирск
к/с 30101810800000000641
БИК 045004541

№ _____
На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ



Директор

ФГУП «СибНИА» им. С.А. Чаплыгина»

М.П.

В.Е. Барсук В.Е. Барсук

10 » 05 2020 г

АКТ О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационного исследования Ильных С.П. по специальности 05.11.07
– «Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы»

Комиссия в составе: начальника НИО-10 Шинкарева Д.А., ведущего инженера НИО-10 Жидкова В.В., начальника сектора НИО-9 Кузнецова А. Б. составила настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Ильных Сергея Петровича использованы при выполнении научно-исследовательских работ. В частности:

- применение алгоритмов преобразования траектории интерференционных сигналов в оптико-электронных измерительных системах для предварительной подготовки данных измерительного комплекса NewView™ 9000 фирмы Zugo позволило в 2-5 раз повысить точность измерения профиля рельефа изделия.
- применение метода субпиксельного сканирования позволило повысить пространственное разрешение имеющихся интерференционных измерительных систем.
- На основе помехоустойчивого алгоритма развертывания фазы по совокупности мульти-частотных интерференционных сигналов, позволяющего измерять перепады высот значительно превышающих длину волны лазерного излучения, разработана помехоустойчивая измерительная система с динамическим диапазоном в несколько раз превышающим технические характеристики известных измерительных систем данного класса

Комиссия:

Начальник НИО-10

Шинкарев

Д.А. Шинкарев

Ведущий инженер НИО-10

Жидков

В.В. Жидков

Начальник сектора НИО-9

Кузнецов

А.Б. Кузнецов

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Федерального государственного
учреждения высшего образования
«Новосибирский государственный
технический университет (НГТУ)»
доктор технических наук, профессор,
почетный ~~работник~~ высшего
профессионального образования
Батаев Анатолий Андреевич

“ 16 ” 09 2020 г.



СПРАВКА

об использовании результатов диссертационного исследования
Ильиных Сергея Петровича в научно-исследовательских работах

Результаты диссертационного исследования Ильиных С. П. нашли отражение в научно-исследовательских работах, выполненных в Новосибирском государственном техническом университете под руководством и с участием автора:

1) Грант РФФИ №16-08-00565-а «Разработка методов сверхразрешения в цифровой голографической интерферометрии» (№ гос. регистр. АААА-А16-116020210337-0, 2017 г.), использованы следующие направления диссертационного исследования Ильиных С.П.:

- Выполнено исследование латерального разрешения современных цифровых голографических систем. Показано, что существующие системы цифровой голографической интерферометрии обеспечивают латеральное разрешение порядка 300 и 500 линий/мм по вертикали и горизонтали, соответственно.

- Разработан и внедрен метод повышения пространственного разрешения оптико-электронных интерференционных измерительных систем с повышенным быстродействием, позволяющего производить измерения в режиме реального времени (защищено патентом РФ на полезную модель № 181750 МКИ G01 B9/021 Цифровое голографическое устройство).

- Разработанный Ильиных С.П. метод позволяет повысить латеральное разрешение оптико-электронных интерференционных измерительных систем до 1300 и 2000 линий/мм по вертикали и горизонтали, соответственно, что существенно повышает качество методов цифровой голографической интерферометрии.

2) Грант РФФИ №18-08-00580-а «Разработка и исследование методов компьютерной голографической интерферометрии объектов сложной формы» № гос. регистр. АААА-А18-118030290031-0, 2019 г.:

- Разработан новый метод измерения полей смещений, не зависящий от сложности рельефа объекта (с перепадами высот значительно превышающими длину волны лазерного излучения). Особенностью метода является то, что погрешность измерения поля смещений объекта от деформаций не зависит от расстояния до измеряемого объекта.

- Разработаны новые алгоритмы расшифровки интерференционных картин не чувствительные к искажениям профиля интерференционных полос и неточности установки фазовых сдвигов.

- Разработан новый метод анализа цифровых голограмм. Использование добавочной информации об интенсивности интерферирующих пучков позволяет обеспечить высокую точность при восстановлении фазовой информации.

- На основе технологии OpenGL разработано эффективное программное обеспечение, позволяющее выполнять измерения с помощью графических ускорителей в режиме реального времени (время измерений сопоставимо с частотой ввода изображений и составляет, не более 1/30 сек) с непосредственным отображением результатов измерения в удобном виде на экране монитора. Это позволяет производить измерение и одновременное наблюдение хода динамических процессов при исследовании напряженно-деформируемого состояния промышленных и биологических объектов.

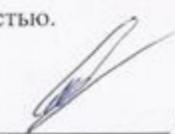
- Реализована цифровая голографическая система, позволяющая измерять смещения объекта под действием нагрузки, не зависимо от сложности его рельефа.

3) Программа стратегического развития НГТУ на 2012 г., проект 2.3.1 «Решение комплексных проблем по направлению "Информационные и цифровые технологии и системы", НИР С2-7:

- Разработана и исследована цифровая оптико-электронная измерительная система контроля напряженно-деформируемого состояния крупногабаритных объектов.

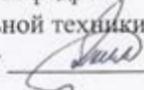
- Создан программно-алгоритмический комплекс, позволяющий выполнять измерения в режиме реального времени. Система позволяет измерять отклонения поверхности крупногабаритных объектов с микрометровой точностью.

Декан АВТФ,
к.т.н., доцент



Иван Леонидович Рева

Заведующий кафедрой
Вычислительной техники
к.т.н., доцент



Александр Александрович Якименко

БРИЗРазработка, Проектирование,
Наладка.e-mail: briz.nsk54@gmail.com, info@briznsk.ru
http://www.briznsk.ruРОССИЯ, 630087, г. Новосибирск,
ул. Ватутина, 71 оф.207
тел.: 8-800-500-3947, (383) 299-60-24, (383) 214-58-81
Реквизиты: ОГРН 1025401309911
ИНН/КПП 5403115719/540301001
р/сч.: 40702810907000491702 в Сибирском филиале
АО «Райффайзенбанк» г. Новосибирск
к/сч.: 30101810300000000799 БИК: 045004799№ _____ 42 _____ от 03.04.2020
на № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

| _____ |

М.П. Директор ООО «Бриз»

Клепиков А.С.

«03» апреля 2020 г.

АКТ О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационного исследования Ильиных С.П. по специальности
05.11.07 – «Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы»

Комиссия в составе: председатель: Клепиков А.С., члены: Орлов М.Г., Михальков П.П. составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Ильиных Сергея Петровича использованы в деятельности организации ООО «Бриз». В частности, для работы, разрабатываемых приборов, помехоустойчивый алгоритм развертывания фазы по совокупности мульти-частотных интерференционных сигналов, не требующий анализа фазовых переходов в локальной окрестности и позволяющий измерять перепады высот, значительно превышающих длину волны лазерного излучения. Метод повышения пространственного разрешения оптико-электронных интерференционных измерительных систем с повышенным быстродействием, позволяющего производить измерения в режиме реального времени.

Использование результатов исследования Ильиных С.П. позволяет повысить эксплуатационные характеристики разрабатываемых систем контроля.

Председатель комиссии Клепиков А.С.

Члены комиссии:

Орлов М.Г.

Михальков П.П.

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе
ФГБОУ ВО НГТУБрованов Сергей Викторович
доктор технических наук,
доцент

АКТ

о внедрении результатов диссертационного исследования
Ильиних Сергея Петровича в учебном процессе

Результаты диссертационной работы С. П. Ильиних внедрены в учебном процессе факультета автоматике и вычислительной техники (АВТФ) Новосибирского государственного технического университета в лекционные курсы дисциплин «Информационно-измерительные и управляющие системы (в промышленности)» и «Оптические и голографические информационно-измерительные системы» для специальности 09.03.02 - Информационные системы и технологии.

Декан АВТФ
кандидат технических наук,
доцент



Иван Леонидович Рева

Зав. кафедрой ВТ
кандидат технических наук,
доцент



Александр Александрович Якименко



**АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
РАДИО и МИКРОЭЛЕКТРОНИКА**

ИНН 5408110390; КПП 540201001; адрес: 630082 г. Новосибирск,
ул. Дачная, 60/1, офис 307; тел. 236-37-03; т/факс 219-53-13; E-mail: rim@zao-rim.ru



УТВЕРЖДАЮ
Директор организации
Е.В. Букреев

«16» июня 2020 г.

АКТ О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационного исследования Ильиных С.П. по специальности
05.11.07 – «Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы»

Комиссия в составе: председатель: Букреев Евгений Валерьевич, генеральный директор; члены: Порватов Сергей Павлович, технический директор; Сидоренко Сергей Алексеевич, главный инженер; Составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Ильиных Сергея Петровича использованы в деятельности организации АО «Радио и Микроэлектроника». Измерительная оптико-электронная интерференционная система на основе структурированного освещения применялась для контроля поверхности литейной формы. В сравнении с контролем в отдельных точках использование результатов исследования Ильиных С.П. позволяет производить контроль всей поверхности литейной формы.

Председатель комиссии

Члены комиссии:

Е.В. Букреев

С.П. Порватов

С.А. Сидоренко

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 181750

Цифровое голографическое устройство

Патентообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"**
(RU)

Авторы: **Гужов Владимир Иванович (RU),
Ильиных Сергей Петрович (RU)**

Заявка № 2018100280

Приоритет полезной модели 09 января 2018 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре полезных

моделей Российской Федерации 26 июля 2018 г.

Срок действия исключительного права

на полезную модель истекает 09 января 2028 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021661752

Расчет голографической интерферометрии с помощью GPU

Правообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (RU)**

Авторы: **Гужов Владимир Иванович (RU), Ильиных Сергей Петрович (RU), Трубилина Екатерина Евгеньевна (RU)**

Заявка № 2021661000

Дата поступления 15 июля 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 15 июля 2021 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 0x0245CFBC00B1ACF59A40A2F08092E9A118
Владелец **Ивлиев Григорий Петрович**
Действителен с 15.01.2021 по 15.01.2035

Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021661754

Расшифровка интерференционных картин со случайным фазовым сдвигом с помощью GPU

Правообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (RU)**

Авторы: **Гужов Владимир Иванович (RU), Ильиных Сергей Петрович (RU), Трубилина Екатерина Евгеньевна (RU)**

Заявка № **2021661002**Дата поступления **15 июля 2021 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **15 июля 2021 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 0x02A5CFBC00B1ACF59A40A2F08072E9A118
Владелец: **Ивлиев Григорий Петрович**
Действителен с 15.01.2021 по 15.01.2035

Г.П. Ивлиев