

## ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ЦЕПИ

УДК 621.317.733.025

Т. А. ЖУРАВЛЕВА, Г. А. ШТАМБЕРГЕР

(Новосибирск)

ОБОБЩЕННЫЕ КРУГОВЫЕ ДИАГРАММЫ  
МОСТОВЫХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Рассматриваются принципы построения обобщенных круговых диаграмм мостовых цепей переменного тока, основанных на исследовании свойств функции отношения двух напряжений, учитывающей связь между параметрами цепи и принятым режимом измерения.

При использовании для измерения параметров электрических цепей мостов переменного тока зачастую желательно уметь произвести качественную оценку процессов, происходящих в цепи, в частности, выяснить возможность приведения ее к заданному состоянию, возможность раздельного уравновешивания и отсчета, а также оценить сходимость. Эта задача для уравновешенных мостов и квазиуравновешенных мостов в скалярных режимах измерения решается с помощью топографических диаграмм [1—3]. Подобные диаграммы представляют собой траектории (линии уравновешивания), по которым перемещаются потенциальные точки отдельных ветвей мостовой цепи при изменении ее параметров. Топографические диаграммы удобно использовать при анализе мостовых цепей (в основном четырехплечих), в которых изменение параметров в одной ветви моста не вызывает никаких изменений в другой. В противном случае графический анализ становится затруднительным.

Можно предложить иной способ построения диаграмм, способ, основанный на исследовании свойств отношения напряжений, между которыми устанавливаются заданные модульные и фазовые соотношения.

Рассмотренные ниже подобные обобщенные диаграммы отражают важнейшую особенность обобщенного уравнения — связь между параметрами цепи и принятым режимом измерения. Благодаря этому свойству обобщенные диаграммы с равным успехом могут быть применены для графического анализа как четырехплечих, так и более сложных (многоплечих, Т-образных и других) уравновешенных и квазиуравновешенных цепей в различных режимах измерения.

Обобщенные диаграммы представляют собой траектории концов вектора отношения двух напряжений цепи  $W$ , между которыми выполняются определенные модульные и фазовые соотношения при изменении параметров цепи. Нетрудно показать, что при регулировании любого параметра конец вектора  $W$  описывает в плоскости  $W$  окружность.

Функция  $W$  является дробно-линейной относительно любого параметра  $p$ , входящего в него:

$$W = u + jv = \frac{e + fp}{g + hp}, \quad (1)$$

где  $u, v$  — действительная и мнимая составляющие  $W$ ;  
 $e, f, g, h$  — в общем случае комплексные коэффициенты, являющиеся различными комбинациями известных параметров цепи и измеряемого сопротивления  $Z_1$ ;  
 $p$  — параметр ( $R_i$  или  $X_i$ ), изменение которого в плоскости  $Z$  можно представить только по прямой.  
Решая (1) относительно  $p$ , получим

$$p = \frac{-ug_1 + vg_2 + e_1 + je_2 - jvg_1 - ju g_2}{uh_2 - vh_2 - f_1 - jf_2 + jvh_1 + ju h_2}.$$

Здесь индексом 1 обозначена действительная компонента соответствующего коэффициента, а индексом 2 — мнимая.

Учитывая, что  $p$  — действительное число, которое может меняться в пределах от нуля до бесконечности, для получения уравнения окружности можно воспользоваться условием

$$\arg[-ug_1 + vg_2 - e_1 + je_2 - jvg_1 - jug_2] = \arg[uh_1 - vh_2 - f_1 - jf_2 + jvh_1 + juh_2] = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} u^2 + v^2 + u \frac{g_2 f_1 + e_2 h_1 - e_1 h_2 - g_1 f_2}{g_1 h_2 - g_2 h_1} + \\ + v \frac{g_1 f_1 - e_2 h_2 + g_2 f_2 - e_1 h_1}{g_1 h_2 - g_2 h_1} + \frac{e_1 f_2 - e_2 f_1}{g_1 h_2 - g_2 h_1} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Из (2) нетрудно определить выражения для координат центра и величины радиуса:

$$u_0 = -\frac{g_2 f_1 + e_2 h_1 - e_1 h_2 - g_1 f_2}{2 [g_1 h_2 - h_1 g_2]},$$

$$v_0 = -\frac{g_1 f_1 - e_2 h_2 + g_2 f_2 - e_1 h_1}{2 [g_1 h_2 - g_2 h_1]},$$

$$r_W = \sqrt{u_0^2 + v_0^2 - \frac{e_1 f_2 - e_2 f_1}{g_1 h_2 - g_2 h_1}}.$$

Если  $r_W$  равно бесконечности, то имеем частный случай окружности — прямую.

При построении любой окружности  $p=var$  полагается, что все параметры цепи, исключая  $p$ , постоянны и определяют координаты ее центра и радиус. Когда же от изменения  $p$  переходят к регулировке параметра  $q$ , ранее считавшегося постоянным, то центр окружности  $p=var$  переместится по линии центров  $q=var$ .

Рассмотрим возможность применения обобщенных круговых диаграмм для графического анализа мостовых цепей в векторном, модульном и фазовом режимах измерения.

В векторном режиме измерения заданному состоянию цепи соответствует строго фиксированная точка в плоскости  $W$  (при равновесии координатами ее будут 1 и 0, при квазиравновесии —  $u$  и  $v$ ).

Следует заметить, что в то время, как в плоскости  $W$  заданному состоянию независимо от структуры цепи и величин параметров всегда соответствует одна и та же точка, при использовании топографических круговых диаграмм цепи положение потенциальных точек даже в одном и том же состоянии для различных структур цепей в зависимости от величин параметров будет различным. Известно, что, например, в момент равновесия моста обе потенциальные точки могут занимать любое положение внутри окружности с диаметром, пропорциональным напряжению питания.

В качестве примера приведения цепи к заданному состоянию рассмотрим уравновешивание мостовой цепи, изображенной на рис. 1. Очевидно, что только те параметры цепи, с помощью которых конец вектора  $W$  приводится в точку  $1,0$ , могут быть использованы в качестве регулируемых.

Пусть в произвольный момент вектор  $W$  на обобщенной диаграмме (рис. 2) с окружностями уравновешивания  $R_3=var$ ,  $R_4=var$  и линиями их центров (ЛЦ)  $R_3=var$  и  $R_4=var$  занимает положение  $A$ . Начав процесс уравновешивания, например с регулировки переменного  $R_3$ , ведем эту регулировку до прихода точки  $A$  в положение  $N_1$ , соответствующее наименьшему значению  $|W|$ .

$$\Delta |W| = |W - 1| = \left| \frac{1}{U_{bc}} (\dot{U}_{ac} - \dot{U}_{bd}) \right| = \frac{1}{|U_{bc}|} \Delta |U_{cd}|.$$

Поскольку установление минимума  $\Delta |W|$  для уравновешенных четырехплечих цепей соответствует минимуму  $\Delta |U_{cd}|$ , то при этом минимальным будет отклонение указателя, реагирующего на модуль разности двух напряжений. В этом случае на диаграмме линия  $BN_1$  будет перпендикулярна к касательной окружности  $R_3=var$  в точке  $N_1$ .

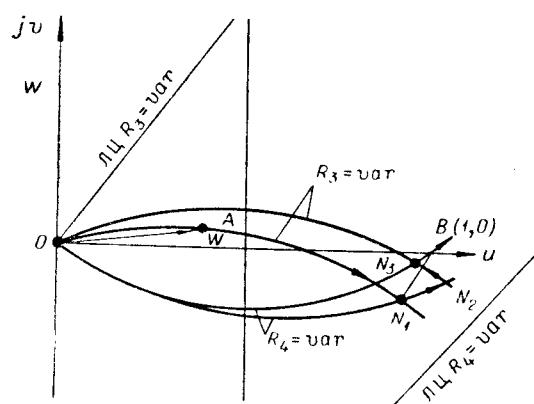


Рис. 2.

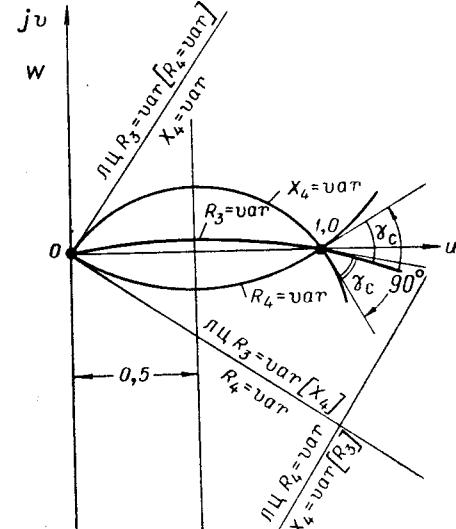


Рис. 3.

Далее переходим к регулированию параметра  $R_4$  до тех пор, пока  $N_1$  не перейдет в точку  $N_2$ , отвечающую аналогичным условиям, и т. д. Путем попеременных регулировок параметров  $R_3$  и  $R_4$  совмещаем точку  $A$  с точкой  $B$  ( $1, 0$ ).

В качестве переменных параметров могут быть выбраны такие  $p$  и  $q$ , которые имеют в момент равновесия реальные, действительные значения (не нулевые, не отрицательные и не бесконечные). При этом цент-

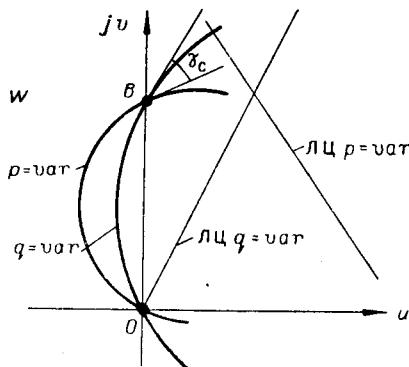


Рис. 4.

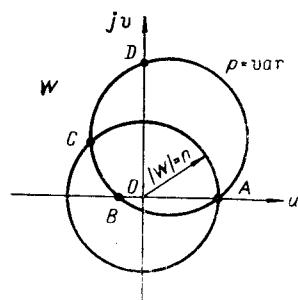


Рис. 5.

ры окружностей ( $p=var; q=var$ ), лежащие на линиях центров (ЛЦ  $p=var$ ; ЛЦ  $q=var$ ), соответствуют реальным значениям  $p$  и  $q$  (рис. 3).

Как известно, оптимальной будет та пара регулируемых параметров ( $p$  и  $q$ ), у которой будет больше угол сходимости  $\gamma_c$ , определяемый следующим выражением [1]:

$$\gamma_c = \arg \frac{\partial \dot{U}_{dc}}{\partial p} - \arg \frac{\partial \dot{U}_{dc}}{\partial q}, \quad (3)$$

где  $\dot{U}_{dc}$  — напряжение в измерительной диагонали.

Если подставить  $\dot{U}_{dc} = \dot{U}_{bc} - \dot{U}_{bd} = \dot{U}_{bd}(W - 1)$  в (3), то

$$\gamma_c = \arg \frac{\partial W}{\partial p} - \arg \frac{\partial W}{\partial q}.$$

На обобщенной круговой диаграмме (см. рис. 3)  $\gamma_c$  представляет собой углом между касательными к соответствующим окружностям  $p=var$  и  $q=var$  в точке равновесия. Для частного случая, когда линия переменного параметра  $p=var$  — прямая,  $\gamma_c$  определяется как угол между этой прямой и касательной к  $q=var$  тоже в точке равновесия.

Как видно, из приведенной диаграммы, наихудшая сходимость для рассматриваемого моста будет иметь место при регулировании  $R_3$  и  $X_4$  ( $\gamma_c = \min$ ) и наилучшая — при  $R_4$  и  $X_4$  ( $\gamma_c = \max$ ). В последнем случае  $\gamma_c = 90^\circ$ , что, согласно [1], соответствует раздельному отсчету  $R_1$  и  $X_1$  измеряемого сопротивления.

Заметим, что выбор регулируемых элементов с точки зрения наилучшей сходимости не всегда является определяющим. Необходимо помнить, что предпочтение отдается активным и емкостным сопротивлениям, а использование индуктивностей крайне нежелательно.

Обобщенные круговые диаграммы квазиуравновешенных мостов, используемых в векторном режиме измерения, аналогичны обобщенным диаграммам уравновешенных мостов. Они отличаются лишь координа-

тами точки, в которую в момент измерения проводится конец вектора  $W$ . На рис. 4 изображена диаграмма моста, приводимого к состоянию, характеризующемуся условием  $W = e^{j\frac{\pi}{2}}$ . И в этом случае есть смысл ввести понятие угла сходимости, а также рассматривать процесс приведения к заданному состоянию, ориентируясь на получение минимального значения  $\Delta|W|$ , соответствующего минимальному отклонению нулевого указателя.

Как известно, при использовании цепи в скалярных режимах измерения состояние квазиравновесия достигается регулировкой только одного элемента. Поэтому с помощью обобщенных круговых диаграмм сравнительно просто оценить возможность приведения цепи к тому или иному состоянию.

В случае использования цепи в модульном режиме измерения установлению равенства или определенного соотношения между модулями напряжений цепи ( $|W| = 1$  или  $|W| = n$ , где  $n$  — действительное число) будет соответствовать на диаграмме пересечение линий переменного параметра  $p=var$  с окружностью радиуса  $|W|=1$  или  $|W|=n$  и центром в начале координат (рис. 5).

Как видно из рис. 5, окружность  $p=var$  и окружность с радиусом  $|W|=n$  пересекаются в двух точках  $A$  и  $C$ . Казалось бы, что рассматриваемое состояние квазиравновесия достигается дважды. Такие случаи возможны, но тем не менее каждый раз необходимо проверять реальность значений параметров в обеих точках. Например, может оказаться, что в  $A$   $p=0$  или  $p=\infty$ , что недопустимо.

При использовании цепи в фазовых режимах измерения, характеризующихся установкой между двумя напряжениями фазовых углов  $\Theta = 0$ ,  $\Theta = \frac{\pi}{2}$  и  $\Theta = \pi$ , годографом вектора  $W$  в общем случае также будет окружность. Пересечение этой окружности с осями координат будет соответствовать возможности выполнения заданных фазовых условий (см. рис. 5, точки  $A$ ,  $B$ ,  $D$ ). Здесь, как и в случае модульного режима измерения, необходимо произвести оценку реальности значений параметра  $p$  в каждой точке. Иногда вместо такой оценки удобнее выделить на линии переменного параметра область реальных значений  $p$ , что упрощает определение возможности приведения цепи к тому или иному состоянию в скалярных режимах измерения.

Итак, при построении обобщенных круговых диаграмм используются свойства функций отношения двух напряжений цепи, между которыми устанавливаются заданные модульные и фазовые соотношения, т. е. учитывается связь между параметрами цепи и принятым режимом измерения. Благодаря этому обобщенные круговые диаграммы удобно использовать при анализе любых мостовых цепей в различных режимах измерения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Карадеев. Специальные методы электрических измерений. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963.
2. К. Б. Карадеев. Мостовые методы измерений. Киев, Гостехиздат УССР, 1953.
3. К. Б. Карадеев, Г. А. Штамбергер. Обобщенная теория мостовых цепей переменного тока. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.

*Поступила в редакцию  
3 июля 1965 г.*