

П. Е. ТВЕРДОХЛЕБ

(Новосибирск)

**МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ
ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЦИФРАТОРОВ,
РАБОТАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ**

Описана методика построения законов распределения погрешностей многоразрядных (в десятичном исчислении) цифраторов, работающих в условиях импульсных помех ограниченной длительности. Предполагается, что известными являются законы распределения измеряемой величины и помехи, а также закон функционирования цифратора в виде диаграммы состояний.

Методика найдет применение при сравнительных исследованиях законов распределения погрешностей цифраторов, при оценке их помехоустойчивости и при оценке эффективности различных мер повышения достоверности результатов измерения.

В результирующую погрешность цифраторов, помимо погрешности дискретности, входят многочисленные составляющие. Наиболее значительные из них обусловлены несовершенством и нестабильностью (во времени; при изменении температуры, давления, влажности окружающей среды и т. п.) промежуточных преобразователей, устройств сопоставления и формирования известных величин, а также внешними помехами*, динамическими свойствами измеряемой величины и т. д. Эффективность борьбы с этими погрешностями существенным образом зависит от знания их свойств и особенностей.

Изучению составляющих результирующей погрешности цифраторов посвящено довольно много работ. Однако в большинстве из них анализируются погрешности, возникающие из-за несовершенства и нестабильности элементов цифраторов. Это, на наш взгляд, является явно неудовлетворительным, поскольку в ряде практических случаев мало изученные составляющие оказываются преобладающими в результирующей погрешности. Так, цифраторы часто работают в условиях сильных внешних помех, которые являются причиной больших погрешностей измерения. Особенно большое влияние помехи оказывают в тех случаях, когда измерению подлежат сигналы низкого уровня (десятки и сотни милливольт).

Стремление уменьшить влияние внешних помех приводит, в частности, к необходимости исследования свойств и особенностей погрешностей, вызываемых в цифраторах импульсными помехами. Характер погрешностей такого рода случайный в силу случайного характера самих помех. При многократных измерениях распределение погрешностей

* В основном имеются в виду промышленные помехи.

по величине подчинено объективным закономерностям и может быть описано законом плотности вероятностей.

Однако осуществление подобных исследований существенным образом затрудняется из-за отсутствия методик их проведения. Известна, правда, методика изучения помехоустойчивости способов кодирования [1]. Тем не менее для широкого пользования она не может быть рекомендована вследствие жестких ограничений, накладываемых на амплитуду импульсной помехи, свойства измеряемой величины, класс исследуемых цифраторов и т. п.

Таким образом, необходимость исследования функционирования цифраторов в условиях импульсных помех, а также ограниченность существующих методик их проведения обуславливают актуальность дальнейших работ, направленных на создание новых методик исследования.

В настоящей работе предлагается методика построения закона распределения погрешностей, возникающих при работе многоурядных цифраторов в условиях импульсных помех произвольной амплитуды. Известными считаются свойства измеряемой величины и помехи, а также законы функционирования цифраторов. Поскольку свойства импульсных помех и законы функционирования цифраторов могут быть разнообразными, то на них накладываются следующие ограничения:

1. Исследованию подлежат цифраторы поразрядного и развертывающего уравнивания.

2. Если $t=1, 2, \dots, b$ — номера тактов измерения длительностью Δt , то рассматриваются импульсные помехи, для которых $\tau_{\max} < \Delta t$, где τ_{\max} — максимально возможная длительность помехи.

3. Амплитуда импульса помехи может изменяться в пределах $\pm \delta \Delta$, где δ — количество полуинтервалов шкалы*.

4. Свойства помехи описываются законом распределения вероятностей $\Phi(\eta)$.

5. Действие помехи возможно на каждом из тактов сопоставления. Значение помехи η_i и η_{i+1} соответственно на i -м и $(i+1)$ -м тактах независимы. Статистические свойства η_i и η_{i+1} сохраняются одинаковыми.

6. Значения измеряемой величины u_x и помехи η аддитивны, т. е. измерению подлежит величина $z = u_x + \eta$.

При разработке методики предполагалось, что все остальные составляющие результирующей погрешности (за исключением погрешности дискретности) отсутствуют.

ОПИСАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЦИФРАТОРОВ С ПОМОЩЬЮ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЙ

Функционирование цифраторов в условиях импульсных помех удобно описывать с помощью диаграмм состояний. Достоинство этого способа состоит в том, что простое описание функционирования цифратора сочетается с обзримостью и наглядностью его работы в течение всех временных тактов. Помимо этого, на диаграмме состояний возможно отобразить ту вероятностную ситуацию, с которой сталкивается исследователь при анализе работы цифратора в условиях действия импульсных помех.

* Здесь и далее используется терминология, принятая в [2].

Возможность диаграммного описания функционирования цифраторов вытекает из рассмотрения укрупненной структурной схемы таких устройств (рис. 1). Здесь УС — устройство сопоставления измеряемой величины y_x с делениями шкалы a_i ($i=0, 1, \dots, k-1$), а УФДШ — устройство формирования делений шкалы.

Входная величина УФДШ может принимать значения p_0 , если $y_x < a_i$, и p_1 , если $y_x \geq a_i$. Выходная величина может принимать k значений a_i ($i=0, 1, \dots, k-1$, где k — число делений цифратора). Работа устройства протекает в дискретные моменты времени $t=1, 2, \dots, b$. Все это позволяет рассматривать УФДШ как некоторый конечный автомат.

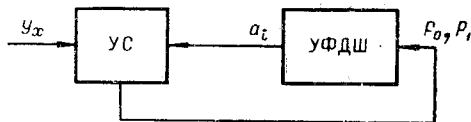


Рис. 1.

Известно [3], что конечный автомат описывается каноническими уравнениями:

$$c(t) = \Phi(c(t-1), v(t)); \quad (1)$$

$$\lambda(t) = \Pi(c(t)), \quad t=1, 2, \dots,$$

где $c(t)$, $c(t-1)$ — состояния автомата соответственно на t и $t-1$ тактах работы;

$v(t)$, $\lambda(t)$ — соответственно входная и выходная переменные автомата.

Число состояний конечного автомата (c_0, c_1, \dots, c_{r-1}), а также число значений входной ($v_0, v_1, \dots, v_{\varepsilon-1}$) и выходной ($\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{\psi-1}$) переменных принято считать конечными.

В связи с этим условимся считать, что получение на выходе УФДШ деления a_i означает фиксацию в нем состояния c_i , а изменение деления a_i на деление a_j означает переход УФДШ из состояния c_i в c_j . Очевидно, что общее число состояний УФДШ будет равно числу делений шкалы, т. е. $r=k$.

Согласно (1), значения выходной переменной УФДШ являются функциями его состояний c_0, c_1, \dots, c_{k-1} , т. е.

$$\lambda_0 = \Pi(c_0) = a_0, \lambda_1 = \Pi(c_1) = a_1, \dots, \lambda_{k-1} = \Pi(c_{k-1}) = a_{k-1}.$$

Значения $v_0, \dots, v_{\varepsilon-1}$ отождествим со значениями входной переменной УФДШ, т. е. примем $v_0=p_0, v_1=p_1$ ($\varepsilon=2$).

Смена делений в УФДШ производится в зависимости от номера такта работы и исхода операции сопоставления и предписывается тем или иным способом измерения. Это означает, что в УФДШ предусматривается заранее определенный порядок изменения состояний, который может быть представлен в виде диаграммы состояний (рис. 2). На рисунке кружками отмечены состояния УФДШ, стрелками указано направление переходов из одного состояния в другое. Рядом с кружками даны значения выходной переменной УФДШ, соответствующие конкретным состояниям.

Устройство сопоставления тоже может быть рассмотрено как конечный автомат. Действительно, входная переменная УС λ_i может принимать конечное число значений a_0, a_1, \dots, a_{k-1} , выходная — значения $v_0=p_0$ и $v_1=p_1$. Значения p_0 и p_1 являются некоторой функцией Π' состояний c_0 и c_1 УС.

Особенность УС как конечного автомата состоит в том, что его текущее состояние определяется не только состоянием в предыдущий момент времени и значением входной переменной a_i , но и значением ве-

личины $z(t) = y_x + \eta$. В этом случае уравнения функционирования УС имеют следующий вид:

$$c'(t) = \Phi'(c'(t-1), a_i(t)z(t)); v(t) = \Pi'(c'(t)), t = 1, 2, \dots$$

Поскольку при измерении величина $z(t)$ вследствие наличия составляющей η может изменяться случайным образом, то значения p_0 и p_1 на каждом из тактов появляются соответственно с вероятностями α_0 и α_1 , причем $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$. Поэтому переход УФДШ в одно из двух возможных состояний будет также происходить случайным образом. Вероятности переходов на диаграмме рис. 2 указаны рядом со стрелками.

Для примера на рис. 3 и 4 приведены диаграммы состояний конкретных цифраторов. Первая из них описывает функционирование цифратора поразрядного уравнивания с двоичной системой кодирования, вторая — функционирование цифратора развертывающего уравнивания. Число делений шкалы, а следовательно состояний этих устройств, принято равным 1000. Назовем состояния c_{512} (см. рис. 3), c_0 (см. рис. 4), соответствующие началу измерения, начальными, а состояния c_0, c_1, \dots, c_{999} (см. рис. 3, 4), соответствующие окончанию измерения, — конечными.

Укажем на необходимое в дальнейшем правило вычисления вероятностей перехода цифратора из начального состояния в одно из конечных. Для этого воспользуемся диаграммой состояний цифратора, показанной на рис. 2. Начальным состоянием этого устройства является c_{01} , конечными состояниями будут $c_{05}, c_{15}, \dots, c_{15(5)}$. Согласно допущениям, принятым ранее, вероятности переходов цифраторов из состояния в состояние на тактах $t=1, 2, \dots$ считаются независимыми. Тогда вероятность перехода цифратора из состояния c_{01} в состояния $c_{05}, c_{15}, c_{15(5)}$ будут соответственно равны:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \alpha_{01}\alpha_{02}\alpha_{03}\alpha_{04}; \\ \gamma_1 &= \alpha_{01}\alpha_{02}\alpha_{03}\alpha_{14}; \\ \gamma_2 &= \alpha_{01}\alpha_{03}\alpha_{13}\alpha_{24}; \\ &\dots \\ \gamma_{15} &= \alpha_{11}\alpha_{32}\alpha_{73}\alpha_{15(5)}. \end{aligned} \quad (2)$$

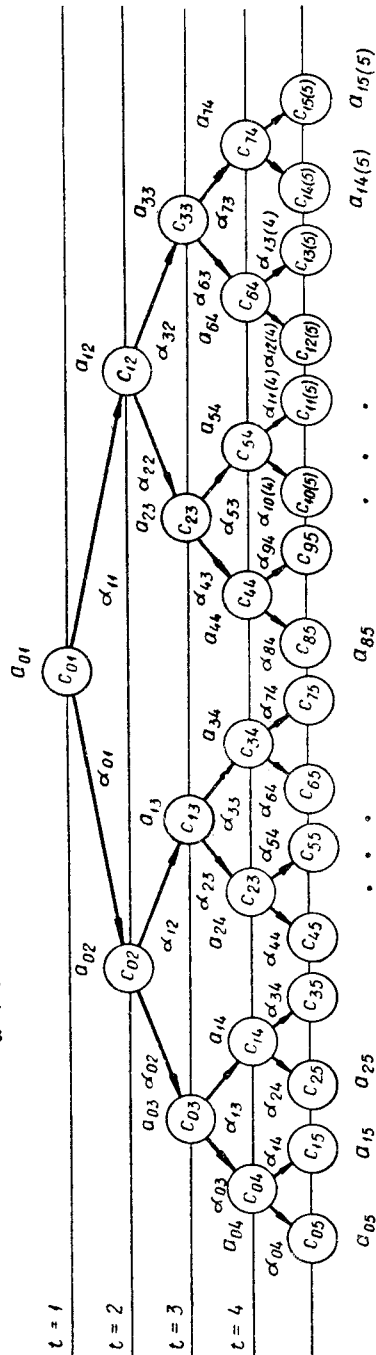


Рис. 2.

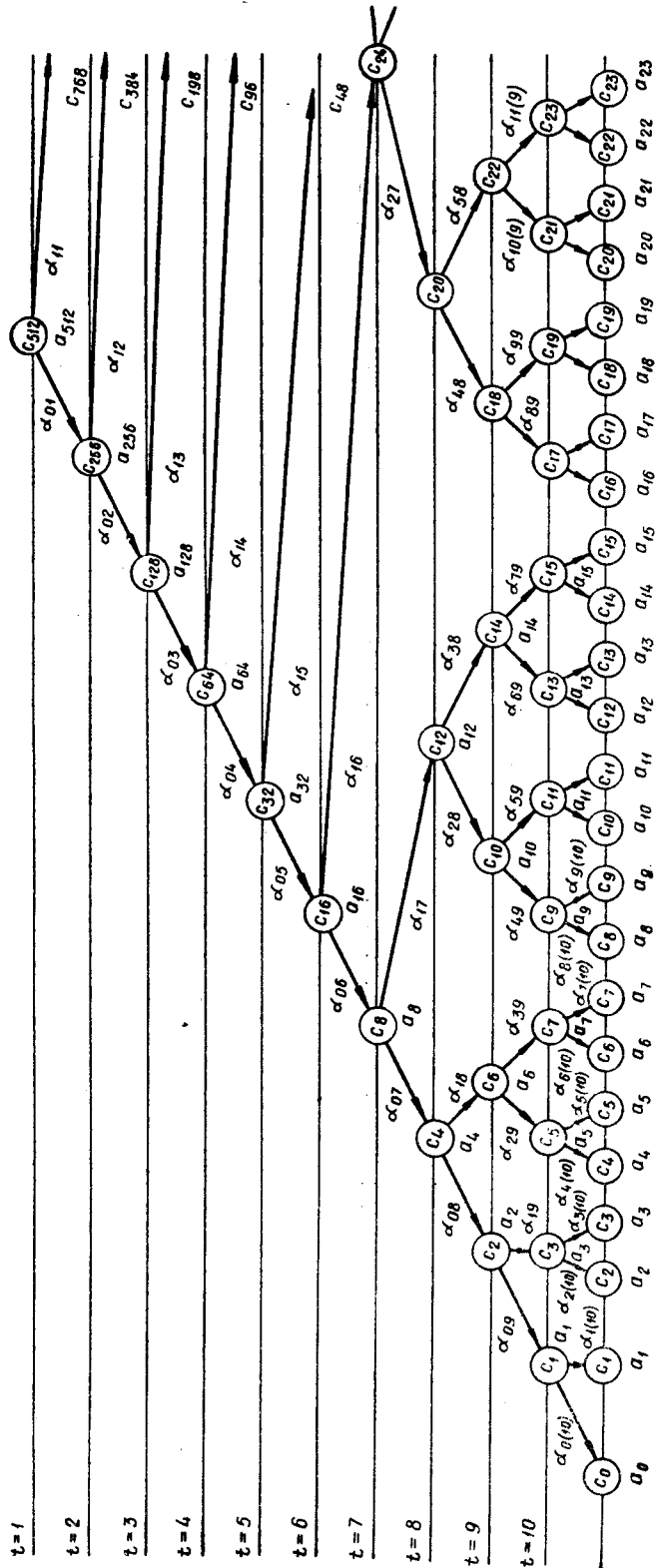


Рис. 3.

Таким образом, вероятность перехода цифратора из начального состояния в произвольное из конечных равна произведению вероятностей отдельных переходов на пути из начального состояния в интересующее нас конечное состояние.

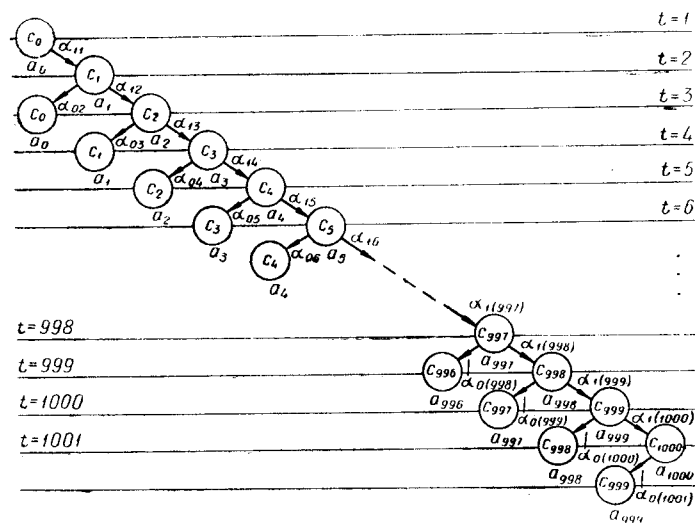


Рис. 4.

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЦИФРАТОРА

При построении закона распределения погрешностей на выходе цифратора учтем два важных обстоятельства.

Во-первых, известно [4], что законы распределения погрешностей в различных точках шкалы измерительных устройств (частные законы распределения) неодинаковы. Вследствие этого возникает неопределенность в выборе такого из них, который служил бы характеристикой работы цифратора. С целью устранения этой неопределенности в [4] рекомендуется находить усредненный (по шкале) закон распределения.

Во-вторых, цифраторы очень часто используются в режиме многоточечных измерений, при которых значения величины y_x в различных точках исследуемого или контролируемого объекта распределены по всему диапазону ($y_{\min} \div y_{\max}$). Очевидно, что усредненный закон распределения погрешностей, а следовательно, и его числовые характеристики будут зависеть и от распределения измеряемой величины. В дальнейшем полагаем, что распределение измеряемой величины в диапазоне ($y_{\min} \div y_{\max}$) описывается плотностью вероятностей $i(y)$ (рис. 5).

В нашем случае в отличие от работы [4] предполагается, что частные законы распределения заранее неизвестны, а следовательно, их необходимо определить аналитически, исходя из плотностей вероятностей измеряемой величины и помехи, а также из известного закона функционирования цифратора. Число частных законов принимается конечным и равным числу полуинтервалов шкалы цифратора. Каждый из них характеризует распределение погрешностей по отношению соответствующих им полуинтервалов шкалы. Иначе говоря, i -й частный закон

($i=0, 1, \dots, k-1$) указывает на вероятности того, что величина $z = y_x \pm \delta\Delta$, где y_x приняло значение полуинтервала Y_i , в результате измерения будет отнесена к полуинтервалам (см. рис. 5)

$$Y_{i-\delta}, Y_{i-\delta+1}, \dots, Y_i, \dots, Y_{i+\delta-1}, Y_{i+\delta}. \quad (3)$$

Вероятности, соответствующие полуинтервалам (3), обозначим символами:

$$\gamma_{i-\delta}(y/Y_i), \gamma_{i-\delta+1}(y/Y_i), \dots, \gamma_i(y/Y_i), \dots, \gamma_{i+\delta-1}(y/Y_i), \gamma_{i+\delta}(y/Y_i). \quad (4)$$

Частные законы являются исходными при построении усредненного по шкале закона распределения погрешностей. Усреднение производится с учетом плотности вероятностей измеряемой величины.

Если

$$\beta_i(y) = \int_{i\Delta}^{(i+1)\Delta} f(y) dy, \quad i = 0, 1, \dots, k-1 \quad (5)$$

вероятность нахождения значения измеряемой величины в полуинтервале Y_i , то усредненные по шкале вероятности отнесения z к полуинтервалам (3) вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} G_{i-\delta} &= \sum_{i=0}^{k-1} \beta_i(y) \gamma_{i-\delta}(y/Y_i); \\ G_{i-\delta+1} &= \sum_{i=0}^{k-1} \beta_i(y) \gamma_{i-\delta+1}(y/Y_i); \\ &\dots \dots \dots \\ G_i &= \sum_{i=0}^{k-1} \beta_i(y) \gamma_i(y/Y_i); \\ &\dots \dots \dots \\ G_{i+\delta-1} &= \sum_{i=0}^{k-1} \beta_i(y) \gamma_{i+\delta-1}(y/Y_i); \\ G_{i+\delta} &= \sum_{i=0}^{k-1} \beta_i(y) \gamma_{i+\delta}(y/Y_i). \end{aligned} \quad (6)$$

Значения усредненных вероятностей (6) представляют собой интересующий нас закон распределения погрешностей.

Рассматривая правые части выражений (6), можно видеть, что получение усредненных вероятностей связано с предварительным вычислением значений вероятностей (4) и (5).

Вероятности $\beta_i(y)$ при известном $f(y)$ вычисляются по формуле (5). Что касается вероятностей (4), то их вычисление производится следующим образом.

Отнесение величины z к одному из полуинтервалов шкалы можно истолковать как переход цифратора из начального состояния в одно из конечных. Тогда вероятности (4) могут рассматриваться как вероятно-

сти перехода цифратора (в данных условиях работы)* из начального состояния в некоторые $2\delta + 1$ конечных состояний, соответствующих полуинтервалам (3). Исходя из этого, вероятности (4) можно вычислять по формулам (2). Однако при этом необходимо знать значения вероятностей переходов цифратора на тактах $t=1, 2, \dots, b$. Эти значения могут

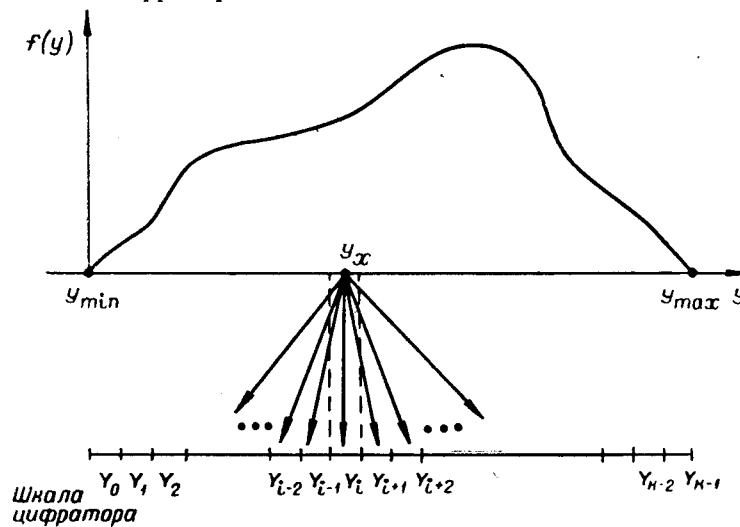


Рис. 5.

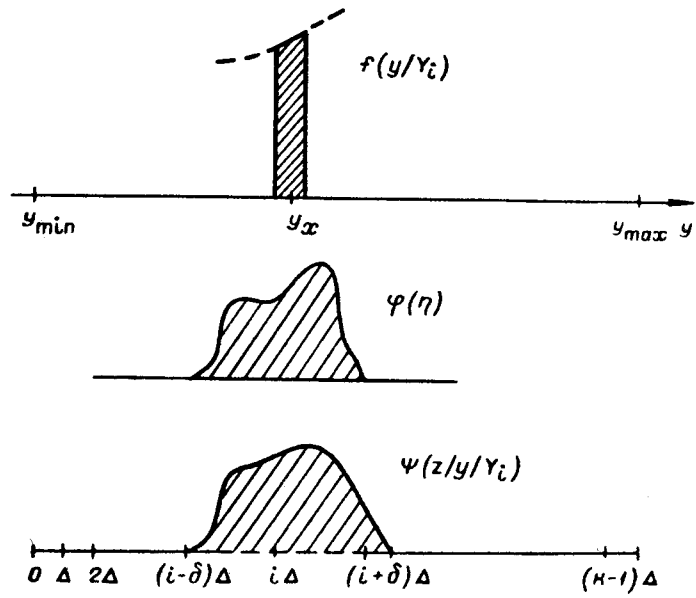
быть получены так. Если $f(y/Y_i)$ — плотность распределения значений измеряемой величины в полуинтервале Y_i , а $\varphi(\eta)$ — плотность распределения помехи в диапазоне $\pm \delta \Delta$, то величина $z = y_x + \eta$ будет распределена по условному закону $\psi(z/y/Y_i)$ (рис. 6), который представляет собой композицию законов $f(y/Y_i)$, $\varphi(\eta)$ и определяется по известной формуле:

$$\psi(z/y/Y_i) = \int_{-\delta \Delta}^{+\delta \Delta} f(y/Y_i) \varphi(z-y) dy. \quad (7)$$

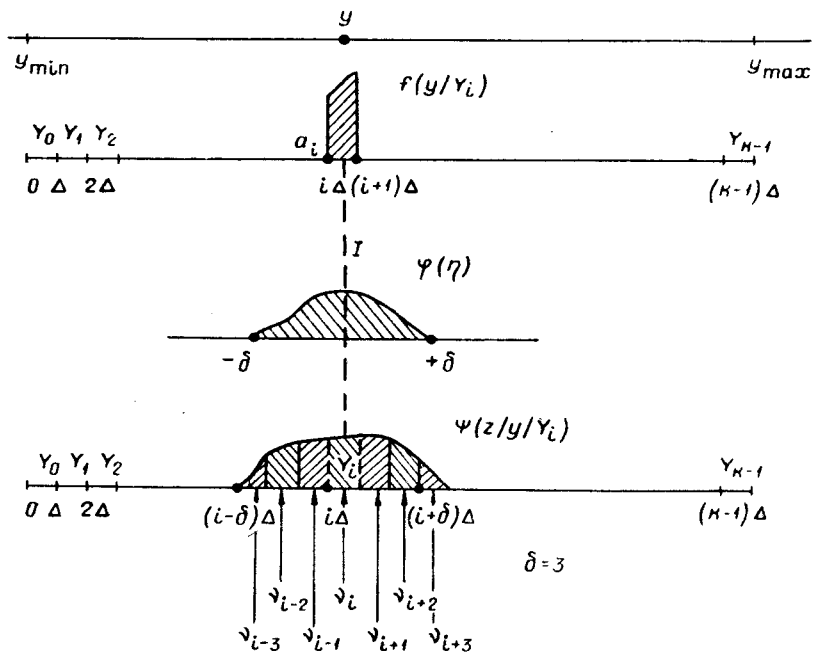
Располагая законом (7), легко вычислить вероятности нахождения величины z в пределах каждого из полуинтервалов (3). Они соответственно равны (рис. 7):

$$\begin{aligned} v_{i-\delta} &= \int_{(i-\delta)\Delta}^{(i-\delta+1)\Delta} \psi(z/y/Y_i) dz; \\ &\dots \dots \dots \\ v_i &= \int_{i\Delta}^{(i+1)\Delta} \psi(z/y/Y_i) dz; \\ &\dots \dots \dots \\ v_{i+\delta} &= \int_{(i+\delta)\Delta}^{(i+\delta+1)\Delta} \psi(z/y/Y_i) dz. \end{aligned} \quad (8)$$

* Измеряемая величина y_x принимает значение полуинтервала Y_i , и на входе действует помеха $\eta = \pm \delta \Delta$.



Puc. 6.



Puc. 7.

Величина z измеряется путем сопоставления ее с делениями шкалы, последовательность выдачи которых определяется диаграммой состояний. Пусть a_{jt}^* ($j = 0, 1, 2, \dots, k-1$; $t = 1, 2, 3, \dots$) — одно из таких делений. Примем также:

1. a_{jt} входит в состав делений шкалы, которые образуют полуинтервалы (3). Тогда вероятности того, что на такте t величина z окажется меньше (исход p_0) или больше (исход p_1) деления a_{jt} , будут соответственно равны:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{0t} &= \nu_{i-\delta} + \nu_{i-\delta+1} + \dots + \nu_{j-1} \\ \alpha_{1t} &= \nu_j + \nu_{j+1} + \dots + \nu_i + \dots + \nu_{i+\delta} \end{aligned} \right\}, \text{ если } j < i;$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{0t} &= \nu_{i-\delta} + \nu_{i-\delta+1} + \dots + \nu_i + \dots + \nu_{j-1} \\ \alpha_{1t} &= \nu_j + \nu_{j+1} + \dots + \nu_{i+\delta} \end{aligned} \right\}, \text{ если } j > i; \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{0t} &= \nu_{i-\delta} + \nu_{i-\delta+1} + \dots + \nu_{i-1} \\ \alpha_{1t} &= \nu_i + \nu_{i+1} + \dots + \nu_{i+\delta} \end{aligned} \right\}, \text{ если } j = i.$$

Для деления шкалы $a_{\xi(t+1)}$ вероятности $\alpha_{0(t+1)}$, $\alpha_{1(t+1)}$ вычисляются также по выражениям (9). Для этого индекс j в (9) необходимо заменить на ξ .

2. a_{jt} не входит в состав делений шкалы, которые образуют полуинтервалы (3), т. е. $j \leq (i - \delta)$. Тогда

$$\alpha_{0t} = 0; \quad \alpha_{1t} = 1. \quad (10)$$

3. a_{jt} не входит в состав делений шкалы, которые образуют полуинтервалы (3), т. е. $j \geq (i + \delta + 1)$. Тогда

$$\alpha_{0t} = 1; \quad \alpha_{1t} = 0. \quad (11)$$

Очевидно, что таким способом могут быть вычислены переходные вероятности для всех состояний диаграммы переходов. Используя теперь выражения (2), вычисляем значения вероятностей (4).

Значения вероятностей $\beta_{i+1}(y)$ и

$$\begin{aligned} &\gamma_{i-\delta+1}(y/Y_{i+1}), \gamma_{i-\delta+2}(y/Y_{i+1}), \dots, \gamma_{i+1}(y/Y_{i+1}), \dots, \\ &\dots, \gamma_{i+\delta}(y/Y_{i+1}), \gamma_{i+\delta+1}(y/Y_{i+1}) \end{aligned}$$

вычисляются аналогичным образом при условии, что измеряемая величина принимает значение полуинтервала Y_{i+1} . Свойства помехи при этом сохраняются неизменными (рис. 8).

Итак, закон распределения погрешностей цифратора, характеризующий его работу в условиях импульсных помех, можно построить, следуя предписаниям:

1. Найти значения вероятностей $\beta_i(y)$ ($i = 0, 1, \dots, k-1$), используя формулу (5).

2. По формуле (7) найти плотность распределения величины z , т. е. получить законы $\psi(z/y/V_i)$ ($i = 0, 1, \dots, k-1$) в предположении, что

* При $t=1$ (см. рис. 2) им может быть a_{01} , при $t=2$ — a_{02} или a_{12} при $t=3$ — a_{03} , a_{13} , a_{23} или a_{33} и т. д.

измеряемая величина y_x принимает последовательно значения полуинтервалов шкалы Y_i ($i=0, 1, \dots, k-1$). Эти законы являются исходными при вычислении $(2\delta+1)$ вероятностей (8) для каждого i .

3. Располагая диаграммой состояний цифратора, для каждого i вычислить значения переходных вероятностей. Вычисление производится по формулам (9), (10), (11). Переходные вероятности являются исходными для вычисления по формулам (2) вероятностей (4).

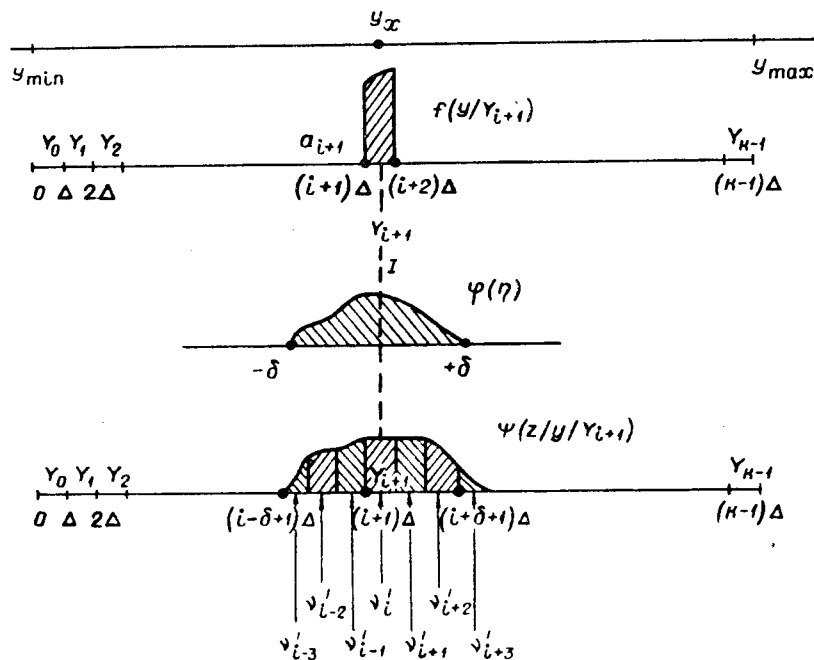


Рис. 8.

4. Полученные в пп. 1 и 3 вероятности подставить в формулы (6) и произвести необходимые вычисления.

Следует отметить, что при сложных законах распределения измеряемой величины и помехи и при больших значениях k, δ объем вычислений может оказаться весьма большим. В этих случаях вычисление усредненного закона распределения погрешностей цифраторов целесообразно проводить на цифровых вычислительных машинах. Однако в некоторых случаях, например при небольших значениях δ и равномерной плотности распределения измеряемой величины, объем вычислений существенным образом уменьшается.

Некоторые числовые характеристики законов распределения погрешностей могут рассматриваться в качестве показателей помехоустойчивости цифраторов. Например, показатель G_i характеризует усредненную по шкале вероятность правильного измерения, показатель $G_{i-\delta_1} + G_{i-\delta_1+1} + \dots + G_i + \dots + G_{i+\delta_1-1} + G_{i+\delta_1}$ при $\delta_1 < \delta$ — вероятность попадания результата измерения в заранее заданный интервал (интервал задается числом δ_1), показатель $G_{i-\delta} + G_{i-\delta+1} + \dots + G_{i-1}$ — вероятность получения результатов измерения с отрицательными ошибками, показатель $G_{i+1} + G_{i+2} + \dots + G_{i+\delta}$ — вероятность получения результатов измерения с положительными ошибками и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Волгин. О выборе оптимальной системы кодирования чисел в цифровых вольтметрах с кодоимпульсным преобразованием.— Цифровая электронизмерительная техника, вып. 9. М., ОНТИПРИБОР, 1964.
2. П. Е. Твердохлеб. О наборе элементов для построения моделей цифраторов.— Автометрия, 1965, № 2.
3. М. Л. Цетлин. О поведении конечных автоматов в случайных средах.— Автоматика и телемеханика, 1961, т. 22, № 10.
4. Я. А. Купершмидт. К определению критериев помехоустойчивости и точности телеизмерения.— Автоматика и телемеханика, 1964, т. 25, № 8.

*Поступила в редакцию
6 мая 1965 г.,
после переработки —
30 июня 1965 г.*
