

Е. Г. АБАРИНОВ, И. Л. ШАИН

(Баку)

ВЛИЯНИЕ КВАДРАТУРНОГО СИГНАЛА НА РАБОТУ АВТОМАТИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ С ТРАКТОМ ДЕМОДУЛЯТОР-МОДУЛЯТОР

В автоматических измерительных приборах переменного тока, содержащих тракт двойного преобразования демодулятор-модулятор, квадратурный сигнал приводит к погрешности измерения. В результате анализа найдены условия, при которых погрешность, вызываемая квадратурным сигналом, оказывается допустимой, и даны простые формулы для выбора наименьшей постоянной времени фильтра демодулятора.

Во многих автоматических измерительных приборах переменного тока применяется тракт двойного преобразования демодулятор-модулятор [1—4]. Зачастую тракт двойного преобразования работает с большим квадратурным сигналом на входе, что приводит к значительным погрешностям даже при условии идеального фазочувствительного выпрямления.

В статье проводится анализ влияния квадратурного сигнала на работу автоматического однореохордного компенсатора переменного тока [3], однако полученные результаты могут быть использованы при расчете любых измерительных систем, содержащих тракт двойного преобразования.

В однореохордном автоматическом компенсаторе переменного тока [3, 4], блок-схема которого приведена на рис. 1, используется двухполупериодный фазочувствительный выпрямитель (ФЧВ) ключевого типа.

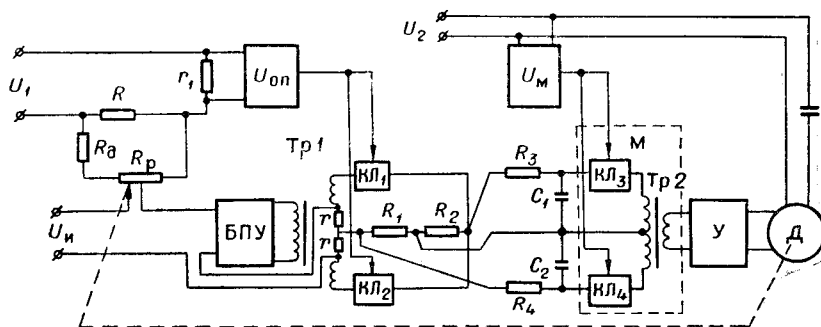


Рис. 1.

Получаемое на выходе ФЧВ постоянное напряжение, пропорциональное разбалансу по синфазному сигналу на входе усилителя, выделяется фильтром R_3C_1 и R_4C_2 , преобразуется модулятором М в переменное напряжение, усиливается усилителем У и подается на исполнительный двигатель Д. Исполнительный двигатель перемещает движок реохорда и вводит во входной измерительный контур компенсирующее напряжение. При этом постоянная составляющая напряжения на выходе ФЧВ уменьшается и при достижении нулевого значения исполнительный двигатель останавливается. Двигатель обладает фазочувствительными свойствами и реагирует лишь на напряжение, совпадающее по фазе с модулирующим напряжением U_m .

В таком автокомпенсаторе после уравнивания синфазной составляющей на выходе ФЧВ остаются сигналы от квадратурной составляющей (отрезки косинусоиды), которые после модуляции могут дать на выходе модулятора (в зависимости от величины угла φ между опорными напряжениями $U_{оп}$ и U_m) как напряжение, совпадающее по фазе с U_m (синфазная помеха), так и напряжение, сдвинутое относительно него на 90° (квадратурная помеха).

Синфазная помеха создает погрешность в измерении полезного синфазного сигнала. Квадратурная помеха на работу двигателя не влияет, однако может привести к насыщению усилителя, а следовательно, и к погрешности измерения.

На рис. 2 представлены временные диаграммы напряжений на выходе ФЧВ (а, б) и на выходе модулятора (в, г) для нескольких значений углов φ при отсутствии сглаживающего фильтра между ФЧВ и М и наличии на входе ФЧВ только квадратурного сигнала. Точками обозначена первая гармоника этих сигналов, фаза которой, как видно из рисунка, зависит от угла φ .

Рассматривая зависимость фазы основной гармоники выходного сигнала от угла φ (см. рис. 2, в, г, д, е, ж), можно было бы предложить устанавливать угол φ равным $0, 90, 180^\circ$, когда синфазная помеха равна нулю. Однако при этом оказывается большой квадратурная помеха, что может привести к перегрузке усилителя. Кроме того, при $\varphi = 90^\circ$ значительно увеличивается амплитуда высших гармоник на выходе модулятора. Поэтому для уменьшения величин квадратурной помехи и номеров высших гармоник после ФЧВ следует устанавливать сглаживающий фильтр. Выбор необходимой постоянной времени фильтра является весьма критичным, поскольку от последней зависят не только погрешности измерения, но и динамические свойства компенсатора. В связи с этим представляет значительный интерес рациональный выбор постоянной времени фильтра и угла сдвига фаз φ между $U_{оп}$ и U_m .

Для определения величин квадратурной и синфазной помех и высших гармоник на выходе модулятора в зависимости от угла φ , когда после ФЧВ стоит

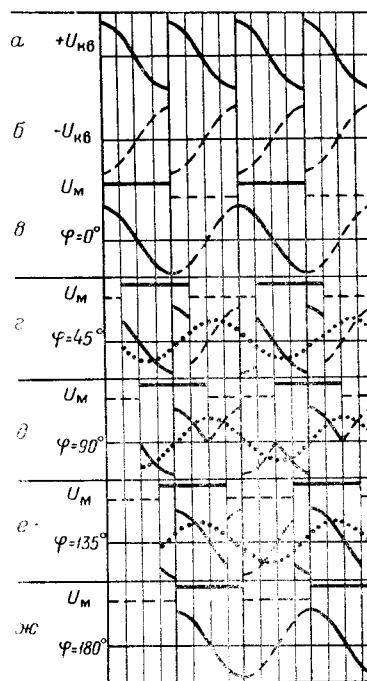


Рис. 2.

фильтр, необходимо решить следующую задачу: найти периодическое решение $u(t)$ установившегося процесса прохождения несинусоидальной функции $e(t) = E \cos \omega t$ ($0 \leq t \leq \frac{T}{2}$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$) с периодом $\frac{T}{2}$ через апериодическое звено с постоянной времени τ ; промодулировать $u(t)$ напряжением с периодом T , фаза которого изменяется от 0 до 180° , и, разложив полученную функцию в отрезке $0 - T$ в ряд Фурье, найти коэффициенты Фурье a_1 и b_1 основной гармоники и коэффициенты Фурье для высших гармоник.

Для нахождения периодического решения при воздействии периодического несинусоидального сигнала применим обобщенное преобразование Лапласа [5]. При этом оригинал периодической искомой функции получается в виде интеграла

$$u(t) = \frac{E}{2\pi j} \int_L \frac{p(1 + e^{-\frac{pT}{2}}) e^{pt}}{(p^2 + \omega^2)(1 + p\tau)(1 - e^{-\frac{pT}{2}})} dp. \quad (1)$$

Разобьем интеграл (1) на две части:

$$u(t) = E(P_1 + P_2); \quad (2)$$

$$P_1 = \frac{1}{2\pi j} \int_L \frac{p e^{pt}}{(p^2 + \omega^2)(1 + p\tau)} dp;$$

$$P_2 = \frac{1}{2\pi j} \int_L \frac{p 2 e^{-\frac{pT}{2}} e^{pt}}{(p^2 + \omega^2)(1 + p\tau)(1 - e^{-\frac{pT}{2}})} dp.$$

Переходя к вычислению P_1 , замечаем, что внутри контура интегрирования имеются две особые точки: $p = +j\omega$ и $p = -j\omega$, являющиеся простыми полюсами.

Воспользовавшись теоремой о вычетах, получим

$$P_1 = \frac{\cos \omega t}{1 + \omega^2 \tau^2} + \omega \tau \frac{\sin \omega t}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (3)$$

Чтобы исключить вычисление вычетов в точках $p_n = \frac{4\pi n}{T} j$ при определении интеграла P_2 , представим его состоящим из двух интегралов:

$$P_2 = P_3 + P_4;$$

$$P_3 = \frac{1}{\pi j} \int_{L_1} \frac{p e^{-p\left(t - \frac{T}{2}\right)}}{(p^2 + \omega^2)(1 + p\tau)(1 - e^{-\frac{pT}{2}})} dp;$$

$$P_4 = \frac{1}{\pi j} \int_{L_2} \frac{p e^{-\frac{pT}{2}} e^{pt}}{(p^2 + \omega^2)(1 + p\tau)(1 - e^{-\frac{pT}{2}})} dp,$$

где L_1 и L_2 — пути интегрирования.

Используя для вычисления этих интегралов теорему о вычетах и лемму Жордана [5, 6], получим $P_3=0$ для интересующего нас случая $t < \frac{T}{2}$ и

$$P_4 = \frac{2e^{-\frac{t}{\tau}}}{(1 + \omega^2 \tau^2) (e^{-\frac{T}{2\tau}} - 1)} \quad \text{для } t > 0. \quad (4)$$

Подставляя выражения (3) и (4) в выражение (2), найдем

$$u(t) = \frac{E}{(1 + \omega^2 \tau^2)} \left[\cos \omega t + \omega \tau \sin \omega t + \frac{2e^{-\frac{t}{\tau}}}{e^{-\frac{T}{2\tau}} - 1} \right].$$

Это выражение для установившегося напряжения $u(t)$ на выходе апериодического звена при подаче на его вход функции $E \cos \omega t$ ($0 \leq t \leq \leq \frac{T}{2}$) пригодно для интервала $0 \leq t \leq \frac{T}{2}$. За пределами этого интервала функция продолжается периодически.

После коммутации напряжения $+u(t)$ и $-u(t)$ модулирующим напряжением U_m с периодом T , фаза которого может изменяться от 0 до 180° , получим сигнал $f(t)$, определяющийся в интервале $0 - T$ следующими формулами:

$$f(t)_1 = +u\left(t + c \frac{T}{2}\right), \quad 0 \leq t \leq \frac{T}{2}(1 - c); \quad (5)$$

$$f(t)_2 = +u\left[t - \frac{T}{2}(1 - c)\right], \quad \frac{T}{2}(1 - c) \leq t \leq \frac{T}{2}; \quad (6)$$

$$f(t)_3 = -u\left[t - \frac{T}{2}(1 - c)\right], \quad \frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}(2 - c); \quad (7)$$

$$f(t)_4 = -u\left[t - \frac{T}{2}(2 - c)\right], \quad \frac{T}{2}(2 - c) \leq t \leq T, \quad (8)$$

где $\frac{T}{2}c$ — угол сдвига φ между $U_{оп}$ и U_m , выраженный во времени;

угол φ изменяется от 0 до 180° , поэтому $0 \leq c \leq 1$.

Ряд Фурье для функции $f(t)$ (см. (5)–(8)) сходится во всех точках, так как функция $f(t)$ является периодической, кусочно-монотонной и ограниченной на отрезке $0 - T$.

Формулы (5)–(8) взяты в такой форме, что при разложении функции $f(t)$ в ряд Фурье в промежутке $0 - T$ коэффициенты Фурье a_1 и b_1 первой гармоники будут равны амплитудам квадратурной и синфазной помех.

При определении коэффициентов Фурье оказывается, что $a_0=0$. Это значит, что квадратурный сигнал после модуляции не дает постоянного напряжения. Амплитуда квадратурной помехи находится из выражения

$$\begin{aligned}
a_1 = & \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}(1-c)} u\left[t + c \frac{T}{2}\right] \cos \omega t dt + \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}(1-c)}^{\frac{T}{2}} u\left[t - \frac{T}{2}(1-c)\right] \times \\
& \times \cos \omega t dt - \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}(2-c)} u\left[t - \frac{T}{2}(1-c)\right] \cos \omega t dt - \\
& - \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}(2-c)}^T u\left[t - \frac{T}{2}(2-c)\right] \cos \omega t dt.
\end{aligned}$$

После упрощения

$$\begin{aligned}
a_1 = & \frac{E}{1 + \omega^2 \tau^2} \left\{ (\omega \tau \sin \pi c + \cos \pi c) \left[1 - 2c - \frac{8\tau}{T(1 + \omega^2 \tau^2)} \right] - \right. \\
& \left. - \frac{2 \sin \pi c}{\pi} + \frac{16\tau}{T(1 + \omega^2 \tau^2)} \frac{e^{-\frac{Tc}{2\tau}}}{e^{-\frac{T}{2\tau}} - 1} \right\}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Аналогично находим выражение для синфазной помехи

$$\begin{aligned}
b_1 = & \frac{E}{1 + \omega^2 \tau^2} \left\{ (\omega \tau \cos \pi c - \sin \pi c) \left[1 - 2c + \frac{8\tau}{T(1 + \omega^2 \tau^2)} \right] + \right. \\
& \left. + \frac{4\tau \sin \pi c}{T} + \frac{16\tau}{T(1 + \omega^2 \tau^2)} \frac{\omega \tau e^{-\frac{Tc}{2\tau}}}{e^{-\frac{T}{2\tau}} - 1} \right\}. \quad (10)
\end{aligned}$$

По формулам (9) и (10) построены зависимости синфазной (штрих-пунктир) и квадратурной (сплошная линия) помех от угла φ ($\varphi = \pi c$, $0 \leq c \leq 1$) для различных τ при $f = 50$ гц и $E = 1$ в (рис. 3.). Как видно из этих графиков, синфазная помеха при изменении угла сдвига φ от 0 до 180° дважды переходит через нуль. Угол, при котором синфазная помеха равна нулю, с увеличением τ приближается к предельной величине: в одном случае к $\varphi_2 = 43^\circ 50'$, в другом — к $\varphi_1 = 136^\circ 15'$. На рис. 4 приведены зависимости углов φ_1 и φ_2 от постоянной времени τ . Можно заметить, что уже при $\tau > 0,1$ сек величины φ_1 и φ_2 практически не зависят от τ .

Вместо громоздких выражений (9) и (10) можно предложить простые формулы, обеспечивающие достаточную точность расчетов. Максимальное значение квадратурной a_{\max} и синфазной b_{\max} помех в интервале $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ может быть определено по формулам:

$$a_{\max} = 1,1 \frac{U_{\text{кв}} K}{\tau} 10^{-3}, \text{ в}; \quad (11)$$

$$b_{\max} = 0,6 \frac{U_{\text{кв}} K}{\tau} 10^{-3}, \text{ в}; \quad (12)$$

где $U_{\text{кв}}$ — величина квадратурной составляющей сигнала на входе компенсатора в вольтах;
 K — коэффициент передачи напряжения от входа компенсатора до выхода ФЧВ;
 τ — постоянная времени фильтра в секундах.

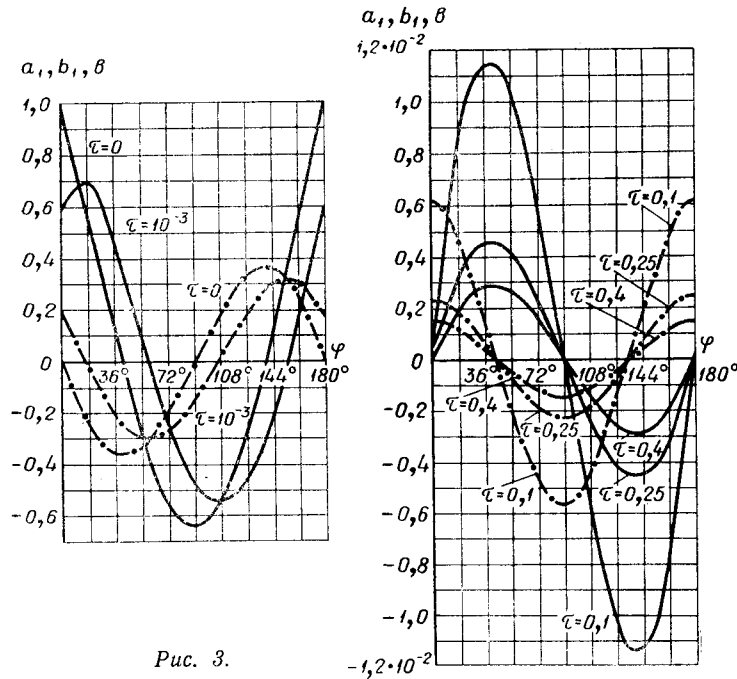


Рис. 3.

Из (11) и (12) можно определить необходимую постоянную времени фильтра в зависимости от допустимой точности измерения или допустимой величины квадратурного сигнала на входе усилителя:

$$\tau = 6 \frac{U_{\text{кв. max}}}{(0,1 \div 0,5) \delta U_{\text{с. max}}} 10^{-2}; \quad (13)$$

$$\tau = 1,1 \frac{U_{\text{кв. max}} K}{a_{\text{доп}}} 10^{-3}, \quad (14)$$

где $U_{\text{кв. max}}$ — максимально возможный квадратурный сигнал на входе компенсатора;

δ — приведенная погрешность измерения прибора в процентах;

$U_{\text{с. max}}$ — максимальный синфазный сигнал (предел измерения компенсатора);

$a_{\text{доп}}$ — допустимая квадратурная помеха на входе оконечного усилителя в вольтах.

Ясно, что с увеличением τ погрешность измерения прибора уменьшается. Однако при этом

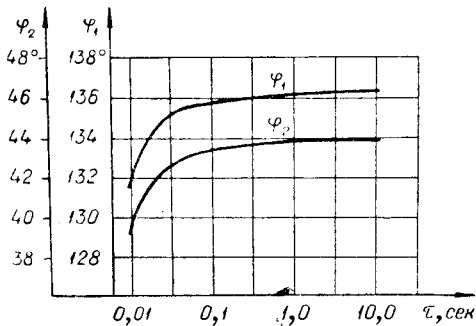


Рис. 4.

ухудшаются динамические свойства компенсатора. Для уменьшения необходимой величины τ при одновременном обеспечении допустимой погрешности измерения следует установить угол сдвига фаз φ таким, чтобы синфазная помеха была равна нулю. Зависимость синфазной помехи от угла φ вблизи перехода через нуль ($\varphi = 33 \div 53^\circ$ и $\varphi = 126 \div 146^\circ$) имеет линейный характер и аппроксимируется (с погрешностью 5%) соотношениями:

$$b = 1,97 \frac{U_{\text{кв}} K}{\tau} \Delta\varphi 10^{-5}, \text{ когда } \varphi = 33 \div 53^\circ;$$

$$b = 1,91 \frac{U_{\text{кв}} K}{\tau} \Delta\varphi 10^{-5}, \text{ когда } \varphi = 126 \div 146^\circ,$$

где $\Delta\varphi$ — угол, отсчитанный от точки, в которой синфазная помеха равна нулю (в градусах).

При установке угла φ , а также вследствие нестабильности элементов фазосдвигающего устройства возможна некоторая погрешность $\Delta\varphi$, с учетом которой постоянная времени фильтра определяется выражением

$$\tau = 1,97 \frac{U_{\text{кв. max}} \Delta\varphi}{(0,1 \div 0,5) \delta U_{\text{с. max}}} 10^{-3}, \text{ сек.} \quad (15)$$

На выходе модулятора в результате демодуляции и модуляции квадратурного сигнала возникают высшие гармоники (3, 5, 7 и т. д.), которые определяются выражениями:

$$b_n = \frac{4E}{1 + \omega^2 \tau^2} \left\{ \frac{n}{\pi (n^2 - 1)} (\cos \pi c - \cos \pi nc) + \right. \\ \left. + \frac{\omega\tau}{\pi (n^2 - 1)} (n \sin \pi c - \sin \pi nc) + \frac{2\tau}{T(e^{-\frac{T}{2\tau}} - 1)} \frac{1}{1 + (\omega n \tau)^2} \times \right. \\ \left. \times [2\omega n \tau e^{-\frac{T_c}{2\tau}} + (\sin \pi nc - \omega n \tau \cos \pi nc) (1 - e^{-\frac{T}{2\tau}})] \right\}; \\ a_n = \frac{4E}{1 + \omega^2 \tau^2} \left\{ \frac{1}{\pi (n^2 - 1)} (\sin \pi c - n \sin \pi nc) - \right. \\ \left. - \frac{\omega\tau}{\pi (n^2 - 1)} (\cos \pi c - \cos \pi nc) + \frac{2\tau}{T(e^{-\frac{T}{2\tau}} - 1)} \frac{1}{1 + (\omega n \tau)^2} \times \right. \\ \left. \times [2e^{-\frac{T_c}{2\tau}} - (\cos \pi nc + \omega n \tau \cdot \sin \pi nc) (1 - e^{-\frac{T}{2\tau}})] \right\},$$

где n — номер гармоники.

Максимальную величину высших гармоник в зависимости от постоянной времени фильтра и угла φ можно найти по следующей формуле:

$$U_n = m_n \frac{K U_{\text{кв}}}{\tau} 10^{-3}, \text{ в.} \quad (16)$$

Коэффициент m_n для соответствующих гармоник приведен в таблице.

В случае установки угла φ величина высших гармоник также определяется выражением (16), но при этом коэффициенты m_n имеют меньшие значения. Если при выбранной постоянной τ амплитуды высших гармоник оказываются значительными, то оконечный усилитель следует выполнять частотноизбирательным.

Пример: $U_{кв.макс} = 20$ мв; $U_{с.макс} = 60$ мв; $K = 100$; $\delta = 0,2\%$; $a_{доп} = 15$ мв.

Определить постоянную времени фильтра, помещенного после ФЧЗ.

Случай I. В приборе не предусматривается подгонка угла φ . По формулам (13) и (14) определяем:

$$\tau = 1,1 \frac{100 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-3} = 0,133 \text{ сек};$$

$$\tau = 6 \frac{20 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 0,2 \cdot 60 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-2} = 1 \text{ сек}.$$

Таким образом, постоянная времени фильтра выбирается равной $\tau = 1$ сек. При этом высшие гармоники имеют значения: $U_3 = 2,2$ мв; $U_5 = 1,02$ мв; $U_7 = 0,74$ мв.

Случай II. Угол сдвига φ устанавливается таким, что синфазная помеха проходит через нуль. Считаем, что погрешность установки угла φ равна $\Delta\varphi = 5^\circ$.

По формулам (14) и (15) определяем:

$$\tau = 1,97 \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 5}{0,1 \cdot 0,2 \cdot 60 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-3} = 0,164 \text{ сек};$$

$$\tau = 1,1 \frac{100 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-3} = 0,133 \text{ сек}.$$

Принимаем $\tau = 0,164$ сек. Для этой постоянной времени по соответствующим графикам (см. рис. 4) находим угол, на который должно быть сдвинуто модулирующее напряжение (с отставанием) относительно опорного: $\varphi = 43^\circ 30'$ (или 136°). При этом величины высших гармоник равны: $U_3 = 7,32$ мв; $U_5 = 4,27$ мв; $U_7 = 1,34$ мв.

Как видно из этого примера, выигрыш в величине постоянной времени фильтра при установке необходимого угла φ весьма существен — в 6 раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Я. Мизюк, В. И. Гольдгеттер. Комплексный компенсатор переменного тока. — Электричество, 1960, № 1.
2. А. М. Мелик-Шахназаров. Электронные автокомпенсаторы переменного тока для геофизических устройств. — Нефть и газ, 1959, № 9.
3. А. М. Мелик-Шахназаров, И. Л. Шайн, Ш. М. Шахмарданов. Автоматический компенсатор переменного тока с астатическо-статическим уравниванием. — Измерительная техника, 1964, № 8.

4. Л. Я. Мизюк, В. И. Гольдгеттер. Автокомпенсационная и дифференциальная схемы переменного тока.— Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды I конференции, 1959 г.). Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
5. Г. М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III. М., Физматгиз, 1963.
6. М. И. Конторович. Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях. М., Гостехиздат, 1955.
7. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М., Физматгиз, 1958.

*Поступила в редакцию
9 июня 1965 г.*
