

И. Ф. КЛИСТОРИН, И. И. КОРШЕВЕР
(Новосибирск)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НАПРЯЖЕНИЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ ПУТЕМ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ*

Статья посвящена исследованию цифровых приборов переменного тока, построенных на основе обработки мгновенных значений напряжения. В результате анализа квантования по уровню периодического сигнала для определения его интегральных характеристик с точки зрения общей теории квантования показано, что оптимальным в этом случае является нелинейное квантование, дающее минимальное количество уровней квантования для достижения заданной точности. Предложена универсальная шкала, компромиссная (в смысле экономичности) для сигналов различных форм. Приведена блок-схема цифрового вольтметра переменного тока, основанного на предложенном методе квантования по уровню.

Разработка автоматических цифровых измерительных приборов, предназначенных для измерения напряжения и параметров цепей на постоянном токе, достигла большой степени совершенства. Определенные успехи имеются в приборостроении по созданию подобных приборов для измерения параметров электрических цепей на переменном токе.

Значительно менее разработаны приборы для измерения напряжения переменного тока в широком диапазоне частот. В настоящее время они в основном реализуются как аналоговые линейные преобразователи переменного напряжения в постоянное с дальнейшим измерением последнего с помощью цифрового вольтметра постоянного тока.

Наиболее распространенный преобразователь переменного напряжения в постоянное, в котором операция интегрирования осуществляется с помощью детектирования и амплитудной фильтрации, обладает малым быстродействием, ограниченным частотным диапазоном и пригоден лишь для преобразования синусоидальных напряжений [1]. Несколько более широкие возможности предоставляет метод компарирования, при использовании которого интегрирование производится с помощью какого-либо преобразователя действующего значения напряжения (термистора, лампы накаливания с фотосопротивлением и др.) [2]. Этот метод, безусловно, еще не исчерпал своих возможностей. Однако, его преимущества ограничены предельными возможностями самого компаратора как инерционного элемента, и поэтому ниже 50 *гц* устройства, основанные на этом принципе, работают неустойчиво.

* Материал доложен на VII Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1965 г. в Новосибирске.

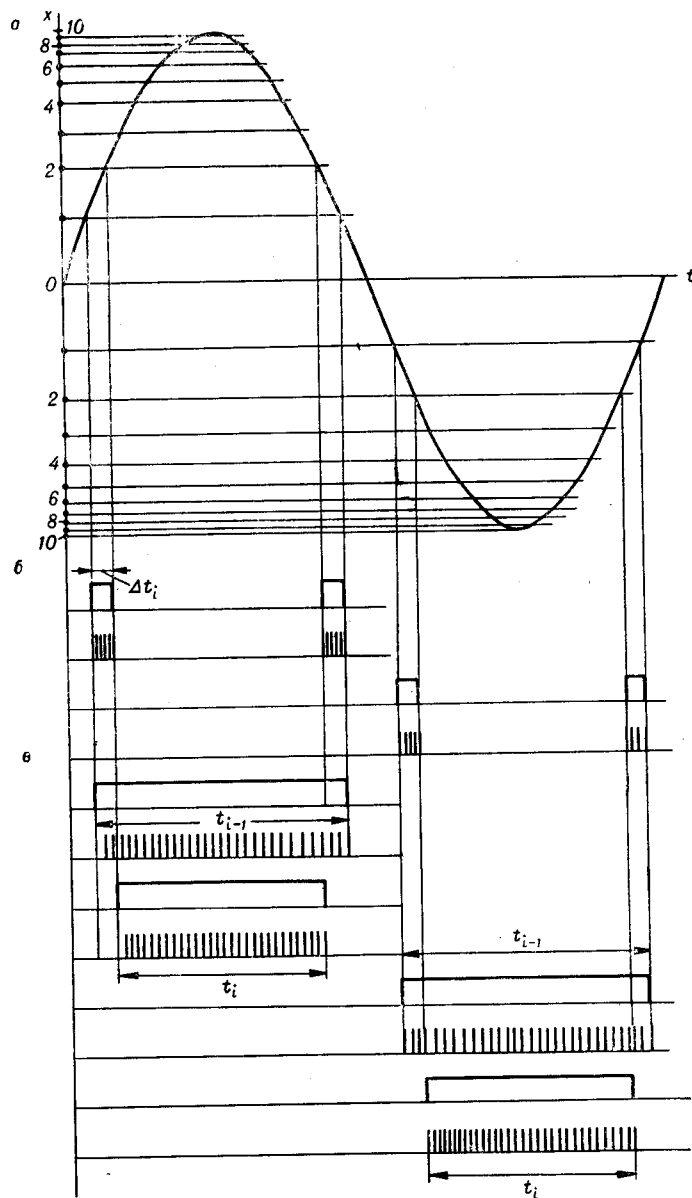


Рис. 1. Неравномерное квантование сигнала по амплитуде.

Таким образом, возможности приборов для измерения переменного напряжения ограничены именно упомянутыми устройствами. Эти устройства являются, по существу, аналоговыми средствами, осуществляющими вычислительные операции, необходимые для получения интегральных характеристик переменных напряжений.

В последнее время привлечено внимание к возможности реализации вычислительных операций, необходимых для получения интегральных характеристик, средствами дискретной обработки [3, 4]. Если сигнал квантован по уровню (рис. 1, а) и известны временные приращения Δt_i , в течение которых сигнал пребывает между $(i - 1)$ и i -м уровнями

квантования, или временные интервалы t_i , в течение которых сигнал пребывает выше i -го уровня ($\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$), причем Δt_i или t_i относятся к середине интервала между i и t_{i-1} -м уровнями, то искомые интегральные характеристики можно записать следующим образом:

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{2T} \sum_1^{n-1} \Delta t_i (x_{i-1} + x_i) = \frac{1}{2T} \sum_1^{n-1} t_i (x_{i+1} - x_{i-1}); \quad (1)$$

где x_i — величина i -го уровня квантования при условии, что $x_0 = 0$ и $t_0 x_1 \rightarrow 0$.

В качестве основных достоинств в этом методе привлекают возможности неограниченного расширения частотного диапазона в область нижних частот с сохранением высокой скорости обработки и отсутствие влияния формы кривой на результат вычисления. При достаточно высокой точности измерения исходных параметров — мгновенных значений напряжений, отнесенных к соответствующим уровням квантования и временных приращений, — этот способ сулит, кроме того, и высокую точность результата.

Проектирование подобных устройств обладает рядом особенностей, связанных с требованиями, предъявляемыми к исходному аналого-цифровому преобразователю сигнала, его разрешающей способности и быстродействию. Этим, в конечном счете, определяется точность, быстродействие и простота устройства в целом.

Предметом данного исследования являются в основном вопросы квантования по уровню, связанные с интегральными оценками и методически смыкающиеся с аналогичными вопросами, рассматриваемыми для случайных процессов.

Из теории квантования по уровню случайных процессов известно [5], что количество уровней квантования, необходимое для определения статистических характеристик сигнала с некоторой наперед заданной точностью, определяется не только этой точностью, но и формой сигнала, а точнее — функцией распределения вероятностей нахождения мгновенных значений сигнала на различных уровнях $W(x)$. В качестве основного метода этой теории квантование по уровню рассматривается как процесс «квантования площади» под кривой функции $W(x)$, причем этот процесс переносится в область отображения этой функции (в область характеристической функции). Таким образом, достигается единая методика исследования процессов квантования по уровню и по времени. Благодаря этому сформулирована теорема квантования по уровню, аналогичная теореме Котельникова для амплитудно-импульсного преобразования. Эта теорема ставит количество и величину шагов квантования, необходимые для восстановления статистических характеристик сигнала, в зависимость от характера функции $W(x)$, а точнее от α — частоты, связанной с параметром x так же, как обычная частота со временем при амплитудно-импульсном преобразовании.

Применительно к отысканию интегральных характеристик периодических сигналов анализа погрешностей в зависимости от выбранного

количества уровней квантования был проведен в работе [4]. Результат этого анализа подтвердил изложенные выше теоретические выводы.

Для данной погрешности δ наибольшее количество уровней квантования требуется для определения эффективного значения сигнала прямоугольной формы, обладающего распределением с двумя ярко выраженными выбросами по краям распределения (так называемые дельта-функции) (рис. 2). Меньшее количество уровней квантования для получения той же погрешности необходимо для нахождения действую-

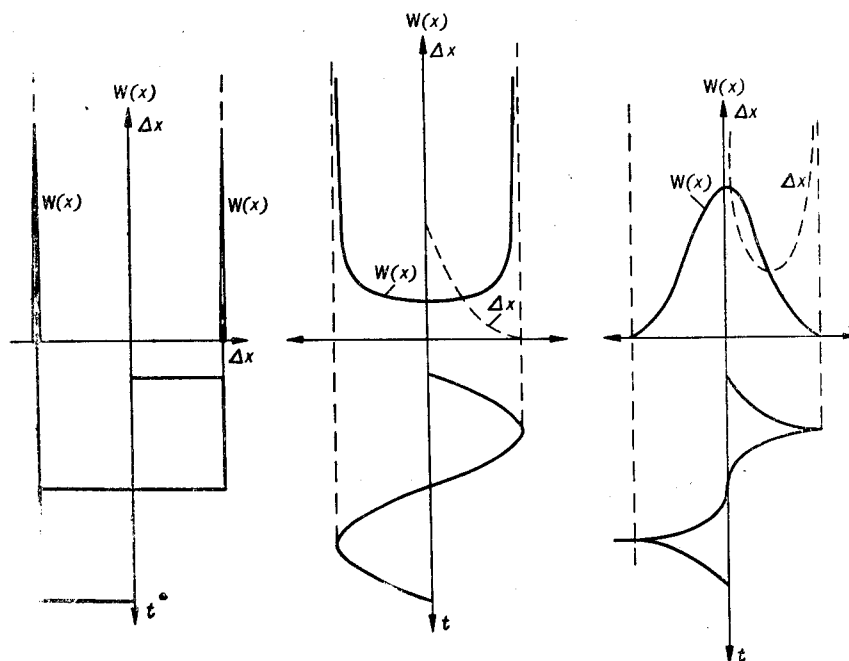


Рис. 2. Функции распределения некоторых периодических сигналов.

щего значения синусоидального сигнала. Для сигнала, обладающего нормальным распределением, требуется всего восемь уровней квантования на диапазоны изменения сигнала. Погрешность при этом превращается в систематическую погрешность, называемую поправкой Шеппарда и определенную для статистических характеристик случайных процессов с нормальным распределением.

В большинстве работ, относящихся к квантованию сигнала по амплитуде, рассматривается случай равномерного квантования. Однако тщательное исследование статистических характеристик сигнала, приводит к заключению, что при определении интегральных характеристик равномерное квантование по уровню не является оптимальным. Напротив, неравномерно квантованная шкала амплитуд с определенным образом выбранной нелинейностью изменения величины кванта по шкале дает значительное уменьшение необходимого для достижения данной точности количества уровней квантования. Благодаря этому, в конечном счете, удастся упростить аппаратуру и повысить быстродействие устройства в целом. К этому выводу можно прийти на основании следующих рассуждений.

В выражениях (1) и (2) каждый элемент среднего (или действующего) значения можно рассматривать как подсчитанный с помощью ли-

нейной интерполяции сигнала между любыми соседними точками (рис. 3, а). Погрешность, образуемая при подсчете каждого такого элемента, интерпретируется площадью s , заключенной между кривой $x=f(t)$ и интерполирующей прямой $\frac{t-t_1}{\Delta t} = \frac{x-x_1}{\Delta x}$:

$$\delta = \int_s dx dy. \quad (3)$$

Этот интеграл удобно представить в полярных координатах, парал-

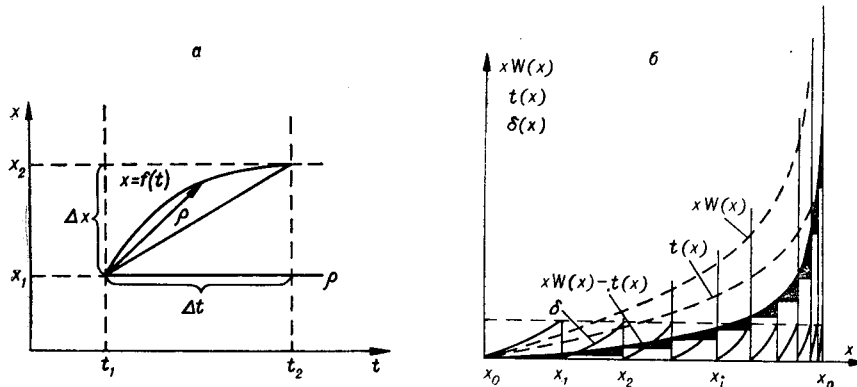


Рис. 3. Построение неравномерно квантованной шкалы: а — определение погрешности при нахождении среднего значения квантованного по уровню сигнала; б — неравномерная шкала с равномерной погрешностью квантования.

лельно перенесенных в точку кривой, соответствующую началу данного интервала [6]:

$$\delta = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho^2 d\varphi, \quad (4)$$

где

$$\varphi = \arctg \frac{x}{t}; \quad \varphi = x^2 + t^2; \quad d\varphi = \frac{t^2}{x^2 + t^2} (x dt - t dx).$$

Выражение (4) преобразуется следующим образом:

$$\delta = \frac{1}{2} \int_s (x dt - t dx) = \frac{1}{2} \left[\int_{t_1}^{t_2} (x - x_1) dt - \int_{x_1}^{x_2} (t - t_1) dx \right]. \quad (5)$$

Выражением (5) можно воспользоваться для построения такой шкалы квантования сигнала по уровню, при которой абсолютная погрешность, получаемая за счет приращения интеграла на любом интервале, была бы равномерна на всех интервалах. Из выражения (5) можно получить рекуррентное соотношение для нахождения i -го уровня квантования через эту погрешность и значение предшествующего уровня

$$x_{i+1} = f(\delta, x_i). \quad (6)$$

На рис. 3, б графически представлен процесс получения равномерной погрешности δ по шкале квантования. Из (5) следует

$$\delta = \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} [x W(x) - \varphi(x)] dx; \quad \varphi(x) = t.$$

Каждое новое значение уровня квантования определяется из (6) по достижении кривой $\int_{x_1}^{x_2} [x W(x) - \varphi(x)] dx$ значения 2δ , причем инте-

грирование производится всякий раз, начиная от нулевого значения подынтегральной функции в точке, находящейся в конце предыдущего шага квантования. Заштрихованные площадки интерпретируют одинаковые на всех интервалах значения δ . Следует отметить, что если на данном интервале кривая совпадает с интерполирующей прямой, т. е. на интервале $[x_i, x_{i+1}]$ $t = x$, то в (5) $\delta = 0$ на всем участке интерполяции, и, следовательно, шаг квантования велик. Напротив, на интервале со значительной нелинейностью величина δ достигнет заданного значения уже при небольших удалениях значения x от значения предыдущего уровня квантования, и поэтому величина шага квантования уменьшается.

Пользуясь полученными выражениями, можно для каждого распределения построить шкалу квантования, наиболее экономную с точки зрения количества уровней, достаточного для воспроизведения интегральной характеристики этого напряжения с заданной точностью. Можно представить себе устройство, которое осуществляет адаптивную дискретизацию по уровню, производя вычисление погрешности δ и определяя значения уровней квантования по достижении погрешностью заданного значения. Однако в реальном устройстве желательно было бы предусмотреть единую квантованную шкалу, в каком-то смысле компромиссную для распределений сигналов любой формы.

На рис. 1 пунктиром обозначена кривая $\Delta x = f(x)$, интерполирующая значения уровней квантования, подсчитанные по выражению (6). Из сравнения этих функций видно, что для любых кривых шаг квантования необходимо уменьшать по мере возрастания амплитудной шкалы. Наиболее неблагоприятным является квантование сигнала прямоугольной формы, когда величина необходимого кванта в пределах от нуля до амплитудного значения условно равна этому амплитудному значению и резко уменьшается при его достижении, вырождаясь в точку. Наиболее благоприятным с этой точки зрения является квантование сигнала нормальной формы. При этом заметно малый шаг квантования необходим лишь в середине диапазона изменения амплитуд.

Для шкалы квантования сигнала синусоидальной формы, построенной изложенным выше способом величина шага квантования мгновенно убывает с возрастанием амплитуды до предельного значения, величина которого определяет порог чувствительности устройства сравнения. Нормальное и дельта-образное распределение сигнала (соответственно импульсной и прямоугольной формы) можно полагать предельными, если исходить из величины необходимого для их квантования шага, а распределение синусоидального сигнала — промежуточным между этими сигналами. Поэтому в качестве такой компромиссной универсальной шкалы выбираем шкалу, построенную для сигнала синусоидальной формы. При этом малые шаги квантования в области больших амплитуд будут наиболее эффективно использованы при квантовании сигналов формы, близкой к прямоугольной, а большие шаги в области малых амплитуд —

при квантовании сигнала нормальной формы. По сравнению с равномерным квантованием, используя такую шкалу, мы несколько теряем в количестве уровней квантования для сигналов формы, промежуточной между импульсной и синусоидальной, зато существенно выиграем при квантовании сигналов формы, тяготеющей к прямоугольной.

Поэтому в качестве такой шкалы был выбран ряд значений шагов квантования, убывающий от начала шкалы (пусть величина первого кванта равна $a = \frac{1}{q^n - 1}$, где n — число квантов в шаге) в порядке геометрической прогрессии с коэффициентом $q < 1$, или, что то же, возрастающий от области амплитудных значений, где величину шага, соответствующую предельной чувствительности элемента сравнения, принимаем за 1, до величины a с коэффициентом $\frac{1}{q} > 1$.

Шкала, квантованные значения которой выбраны в такой последовательности, почти совпадает со шкалой, построенной описанным выше способом для сигнала синусоидальной формы. Таким образом,

$$\begin{aligned}
 x_{n-1} &= \frac{1 - q^{n-1}}{q^{n-1} - q^n} = c(1 - q^{n-1}); & \Delta x_{n-1} &= 1; \\
 \dots & \dots \dots \dots & \dots & \dots \dots \dots \\
 x_{n-k} &= c(1 - q^{n-k}); & \Delta x_{n-k} &= \frac{1}{q^{k-1}}; \\
 \dots & \dots \dots \dots & \dots & \dots \dots \dots \\
 x_i &= c(1 - q^i); & \Delta x_i &= \frac{1}{q^{n-i-1}}; & (7a) \\
 \dots & \dots \dots \dots & \dots & \dots \dots \dots \\
 x_1 &= c(1 - q); & \Delta x_1 &= \frac{1}{q^{n-2}}; \\
 c &= \frac{a}{1 - q} = \frac{1}{q^{n-1}(1 - q)} & a &= \Delta x_0 = \frac{1}{q^{n-1}}.
 \end{aligned}$$

Чем меньше выбранное значение q , тем, естественно, меньше уровней квантования потребуется для заполнения шкалы. При этом соответственно большую часть диапазона изменения амплитуд составляет первый шаг квантования. Однако он не может составлять больше четверти диапазона изменения амплитуд, так как возникнут погрешности в определении интегральных характеристик сигналов с распределением нормальной формы. Если $n \rightarrow \infty$, то $x_n \rightarrow c$.

Наряду с этим величина первого шага квантования при выбранном коэффициенте q равна $x_1 = c(1 - q) = \frac{c}{4}$. Следовательно, указанным условиям удовлетворяет $q = \frac{3}{4}$.

Подставляя в (1) и (2) выражения для x_i из (7), получим

$$\begin{aligned}
 U^2 &= \frac{c^2}{4} \sum_1^{n-1} t_i \{ [(1 - q^{i-1}) + (1 - q^i)]^2 - [(1 - q^i) + (1 - q^{i+1})]^2 \} = \\
 &= \frac{c^2}{4} \sum_1^{n-1} t_i (q^{-1} - q) [4q^i - q^{2i}(q^{-1} + q + 2)] =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{7}{4q^{2n}} \sum_1^{n-1} t_i [3q^i - q^{2i} (1+q)^2]. \quad (8)$$

Так как $(1+q)^2 \approx 3$, а $q^{2i} \ll q^i$ при $i \gg 1$, то

$$U^2 = \frac{7}{q^{2n-1}} \sum_1^{n-1} t_i (q^i - q^{2i}).$$

Аналогично находим

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \sum_1^{n-1} (t_{i+1} - t_i) (x_{i+1} - x_i) = \frac{7}{8} q^{-n} \sum_1^{n-1} t_i q^i.$$

Остановимся на вопросах реализации подобного устройства. Аналитически простейшим решением является измерение временных приращений Δt_i и умножение их на i^2 с последующим интегрированием, как подразумевает выражение (1). Однако умножение на i^2 , где i принимает случайные значения, трудно реализовать, тем более, что эта операция должна быть окончена к началу следующей операции измерения временного приращения. Для упрощения реализации значения i при измерении временных приращений располагают в последовательность, т. е., по существу, строят кривую распределения амплитуд $W(x)$, которую затем обрабатывают по алгоритму (2). Для этого амплитудное значение обрабатываемой кривой предварительно нормализуется относительно n и $(n-1)$ -го уровней квантования, для чего оператор или устройство помещают его между n и $(n-1)$ -м уровнями, с одной стороны, и $(-n)$ и $[-(n-1)]$ -м уровнями — с другой (по необходимости, соответственно ослабляя или усиливая величину сигнала). Затем производится последовательный перебор значений амплитуд, и при каждом изменении уровня определяют величину временного приращения, сопутствующего этому изменению (см. рис. 1, б). При этом структура выходных логических цепей элемента сравнения оказывается несколько усложненной [4]. Реализация получается наиболее простой, если исходить из интегральной кривой распределения, т. е. измерять временные интервалы t_i между моментами перехода кривой через i -й уровень (см. рис. 1, в). Для этого сигнал после нормализации в устройстве 1 подается на устройства сравнения положительной и отрицательной полуволн 2 и 3, на другие входы которых поступают компенсационные напряжения, сформированные в устройстве 4. Исполнительный элемент устройства сравнения открывает канал счета времени в мо-

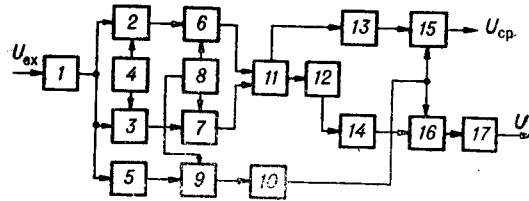


Рис. 4. Блок-схема устройства, реализующего предложенный принцип:

1 — устройство нормализации амплитуды; 2, 3 — устройства сравнения положительной и отрицательной полуволн; 4 — блок формирования компенсационных напряжений; 5 — устройство фиксации перехода через нуль; 6, 7, 9 — исполнительные элементы положительной и отрицательной полуволн и перехода через нуль; 8 — генератор тактовых импульсов; 10 — регистр T_0 ; 11 — сумматор δ'_i ; 12 — сумматор δ_i ; 13 — умножение на $\frac{7}{8q^n}$; 14 — умножение на $\frac{7}{4q^{2n-1}}$; 15, 16 — деление на T_0 ; 17 — извлечение квадратного корня.

Таблица 1

Номер таблицы	$\sigma_i'' = q^{2i} \sigma_{i-1}' + \sigma_i'$	$\sigma_i' = q(\sigma_{i-1}' + t_{n-i})$
1	$\sigma_1'' = t_{n-1} q$	$\sigma_1' = t_{n-i} q$
2	$\sigma_2'' = \sigma_2' + q^2 \sigma_1'' = t_{n-1}(q^2 + q^3) + t_{n-2} q$	$\sigma_2' = q(\sigma_1' + t_{n-2}) = t_{n-1} q^2 + t_{n-2} q$
3	$\sigma_3'' = \sigma_3' + q^3 \sigma_2'' = t_{n-1}(q^3 + q^4 + q^5) + t_{n-2}(q^2 + q^3) + t_{n-3} q$	$\sigma_3' = q(\sigma_2' + t_{n-3}) = t_{n-1} q^3 + t_{n-2} q^2 + t_{n-3} q$
...
$i-1$	$\sigma_{i-1}'' = \sigma_{i-1}' + q^{2i} \sigma_{i-2}'' = t_{n-1}(q^{i-1} + q^i + \dots + q^{2i-3}) + t_{n-2}(q^{i-2} + q^{i-3} + \dots + q^{2i-5}) + \dots + t_{n-(i-1)} q$	$\sigma_{i-1}' = t_{n-1} q^{i-1} + t_{n-2} q^{i-2} + \dots + t_{n-(i-1)} q$
i	$\sigma_i'' = \sigma_i' + q^2 \sigma_{i-1}'' = t_{n-1}(q^i + q^{i+1} + \dots + q^{2i-1}) + t_{n-2}(q^{i-1} + q^i + \dots + q^{2i-3}) + \dots + t_{n-i} q$	$\sigma_i' = t_{n-1} q^i + t_{n-2} q^{i-1} + \dots + t_{n-i} q$
$i+1$	$\sigma_{i+1}'' = \sigma_{i+1}' + q^2 \sigma_i'' = t_{n-1}(q^{i+1} + \dots + q^{2i+1}) + t_{n-2}(q^{i-2} + \dots + q^{2i+3}) + \dots + t_{n-(i+1)} q$	$\sigma_{i+1}' = t_{n-1} q^{i+1} + t_{n-2} q^i + \dots + t_{n-(i+1)} q$
...
$n-1$	$\sigma_{n-1}'' = \sigma_{n-1}' + q^2 \sigma_{n-2}'' = t_{n-1}(q^{n-1} + \dots + q^{2n-3}) + t_{n-2}(q^{n-2} + \dots + q^{2n-1}) + \dots + t_1 q = \frac{t_1 q(1-q)}{1-q} = \sum_{k=1}^{n-1} t_k \frac{q^k(1-q^k)}{1-q}$	$\sigma_{n-1}' = t_{n-1} q^{n-1} + t_{n-2} q^{n-2} + \dots + t_1 q = \sum_{k=1}^{n-1} t_k q^k$

мент достижения возрастающим сигналом i -го уровня и закрывает, когда величина сигнала уменьшается до i -го уровня (при отрицательной полуволне последовательность работы исполнительного элемента обратная). На выходе ключей 6 и 7 образуются серии импульсов (рис. 4), число которых соответствует времени t_{n-1} . Эти серии интегрируются в накопителях 11 и 12.

Для представления выражения (9) в виде, удобном для введения в вычислительное устройство, каждый элемент суммы (9) $t_i q^i (1 - q^i)$ удобно представить как сумму геометрической прогрессии с первым членом $t_i q^i$, тоже возрастающим в геометрической прогрессии:

$$U^2 = \frac{7}{4q^{2n-1}} \sum_1^{n-1} \sum_i^{2i} t_i q^i = \frac{7}{4q^{2n-1}} \sum_1^{n-1} \sum_i^{2i} t_i \prod_1^i q. \quad (11)$$

Таким образом, искомое выражение может быть получено с помощью итеративного процесса, сопровождающего описанный выше последовательный перебор уровней квантования. Для осуществления последовательности геометрической прогрессии перебор необходимо начинать, следуя порядку нарастания величины кванта (или члена геометрической прогрессии в сумме (11)) от n -го уровня к нулевому.

Получение этих сумм производится с помощью двух накопителей. Последовательность операций процесса суммирования приведена в табл. 1. В первом накопителе производится накопление суммы $\sum_1^{n-1} q^k t_k$.

Каждый такт накопления состоит в запоминании числа t , после чего вновь полученная сумма умножается на коэффициент q :

$$\sigma'_i = q (\sigma'_{i-1} + t_{n-1}). \quad (12)$$

Таким образом, после i -го такта итерации в первом накопителе находится сумма $\sigma'_i = \sum_{k'=n-i}^{n-1} t_k q^{k-k'+1}$, а после $(n-1)$ -го такта — сумма

$$\sigma'_{n-1} = \sum_{k=1}^{n-1} t_k q^k.$$

Сумма σ'_i после каждого такта накопления и умножения на q передается в следующий накопитель, где она присоединяется к предыдущей тактовой сумме итерации, предварительно умноженной на коэффициент q^2 :

$$\sigma''_i = q^2 \sigma''_{i-1} + \sigma'_i. \quad (13)$$

Здесь и раньше σ'_i — число в первом накопителе после окончания i -го такта;

σ''_i — число во втором накопителе после окончания i -го такта.

Сумма, накопленная к $(n-1)$ -му такту в первом накопителе, умноженная на коэффициент $\frac{7}{8q^{n-1}}$, есть среднее значение напряжения.

Сумма, накопленная к $(n-1)$ -му такту во втором накопителе, умноженная на коэффициент $\frac{7}{4q^{2n-1}}$, есть квадрат эффективного значения напряжения.

Коэффициенты $\frac{7}{8q^n}$ и $\frac{7}{4q^{2n-1}}$ постоянны для выбранного количества уровней и вводятся в вычислительное устройство в качестве по-

$$\delta = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{V}{V'} \right)^2 - 1 \right],$$

где V — показание прибора;
 V' — истинное значение напряжения.
 Для прямоугольной формы сигнала

$$V' = x_n - \alpha,$$

где n — нормированное количество уровней квантования:

$$x_n = \frac{1 - q^n}{1 - q} = 3(q^{-n} - 1);$$

α — часть последней ступени квантования, связанная с неточной установкой амплитуды A внутри n и $(n-1)$ -го уровней;
 $\alpha = x_n - A_{n-1}$.

$$V' = 3 \left(q^{-n} - 1 - \frac{\alpha}{3} \right) = 3(q^{-n} - \beta); \quad \beta = 1 + \frac{\alpha}{3}.$$

При $\alpha=0$ $\beta=1$, что соответствует точной установке амплитуды на n -м уровне. При $\alpha=1$ $\beta=q^{-1}$, что соответствует установке амплитуды на $(n-1)$ -м уровне:

$$V^2 = \frac{7}{q^{2n-1}} \left(\sum_1^{n-1} q^i - \sum_1^{n-1} q^{2i} \right) = 9 [q^{-n} - (1 + q^{-1}) q^{-n} + q^{-1}];$$

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{q^{-n} (2\beta - 1 - q^{-1}) + (q^{-1} - \beta^2)}{(q^{-n} - \beta)^2};$$

$$\delta = - \frac{q^{-n} - 1}{2(q^{-n} - 1)^2} = \frac{1}{6(q^{-n} - 1)} \quad \text{при } \beta = 1;$$

$$\delta = \frac{1}{6(q^{-n} - 1)} + \frac{1}{6(q^{-n} - 1)^2} \approx \frac{1}{6(q^{-n} - 1)} \quad \text{при } \beta = q^{-1}.$$

С удовлетворительной точностью

$$\delta \approx \frac{1}{6q^{-n}} \quad \text{и} \quad n = \frac{\lg 8\delta}{\lg q} = 10 - 8 \lg \delta, \quad \%$$

В табл. 2 приведено количество уровней квантования, необходимое для получения заданных погрешностей. Для сравнения рядом показано количество уровней, которое потребовалось бы в аналогичном случае при равномерном квантовании [5].

Таблица 2

%	Неравномерное квантование	Равномерное квантование
1	10	50
0,5	16	100
0,1	18	1500
0,01	26	5000
0,001	34	50000

Для треугольной формы сигнала

$$V' = \frac{1}{3} (x_n - a) = 3 (q^{-n} - \beta)^2; \quad V^2 = \frac{7}{q^{2n-1}} \sum_1^{n-1} \left(1 - \frac{x_i}{x_n - a}\right) (q^i - q^{2i}),$$

так как

$$t_i = 1 - \frac{x_i}{x_n - a}.$$

Здесь

$$x_n - a = 3 (q^{-n} - \beta);$$

$$x_i = c (1 - q^i) = \frac{1 - q^i}{q^{n-1} (1 - q)} = 3 \frac{1 - q^i}{q^n}.$$

$$V^2 = \frac{7}{q^{2n-1}} \sum (q^i - q^{2i}) - \frac{7}{q^{2n-1} (x_n - a)} \sum_1^{n-1} x_i (q^i - q^{2i}).$$

Первое слагаемое последнего выражения найдено выше:

$$\frac{7}{q^{2n-1}} \sum_1^{n-1} (q^i - q^{2i}) = 9 (q^{-n} - 1) (q^{-n} - q^{-1});$$

$$\frac{7}{q^{2n-1} (x_n - a)} \sum_1^{n-1} x_i (q^i - q^{2i}) = \frac{21}{4q^{3n} (q^{-n} - \beta)} \sum_1^{n-1} (1 - q^i) (q - q^{2i}) =$$

$$= \frac{21q^{-3n}}{4 (q^{-n} - \beta)} \left(\sum_1^{n-1} q^i - 2 \sum_1^{n-1} q^{2i} + \sum_1^{n-1} q^{3i} \right) =$$

$$= \frac{3}{37} [75q^{-3n} - 259q^{-2n} + 74q^{-n} - 112];$$

$$\delta = \frac{q^{-n} (4 + 3\beta^2 - 7\beta) + \left(\beta^2 - 4\beta + \frac{112}{37}\right)}{2 (q^{-n} - \beta)^3};$$

$$\delta \simeq -\frac{1}{(q^{-n} - 1)^3} \text{ при } \beta = 1; \quad \delta \simeq -\frac{1}{4} \frac{1}{\left(q^{-n} - \frac{4}{3}\right)^3} \text{ при } \beta = q^{-1}.$$

Максимальная погрешность равна

$$\delta \approx \frac{1}{4q^{-3n}},$$

откуда

$$n = -\frac{8}{3} \lg 4\delta.$$

ВЫВОДЫ

Показано, что при квантовании по уровню периодических сигналов произвольной формы для определения их интегральных характеристик оптимальным с точки зрения количества уровней квантования является неравномерное квантование.

Получены выражения для определения шага квантования шкалы, наиболее экономичной с точки зрения количества уровней квантования.

Предложена универсальная шкала, компромиссная для сигналов различных форм, дающая существенный выигрыш в количестве уровней квантования по сравнению с равномерным. Для некоторых характерных форм сигналов определяются выражения, связывающие методическую погрешность с выбранным количеством уровней квантования.

Разработана структурная схема цифрового вольтметра для измерения действующего и среднего значений напряжения произвольной формы, основанного на предложенном принципе квантования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. И. Швецкий. Электронные измерительные приборы с цифровым отсчетом. Киев, изд-во «Техника», 1964.
2. И. Ф. Клисторин. Цифровые вольтметры действующего значения (обзор принципов построения и перспективы развития).— Автометрия, 1966, № 2.
3. П. П. Орнатский. Автоматические измерительные приборы. Киев, изд-во «Техника», 1965.
4. F. Deist, R. Kitai. Digital Transfer Voltmeters: Principles and Error Characteristics.— Proc. Inst. Electr. Engrs., 1963, v. 110, N 10, pp. 1887—1904. Экспресс-информация, серия «Контрольно-измерительная техника», 1964, № 3.
5. Notes on Analog-Digital Conversion Techniques. Edited by A. K. Susskind. The Technology Press, Massachusetts Institute of Technology, 1957.
6. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. Справочник по математике (для инженеров и учащихся вузов). Изд. 8. М., Физматгиз, 1959.

Поступила в редакцию
16 ноября 1965 г.