

В. П. БУДЯНОВ, Н. П. ФИЛИПОВА, А. И. ШЕЛОМАНОВ

(Новосибирск)

ИЗМЕРЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ВРЕМЕНИ ОБЪЕКТА ПРИ ПОМОЩИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С МОДЕЛЬЮ

Построены и исследованы две измерительные системы с моделью, предназначенные для измерения постоянной времени объекта, описываемого линейным дифференциальным уравнением первого порядка. Системы отличаются большим быстродействием и работают при широком классе входных воздействий.

Одна из основных проблем теории и практики самонастраивающихся систем — проблема идентификации, измерения динамических характеристик объектов, параметры которых изменяются в процессе эксплуатации (причинами изменения могут быть старение, влияние окружающей среды, изменение режимов работы и т. д.). Аналогичные задачи возникают при построении систем (как измерительных, так и вычислительных) на базе микромодульных элементов [1]. Работоспособность таких систем зависит от качества и надежности самих микромодульных элементов, а точнее — от параметров последних. Таким образом, мы сталкиваемся с необходимостью измерения и контроля параметров в недоступных точках.

Одним из возможных путей измерения динамических характеристик объектов и параметров микромодульных элементов в недоступных точках является применение измерительной системы с моделью. Принципы работы системы иллюстрируются рис. 1 (1 — объект; 2 — модель; 3 — сравнивающее устройство; 4 — блок управления; 5 — исполнительное устройство). Структура модели подобна структуре объекта, но параметры модели могут изменяться (перестраиваться). На вход объекта и модели подается входной сигнал $X(t)$. Выходы объекта и модели сравниваются, сигнал ошибки, равный

$$e = Y_{об}(t) - Y_{м}(t), \quad (1)$$

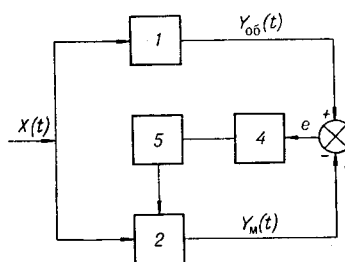


Рис. 1.

поступает в блок управления, который управляет работой исполнительных механизмов, настраивающих параметры модели. Такие системы называют еще самонастраивающимися моделями, но поскольку основное назначение таких систем — измерение, то правильнее их было бы называть измерительными системами с моделью. При построении измери-

тельной системы с моделью возникает необходимость решения ряда задач, как теоретических, так и сугубо прикладных: быстродействие и точность измерения, устойчивость системы при различных входных сигналах [2], конструктивная простота и др. Особенно сложной является задача устойчивости быстродействующей системы при различных входных воздействиях.

Предметом данной работы является теоретическое исследование и экспериментальная проверка быстродействующей измерительной системы с моделью, предназначенной для измерения постоянной времени объектов, поведение которых может быть описано линейным дифференциальным уравнением первого порядка. В подобных системах [2] принцип настройки параметров модели следующий. Сигнал ошибки преобразуется в квадратичную форму вида

$$F(e) = (e^2 + ae^2 + \dots), \quad (2)$$

а настраиваемый параметр модели C_i настраивается по методу градиента или наискорейшего спуска

$$\frac{dc_i}{dt} = -\alpha \frac{\partial F(e)}{\partial c_i}. \quad (3)$$

Настройка производится до тех пор, пока $F(e)$ не достигнет минимума. Основные недостатки данного метода следующие:

1. Необходимо вычислять частную производную $F(e)$ по настраиваемому параметру, что в реальном времени можно сделать только приближенно.

2. Устойчивость системы зависит от вида входного воздействия $X(t)$, причем если даже входное воздействие имеет простейший вид — единичный скачок, то коэффициент α в (3) необходимо перестраивать в зависимости от величины скачка. Если же входное воздействие представляет собой синусоиду, то такая система описывается уже уравнением Матве, коэффициенты которого зависят от амплитуды и фазы входного воздействия.

Указанные недостатки существенно затрудняют построение измерительных систем с моделью, способных работать при широком классе входных воздействий. А это особенно важно для тех случаев, когда объект находится в режиме нормальной эксплуатации. Здесь будет рассмотрен иной подход к построению измерительной системы с моделью. Пусть объект, постоянную времени которого T_x необходимо измерить, описывается уравнением

$$T_x \frac{dY_{об}}{dt} + Y_{об} = kX(t). \quad (4)$$

Уравнение модели:

$$\frac{1}{\beta(t)} \frac{dY_m}{dt} + Y_m = kX(t). \quad (5)$$

Начальные условия будем полагать нулевыми, т. е.

$$t = 0; Y_{об}(0) = 0; Y_m(0) = 0.$$

Допустим также, что

$$T_x \neq \frac{1}{\beta(0)}. \quad (6)$$

На вход объекта в момент времени $t=0$ подан входной сигнал $X(t)$. Тогда естественно ожидать, что если $\frac{1}{\beta(t)}$ стремится к T_x , то в переходном процессе можно отметить 3 момента времени:

1. t_0 — момент времени, когда производная ошибки $e'=0$.
2. t_1 — момент времени, когда сравнялись коэффициенты, т. е. $\frac{1}{\beta(t_1)} = T_x$.
3. t_2 — момент времени, когда ошибка $e=0$.

Если $\beta(t) = a + bt$, то справедлива теорема 1 (доказательство см. в приложении). В момент времени t_1 всегда выполняется неравенство

$$Y'_m(t_1) > Y'_{об}(t_1) \quad (7)$$

при условии

$$\frac{1}{\beta(0)} = \frac{1}{a} > T_x. \quad (8)$$

Из данной теоремы вытекает следствие: момент времени t_0 наступает раньше момента t_1 .

Справедлива также теорема II (доказательство см. в приложении): время t_2 равно удвоенному времени t_1 , т. е.

$$t_2 = 2t_1. \quad (9)$$

При доказательстве первой теоремы на функцию $X(t)$ не накладывается никаких существенных ограничений. Предполагается лишь, что функция $X(t)$ дифференцируема. Этому условию всегда удовлетворяют сигналы, с которыми приходится иметь дело при измерениях. Равенство (9) справедливо лишь для тех случаев, когда $X(t)$ — единичный скачок. Однако с достаточной степенью точности оно справедливо и для тех случаев, когда сигнал $X(t)$ может быть представлен в виде

$$X(t) = \sum_{i=1}^n m_i t^i. \quad (10)$$

Полученные соотношения (7) и (9) дают возможность построить быстросействующие измерительные системы с моделью, позволяющие измерять постоянную времени объекта при широком классе входных воздействий $X(t)$. При этом не требуется вычислять частную производную ошибки по настраиваемому параметру.

Если в качестве исполнительного механизма использовать реверсивный двигатель, на оси которого укреплен подвижной контакт потенциометра, то постоянная времени модели будет изменяться по необходимому для нас закону

$$T_m = \frac{1}{a \pm bt}. \quad (11)$$

Для системы, построенной на основании неравенства (7), выбор направления вращения двигателя (т. е. знак + или - в (11)) производится в блоке управления по алгоритму

$$\text{sign } b = |\text{sign } e'| \cdot \text{sign } X \cdot \text{sign } e, \quad (12)$$

где

$$\text{sign } X = \begin{cases} 1 & X > 0; \\ 0 & X = 0; \\ -1 & X < 0; \end{cases} \quad \text{sign } e = \begin{cases} 1 & e > 0; \\ 0 & e = 0; \\ -1 & e < 0; \end{cases} \quad |\text{sign } e'| = \begin{cases} 1 & e' \neq 0; \\ 0 & e' = 0. \end{cases}$$

Принципиальная схема, составленная согласно блок-схеме рис. 1, представлена на рис. 2. Элементы схемы: решающие усилители (РУ) — 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, из которых 3 — дифференцирующий усилитель, а 7 — интегратор; чувствительные поляризованные реле — P_1, P_3, P_5 ; силовые реле — $P_2, P_4, P_6, P_7, P_8, P_9$; реверсивный двигатель Д типа РД-09 с обмотками возбуждения W_1 и W_2 ; О — объект, описываемый дифференциальным уравнением 1-го порядка; R_n — переменное сопротивление типа ПЛ 1, 2. III. 5. 0,5, подвижной контакт которого соединен с осью двигателя Д; КВ-1, КВ-2 — концевые выключатели, служащие для остановки двигателя Д с целью предохранения переменного сопротивления R_n при неисправности схемы; C_1 — емкость для сдвига фаз между напряжениями в обмотках W_1 и W_2 . На схеме в обозначении контактов первая цифра соответствует номеру реле, к которому этот контакт относится, а вторая — порядковому номеру контакта этого реле.

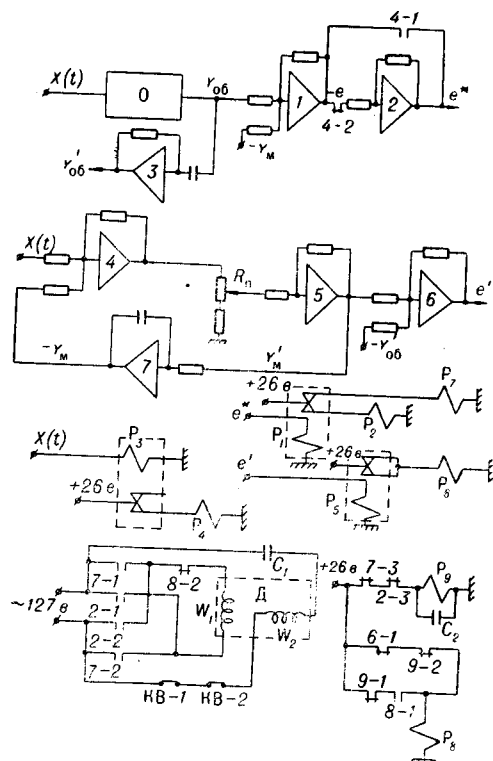


Рис. 2.

В нерабочем состоянии источники питания отключены, $X(t) = Y_{об}(t) = Y_m(t) = Y'_{об}(t) = -Y'_m(t) \equiv 0$, двигатель не вращается, КВ-1 и КВ-2 замкнуты, все реле обесточены, т. е. их контакты находятся в следующем состоянии: 1) контакты 2-3, 4-2, 6-1, 7-3, 8-2, 9-1, 9-2 нормально замкнуты (н. з.); 2) контакты 2-1, 2-2, 4-1, 7-1, 7-2, 8-1 нормально разомкнуты (н. р.); 3) контакты поляризованных реле P_1, P_3, P_5 находятся в нейтральном положении.

При подключении к схеме напряжения 127 в для питания двигателя и напряжения +26 в для питания реле срабатывает реле P_9 и замыкает свои н. з. контакты 9-1 и 9-2. Других изменений в схеме не

происходит. Назовем это состояние схемы «исходным состоянием». В момент $t=0$ на объект O и реле P_3 подается сигнал $X(t)$, например, в виде положительного прямоугольного импульса (рис. 3). Если при $t=0$ постоянная времени модели была больше постоянной времени объекта, то процессы $Y_{об}(t)$ и $Y_m(t)$ пойдут так, как показано на рис. 3. На выходе РУ—2 с помощью реле P_3 и P_4 формируется сигнал e^* , обеспечивающий правильное управление двигателем Д при двухполярном сигнале $X(t)$ и равный

$$e^* = \begin{cases} +e & \text{при } X(t) \geq 0, \\ -e & \text{при } X(t) < 0, \end{cases}$$

где $e = Y_{об}(t) - Y_m(t)$ — сигнал ошибки.

При $X(t) > 0$ реле P_4 остается отпущенным, контакт 4—2 — замкнутым и на выходе РУ—2 получаем

$$e^* = +e.$$

При этом срабатывает поляризованное реле P_1 и включает реле P_2 , которое замыкает свои н. р. контакты 2—2 и 2—1 и размыкает н. з. контакт 2—3, в результате чего реле P_9 отпускает, и его контакты 9—1, 9—2 замыкаются.

На выходе РУ—6 образуется сигнал производной ошибки $e' = Y'_{об} - Y'_m > 0$. При этом поляризованное реле P_5 срабатывает и включает реле P_6 , которое размыкает свой н. з. контакт 6—1. Благодаря конденсатору C_2 реле P_9 отпускает с задержкой, в результате которой контакт 6—1 размыкается раньше, чем замыкается контакт 9—2, и реле P_8 остается в отпущенном состоянии. Обмотка W_1 оказывается под напряжением через контакты 2—2, 8—2, 2—1; двигатель Д начинает вращаться и перемещать движок переменного сопротивления R_n уменьшая постоянную времени модели. В момент t_0 (см. рис. 3) реле P_5 и P_6 отпускают, контакт 6—1 замыкается, реле P_8 срабатывает (по цепи контактов 6—1, 9—2), становится на самоблокировку, замыкая свой н. р. контакт 8—1, и останавливает двигатель, размыкая свой н. з. контакт 8—2. Самоблокировка реле P_8 необходима, так как при $t > t_0$ сигнал e' становится снова не равным нулю, реле P_6 срабатывает и размыкает контакт 6—1. Но реле P_8 остается под напряжением по цепи 9—1, 8—1, и двигатель Д не включается. После окончания переходного процесса $e^* = 0$ и $e' = 0$, реле P_1 , P_2 , P_5 , P_6 отпускают. Контакты 2—1, 2—2 размыкаются, контакты 2—3 и 6—1 замыкаются. При этом реле P_9 срабатывает и размыкает контакты 9—1 и 9—2, в результате чего реле P_8 отпускает, контакт 8—2 замыкается и контакт 8—1 размыкается. Схема приходит в «исходное состояние».

В момент t_3 импульс $X(t)$ меняет полярность (см. рис. 3). Далее схема работает так же, как и при $X(t) > 0$, за исключением работы реле P_3 и P_4 . При $X(t) < 0$ реле P_3 подключает напряжение $+26$ в к обмотке P_4 , последнее срабатывает, размыкает н. з. контакт 4—2 и замыкает

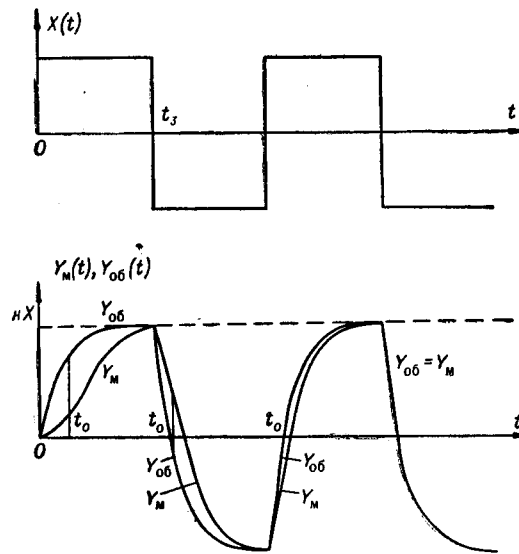


Рис. 3.

н. р. контакт 4—1, обеспечивая на выходе РУ—2 выработку нужной для правильного управления двигателем Д функции e^* . Настройка постоянной времени модели продолжается до тех пор, пока сигналы e^* и e' не уменьшатся настолько, что не будут вызывать срабатывания чувствительных поляризованных реле P_1 и P_5 .

Анализ погрешностей, проведенный для случая, когда на вход системы подан скачок $X(t)=X$, показывает, что погрешность измерения T_x может быть найдена из следующего выражения:

$$\sigma = \frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{2s_1\beta + s_2}{kX + s_1\beta}, \quad (13)$$

где s_1 — зона нечувствительности реле P_1 ;

s_2 — зона нечувствительности реле P_6 ;

β и $\Delta\beta$ связаны с T_x следующим образом: $T_x + \Delta T_x = \frac{1}{\beta + \Delta\beta}$.

В ходе эксперимента на вход системы подавались различные сигналы $X(t)$: прямоугольный скачок, синусоидальное, пилообразное, треугольное воздействия, а также их комбинации. Система измеряет T_x за 2—3 переходных процесса. Погрешность измерения не превышает 3%.

На основании равенства (9) была построена вторая измерительная система с моделью. Принципиальная схема системы приведена на рис. 4.

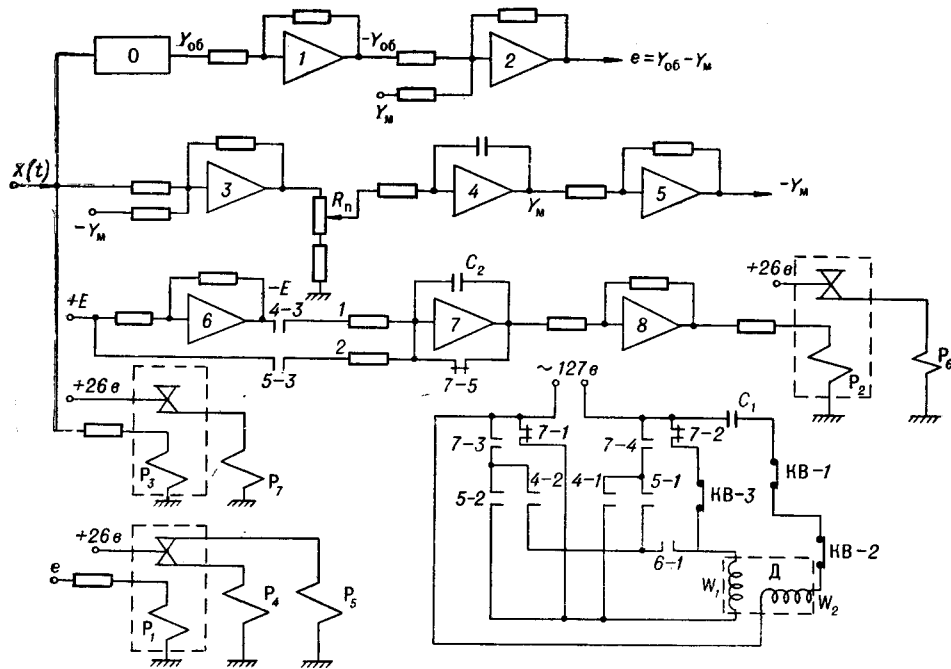


Рис. 4.

Элементы схемы: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 — решающие усилители (РУ), из которых 4 и 7 — интеграторы; P_1, P_2, P_3 — чувствительные поляризованные реле; P_4, P_5, P_6, P_7 — силовые реле; реверсивный двигатель Д типа РД—09 с обмотками возбуждения W_1 и W_2 ; О — объект, описы-

ваемый дифференциальным уравнением 1-го порядка; R_n — переменное сопротивление типа ПЛ1, 2.П1.5.05, подвижной контакт которого соединен с осью двигателя Д; КВ-1, КВ-2, КВ-3 — концевые выключатели, из которых КВ-1 и КВ-2 служат для остановки двигателя Д с целью предохранения переменного сопротивления R_n при неисправности схемы; C_1 — емкость для сдвига фаз между напряжениями в обмотках W_1 и W_2 .

В нерабочем состоянии источники питания отключены, $X(t) = Y_{об}(t) = Y_m(t) \equiv 0$, двигатель не вращается, КВ-1, КВ-2 и КВ-3 — замкнуты, все реле обесточены, т. е. их контакты находятся в следующем положении: 1) контакты 7—1, 7—2, 7—5 нормально замкнуты (н.з.); 2) контакты 4—1, 4—2, 4—3, 5—1, 5—2, 5—3, 6—1, 7—3, 7—4 нормально разомкнуты (н.р.); 3) контакты поляризованных реле P_1, P_2, P_3 находятся в нейтральном положении.

При подключении к схеме напряжения $E = \text{const}$ от стабилизированного источника, напряжения +26 в для питания реле и напряжения 127 в для питания двигателя последний начинает вращаться, так как его обмотка W_1 оказывается подключенной к сети по цепи 7—1, КВ-3, 7—2, и перемещает подвижной контакт сопротивления R_n , меняя тем самым постоянную времени модели. Направление вращения выбрано так, что постоянная времени модели увеличивается и в момент остановки двигателя (посредством концевого выключателя КВ-3) достигает максимума, который выбирается заводом больше максимально возможной постоянной времени объекта. Других изменений в схеме не происходит. Назовем это состояние схемы «исходным состоянием».

В момент $t=0$ на схему подается сигнал $X(t)$, например в виде положительного прямоугольного импульса (рис. 5). Так как при $t=0$ постоянная времени модели всегда больше постоянной времени объекта, то в первый момент справедливо выражение

$$e = Y_{об}(t) - Y_m(t) > 0.$$

Поэтому реле P_1 срабатывает и подключает напряжение +26 в к обмотке реле P_4 , при срабатывании которого замыкаются контакты 4—1, 4—2, 4—3. Одновременно при $X(t) > 0$ реле P_3 срабатывает так, что напряжение +26 в подключается к обмотке реле P_7 . Последнее срабатывает, что вызывает замыкание контактов 7—3 и 7—4 и замыкание контактов 7—1, 7—2 и 7—5. В результате указанных коммутаций ко входу 1 интегратора 7 через контакт 4—3 подключается выходное напряжение РУ-6, равное $-E$ (РУ-6 является инвертером с коэффициентом передачи -1). На выходе интегратора 7 начинает нарастать положительное напряжение. Усиленное усилителем 8, оно вызывает сраба-

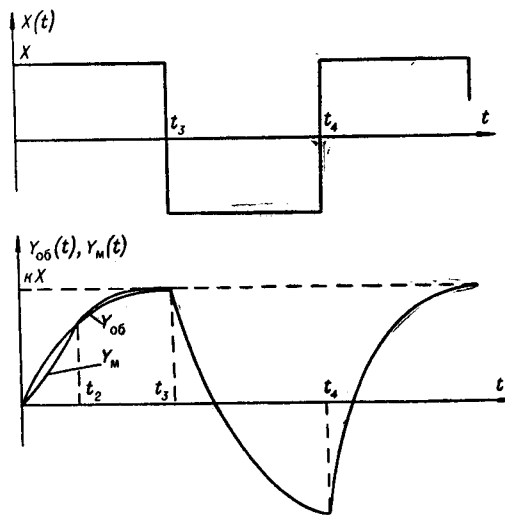


Рис. 5.

тывание поляризованного реле P_2 , что в свою очередь вызывает срабатывание реле P_6 и замыкание контакта $6-1$. Обмотка W_1 оказывается подключенной к сети по цепи $7-3, 4-2, 6-1, 4-1, 7-4$. Двигатель D начинает вращаться и перемещать подвижной контакт переменного сопротивления R_n , уменьшая постоянную времени модели. Одновременно замыкается концевой выключатель КВ-3.

В момент $t=t_2$ ошибка e становится равной нулю, а затем меняет знак. При этом якорь поляризованного реле P_1 перебрасывается, вследствие чего реле P_4 отпускает, а реле P_5 срабатывает. При этом контакты $4-1, 4-2, 4-3$ размыкаются, а $5-1, 5-2$ и $5-3$ замыкаются. Как видно из схемы, фаза напряжения на обмотке W_1 меняется на 180° , и двигатель D начинает вращаться в обратном направлении. Одновременно напряжение $-E$ от входа 1 интегратора 7 отключается и к его входу 2 через контакт $5-3$ подключается напряжение $+E$. В результате положительное напряжение на выходе интегратора 7 начинает падать. Когда оно меняет знак (проходит через нуль), якорь поляризованного реле P_2 перебрасывается, реле P_6 отпускает и остается в этом состоянии до прихода следующего положительного импульса. При этом контакт $6-1$ размыкается и двигатель останавливается. Но так как коэффициент усиления интегратора 7 по входу 2 выбран в два раза больше, чем по входу 1, то уменьшение напряжения на выходе интегратора 7 происходит в два раза быстрее, чем его нарастание до момента t_2 . Следовательно, если в прямом направлении (в сторону уменьшения постоянной времени модели) двигатель вращается в течение t_2 (см. рис. 5), то в обратном — в два раза меньше, т. е. в течение $t_1 = \frac{1}{2}t_2$.

В момент остановки двигателя на модели устанавливается значение постоянной времени, равное искомой. Результат измерения считывается со шкалы переменного сопротивления R_n . Погрешность в определении T_x находится из выражения (при $X(t) = X = \text{const}$):

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = -\frac{1}{\beta}(a - \beta) + \frac{1}{\beta} \sqrt{(a - \beta)^2 - 2 \frac{b\beta s_1}{kX}}, \quad (14)$$

где s_1 — зона нечувствительности реле P_1 .

Система испытывалась при различных входных сигналах. Погрешность измерения неизвестной T_x — порядка 3%. Погрешность за счет приближенного выполнения равенства (9) для различных сигналов оказалась, как и следовало ожидать, пренебрежимо малой. Время измерения практически меньше времени одного переходного процесса объекта.

Выводы

Найдены зависимости (7), (9), связывающие сигнал ошибки и параметры объекта и настраиваемой модели в различные моменты времени.

Полученные зависимости позволяют строить быстродействующие измерительные системы с моделью, устойчивостью и точностью которых не зависит от вида входного воздействия. При этом не требуется вычисления частной производной ошибки по настраиваемому параметру.

Для построения системы нет необходимости в разработке специальных сложных элементов; система может быть выполнена на базе стандартных блоков, широко используемых в моделировании.

Доказательство теоремы 1.

Запишем выражения для выходного сигнала объекта и модели:

$$Y_{об}(t) = e^{-\frac{t}{T_x}} \int_0^t \frac{k}{T_x} X(\tau) e^{\frac{\tau}{T_x}} d\tau; \quad (15)$$

Заметим, что до момента времени t_2 всегда выполняется неравенство

$$Y_{об}(t) > Y_m(t). \quad (17)$$

Дифференцируя (15) и (16) по t в точке $t=t_1$, получаем:

$$\begin{aligned} Y'_{об}(t_1) = & -\frac{k}{T_x^2} e^{-\frac{t_1}{T_x}} \int_0^{t_1} X(\tau) e^{\frac{\tau}{T_x}} d\tau + \\ & + \frac{k}{T_x} e^{-\frac{t_1}{T_x}} \int_0^{t_1} \left[\frac{\partial X(\tau)}{\partial \tau} e^{\frac{\tau}{T_x}} + \frac{X(\tau)}{T_x} e^{\frac{\tau}{T_x}} \right] d\tau; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} Y'_m(t_1) = & -(a + bt_1) e^{-\left(a + \frac{bt_1}{2}\right) t_1} k \int_0^{t_1} X(\tau) (a + b\tau) \times \\ & \times e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} d\tau + ke^{-\left(a + \frac{bt_1}{2}\right) t_1} \int_0^{t_1} \frac{\partial X(\tau)}{\partial \tau} (a + b\tau) e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} d\tau + \\ & + ke^{-\left(a + \frac{bt_1}{2}\right) t_1} \int_0^{t_1} \left[X(\tau) be^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} + X(\tau) (a + b\tau)^2 e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} \right] d\tau. \end{aligned} \quad (19)$$

Вычислим интеграл

$$\begin{aligned} I_1 = & \int_0^{t_1} X(\tau) (a + b\tau) e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} d\tau = X(\tau) (a + b\tau) e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} \Big|_0^{t_1} - \\ & - \int_0^{t_1} \left[X(\tau) (a + b\tau)^2 e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} + X(\tau) be^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} \right] d\tau. \end{aligned}$$

Подставляя I_1 в выражение (19), получаем

$$Y'_m(t) = - (a + bt_1) e^{-\left(a + \frac{bt_1}{2}\right)t_1} k \int_0^{t_1} X(\tau) (a + b\tau) \times \\ \times e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} d\tau + kX(t_1) (a + bt_1) \quad (20)$$

при $X(0) = 0$.

Аналогично вычислим интеграл

$$I_2 = \int_0^{t_1} \frac{\partial X(\tau)}{\partial \tau} e^{\frac{\tau}{T_x}} d\tau = X(\tau) e^{\frac{\tau}{T_x}} \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \frac{X(\tau)}{T_x} e^{\frac{\tau}{T_x}} d\tau.$$

Подставляем I_2 в выражение (18):

$$Y'_{06}(t) = - \frac{k}{T_x^2} e^{-\frac{t_1}{T_x}} \int_0^{t_1} X(\tau) e^{\frac{\tau}{T_x}} d\tau + \frac{kX(t_1)}{T_x}. \quad (21)$$

Теперь предположим, что неравенство (7) не выполняется и

$$Y'_m(t_1) \leq Y'_{06}(t_1).$$

Тогда

$$- (a + bt_1) e^{-\left(a + \frac{bt_1}{2}\right)t_1} k \int_0^{t_1} X(\tau) (a + b\tau) e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} d\tau + \\ + kX(t_1) (a + bt_1) \leq - \frac{k}{T_x^2} e^{-\frac{t_1}{T_x}} \int_0^{t_1} X(\tau) e^{\frac{\tau}{T_x}} d\tau + \frac{kX(t_1)}{T_x}.$$

Учитывая, что $a + bt_1 = \frac{1}{T_x}$,

получим

$$e^{-\left(a + \frac{bt_1}{2}\right)t_1} \int_0^{t_1} X(\tau) (a + b\tau) e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} d\tau \geq \\ \geq \frac{1}{T_x} e^{-\frac{t_1}{T_x}} \int_0^{t_1} X(\tau) e^{\frac{\tau}{T_x}} d\tau, \quad (22)$$

что противоречит неравенству (17). Теорема доказана.

Пример:

Пусть $X(t) = X = \text{const}$. Тогда из (22) следует

$$1 - e^{-\left(a + \frac{bt_1}{2}\right)t_1} \geq 1 - e^{-\frac{t_1}{T_x}}.$$

Отсюда

$$\frac{1}{T_x} \leq a + \frac{bt_1}{2}. \quad (23)$$

Поскольку

$$t_1 = \frac{1 - a T_x}{b T_x} \quad (24)$$

из условия равенства коэффициентов в момент времени t_1 , то подставляя в неравенство (23) значение t_1 из (24), получаем

$$\frac{1 - a T_x}{T_x} \leq \frac{b}{2} \frac{1 - a T_x}{b T_x},$$

или $1 \leq \frac{1}{2}$, что невозможно.

Доказательство теоремы II.

Пусть $X(t) = X = \text{const}$.

Тогда найдем t_2 из условия $e=0$:

$$\begin{aligned} kX \left[1 - e^{-\frac{t_2}{T_x}} \right] &= kX \left[1 - e^{-\left(a + \frac{bt_1}{2}\right)t_2} \right]; \\ \frac{t_2}{T_x} &= at_2 + \frac{b}{2} t_2^2; \\ t_2 &= 2 \cdot \frac{1 - a T_x}{b T_x} = 2t_1. \end{aligned} \quad (24)$$

К сожалению, даже среди элементарных функций не существует функций $X(t)$, кроме единичного скачка, для которых было бы справедливо равенство (24). Доказательство этого факта мы не приводим ввиду его чрезмерной громоздкости. Интереснее найти тот класс функций, для которых равенство (24) выполнялось бы приближенно. Будем искать $X(t)$ среди полиномов вида (10). Поскольку в дальнейшем пользоваться функцией $X(t)$ в виде (10) весьма неудобно, то ограничимся многочленом третьей степени вида

$$X(t) = m_0 + m_1 t + m_2 t^2 + m_3 t^3, \quad (25)$$

что отнюдь не исключает общности, но значительно упрощает выкладки. Подставляем $X(t)$ в виде (25) в выражения (15), (16) и вычисляем интегралы при помощи разложения подынтегральных выражений в ряд по $2\frac{t_1}{T_x}$ в момент времени $2t_1$. Тогда (с точностью до членов шестого порядка) получаем выражение для сигнала ошибки $e(2t_1)$:

$$\begin{aligned} e(2t_1) &= T_x^4 b^2 \left\{ m_1 T_x \left[\frac{1}{2 \cdot 3!} \left(2 \frac{t_1}{T_x} \right)^3 + \right. \right. \\ &+ \frac{1}{4!} \left(2 \frac{t_1}{T_x} \right)^4 + \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{8} (T_x^2 b)}{5!} \left(2 \frac{t_1}{T_x} \right)^5 + \dots \left. \right] + \\ &+ m_2 T_x^2 \left[\frac{2}{4!} \left(2 \frac{t_1}{T_x} \right)^4 + \frac{6}{5!} \left(2 \frac{t_1}{T_x} \right)^5 + \dots \right] + \\ &+ m_3 T_x^3 \left[\frac{9}{5!} \left(2 \frac{t_1}{T_x} \right)^5 + \dots \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Из выражения (26) следует, что при малых $b T_x^2$ или $2 \frac{t_1}{T_x}$ ошибка $e(2t_1)$ получается пренебрежимо малой, что позволяет измерять T_x при широком классе входных воздействий на основании выражения (9).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Расстригин. Диагностика систем путем построения их моделей.— Изв. АН Латв. ССР, серия физико-техн. наук, 1964, № 3.
2. М. Марголис, С. Т. Леондес. О теории самонастраивающейся системы регулирования; метод обучающейся модели.— Труды I Международного конгресса Международной федерации по автоматическому управлению, т. II. М., Изд-во АН СССР, 1961.

*Поступила в редакцию
9 февраля 1965 г.*