

Э. И. ГИТИС, А. Е. МЕНЬШИХ
(Москва)

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ В КОД СО СТУПЕНЧАТОЙ РАЗВЕРТКОЙ*

Работа посвящена некоторым вопросам повышения точности преобразователей напряжения в код. Показано, что при определенных ограничениях, накладываемых на характеристики инструментального шума преобразователя, целесообразно использовать цифровой фильтр на выходе преобразователя напряжения в код в целях повышения точности и помехоустойчивости преобразователя.

Задача повышения точности аналого-цифровых преобразователей, в частности, преобразователей напряжения в код, весьма актуальна. Если преобразователь должен быть достаточно прост, надежен и предназначен для работы в условиях, не исключающих воздействия случайных помех, то реализовать требуемую точность прямым путем, т. е. увеличивая его инструментальную точность, чрезвычайно трудно. Поэтому в ряде случаев целесообразно использовать такую косвенную возможность, как статистическая обработка сигнала. Это возможно, если спектр частот случайного сигнала на входе преобразователя значительно шире спектра выходного сигнала системы. При этом выигрыш в точности теоретически оказывается равным квадратному корню из отношения этих частот. Такая же возможность существует в преобразователях с широким спектром собственных шумов и постоянным или медленно изменяющимся входным сигналом. Вопрос о практическом использовании статистической обработки в целях повышения точности измерений освещен в ряде статей [1], [2] и др. Целью настоящей работы явилось экспериментальное исследование собственных шумов преобразователя напряжения в код со ступенчатой разверткой, разработка методики определения и получение таких статистических характеристик преобразователя, как корреляционная функция собственного шума и функция распределения плотности вероятности погрешности.

ПОТЕРИ ТОЧНОСТИ ПРИ АНАЛОГО-ЦИФРОВОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ

Включение аналого-цифрового преобразователя в систему вызывает потери точности последней по сравнению с идеальной непрерывной сис-

* Материал доложен на VII Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1965 г. в Новосибирске.

темой. В реальных случаях эти потери компенсируются положительными свойствами, присущими дискретным и в особенности цифровым системам. Потери, вносимые аналого-цифровым преобразователем, обусловлены, с одной стороны, заменой непрерывной функции $x(t)$ последовательностью чисел $\{a_i\}$, а с другой — искажениями этой последовательности, обусловленными случайными причинами. Качество работы системы, в частности, ее точность, во многом зависит от правильного выбора последовательности $\{a_i\}$, т. е. от выбора частоты отсчетов непрерывной функции и точности представления этих отсчетов (частоты преобразования и числа разрядов кода). Практически точность большинства систем монотонно возрастает при увеличении частоты преобразования и числа разрядов в коде, однако во многих системах, например, в системах, включающих цифровую вычислительную машину, увеличение точности за счет повышения частоты отсчетов реализовать невозможно. В этих случаях повысить точность можно лишь путем увеличения разрядности кода и исключения случайных погрешностей.

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПУТЕМ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ВЫБОРКИ

Как известно, погрешность измерения состоит из погрешности квантования и инструментальной погрешности, которые при малости отношения первой ко второй можно складывать [3]. Таким образом, точность измерения значений входного сигнала можно повысить, уменьшая одну или обе составляющие общей погрешности. Однако уменьшение погрешности квантования без уменьшения инструментальной погрешности невыгодно, так как при этом дополнительные разряды оказываются недостоверными и несут лишь информацию об инструментальном шуме. Поэтому иногда на основании этой дополнительной информации целесообразно производить промежуточную статистическую обработку ряда последовательных результатов преобразования с целью получения одного более достоверного результата. Кроме того, при малости отношения величины кванта q к уровню шума характеристика преобразователя в среднем линеаризуется инструментальным шумом настолько, что становится возможным далее повышать точность представления. Теперь задачей статистической обработки можно считать получение оценки истинного значения сигнала. Очевидно, что максимальный эффект при обработке будет достигнут тогда, когда полученная оценка соответствует точному значению сигнала. В случае обработки отдельных результатов преобразования при неизменном сигнале и аддитивном шуме задача сводится к оценке среднего условной функции распределения вероятности шума $P_\varepsilon(x - \omega)$, получаемой в результате сдвига распределения шума на величину сигнала ω . Оценку желательно дополнить информацией о ее достоверности, для чего обычно используют стандартное отклонение оценки или, если стандартное отклонение неизвестно, — доверительный интервал.

Пусть истинное значение сигнала равно ω , а в результате ряда последовательных циклов преобразования получается выборка Z . Действие, посредством которого мы обрабатываем выборку, назовем оценочной функцией d , с помощью которой получаем оценку $D = d(Z)$. Естественно предположить, что потери $l(\omega, D)$ возрастают при удалении D от ω и $l(\omega, D) = 0$ при $D = \omega$. В теории оценок наиболее широко используется квадратичная функция потерь $l(\omega, D) = (D - \omega)^2$. В этом

случае с оценкой D связан риск $R(\omega, D) = m_\omega [(D - \omega)^2]$. Статистику нужно выбрать оценочную функцию d так, чтобы уменьшить риск до необходимой величины.

Существует ряд методов получения оценочных функций. Основными из них являются: метод моментов, при использовании которого параметр распределения оценивается аналогичным параметром выборки, метод максимального правдоподобия, при использовании которого неизвест-

ный параметр ω оценивается величиной $\hat{\omega}$, минимизирующей функцию правдоподобия $f(Z/\omega)$; байесовы методы, при использовании которых учитывается априорное распределение сигнала $P_{ap}(\omega)$. В любом случае желательно, чтобы оценочная функция удовлетворяла ряду требований — состоятельности, эффективности, несмещенности [3] и др. Все три упомянутых метода оценки обычно (например, при нормальном шуме) приводят к состоятельным оценкам со средним $\hat{\omega}$ и стандартным отклонением $\frac{1}{\sqrt{N}}$ где N — объем выборки [3]. Однако наиболее прост метод

моментов. Для проверки возможности использования этого и двух других методов необходимо знать характер и некоторые параметры функции распределения вероятностей инструментального шума преобразователя. В частности, необходимо проверить, насколько шум близок к нормальному, определить его среднеквадратическое отклонение, чтобы в дальнейшем при обработке выполнить условие несмещенности оценки $\sigma_\epsilon \geq \frac{q}{2}$,

а также найти корреляционную связь между отдельными результатами или убедиться в ее отсутствии, поскольку все изложенное выше справедливо в полной мере лишь для выборок с независимыми элементами.

С целью получения таких данных были проведены экспериментальные исследования характера случайных погрешностей на выходе преобразователя напряжения в код, выполненного на полупроводниках.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 1. С выхода преобразователя напряжения в код (ПНК) результаты преобразования поступают в арифметическое устройство (АУ). Результаты вычислений выводятся на индикатор (Инд). С помощью устройства управления (УУ) задается количество результатов, подвергающихся обработке, и выполняемая операция.

В исследуемом ПНК применяется принцип временного кодирования с обратной связью. Преобразователь состоит из счетчика, преобразователя кода в напряжение (ПКН), схемы сравнения (СС), вентиля и работает следующим образом. Через вентиль на счетчик поступают импульсы от устройства управления. К счетчику подключен ПКН, напряжение с которого подается на один из входов СС. На второй вход СС подается преобразуемое напряжение. При достижении ступенчато-изменяющимся напряжением уровня преобразуемого напряжения сигнал с выхода СС закрывает вентиль, после чего счетчик возвращается в исходное состояние и процесс повторяется. Число импульсов, прошедших в счетчик до момента уравнивания, принимается за числовой эквивалент преобразуемого

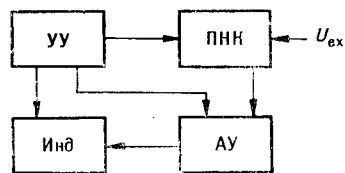


Рис. 1.

напряжения и используется при обработке результатов в первоначальном виде, т. е. в виде единичного кода. Длительность одного цикла преобразования составляет 320 мксек. Временной интервал между циклами задается с помощью УУ в пределах от 640 до 3840 мксек ступенями по 640 мксек. Величине ступени эталонного напряжения соответствует напряжение, которое может быть задано в пределах от долей милливольт до десятков милливольт.

С помощью описанной установки можно исследовать схемы сравнения различных типов при подключении внешнего генератора линейно-нарастающего напряжения. Эксперименты проводились со схемами сравнения диодно-регенеративного типа на транзисторах. Установка работала в трех основных режимах — в режиме усреднения, режиме определения вероятностей значений погрешности (посредством определения относительной частоты появления каждого результата при преобразовании постоянного напряжения) и режиме определения корреляционных коэффициентов. При усреднении результатов преобразования в арифметическом устройстве за N циклов преобразования получалась сумма ряда результатов, причем число составляющих суммы задавалось с помощью устройства управления. Для упрощения расчетов выбиралось $N=2^k$, где $k=0, 1, 2, \dots, 11$. Поэтому усреднение результатов получалось путем сдвига запятой в их сумме на k разрядов. Количество обрабатываемых результатов, т. е. объем выборки, во всех режимах не превышал 2047.

При определении относительной частоты Δp_k появления какого-либо результата использовалась пропорциональность входного напряжения и временного интервала между запускающим импульсом от УУ и импульсом с выхода СС. Используя схему совпадения, можно получить временное распределение моментов сравнения с точностью до 1 мксек.

Арифметическое устройство позволило также получить сумму произведений пар последовательных результатов преобразования, используемую для вычисления корреляционных коэффициентов. Во всех режимах работы окончательные результаты выполненной операции индцировались в двоичном коде.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Методика определения статистических характеристик собственного шума преобразователя основана на следующих допущениях. Внутренний шум преобразователя является эргодическим стационарным случайным процессом, аддитивным по отношению к сигналу. Основным источником шума является схема сравнения, шум которой в силу особенностей схемы (наличие избирательного элемента — трансформатора) можно считать узкополосным. Кроме того, на преобразователь действуют внешние медленно меняющиеся факторы (например, температура), обуславливающие медленно изменяющуюся погрешность. Суммарный шум можно представить в виде суммы стационарного случайного процесса и медленно меняющегося математического ожидания. В малых интервалах времени (несколько десятков секунд) шум можно приближенно считать стационарным.

При определении закона распределения результатов использовалось приближение, справедливое для случайных величин, поскольку погрешности отдельных результатов считались независимыми. Экспериментально была проверена лишь их некоррелированность.

1. *Определение корреляционных связей между отдельными результатами преобразования постоянного напряжения.* Пусть T — время на-

блюдения, в течение которого выполняется N циклов преобразования, разбивающих время T на интервалы $\frac{T}{N}$.

Значение корреляционной функции $R_X(\tau_n)$ при $\tau_n = \frac{T}{N}n$ равно [4]

$$R_X(\tau_n) = R_X\left(\frac{T}{N}\right)n = \frac{1}{N-n} \sum_{k=1}^{N-n} [x(t_k) - m_X][x(t_{k+n}) - m_X].$$

Чтобы не производить вычитания среднего из каждого результата преобразования, можно воспользоваться приближением

$$R_X(\tau_n) = R_X\left(\frac{T}{N}\right)n \approx \frac{1}{N-n} \sum_{k=1}^{N-n} x(t_k)x(t_{k+n}) - m_X^2.$$

2. *Определение дифференциального закона распределения случайных результатов.* Приближенные соотношения для значений статистического интегрального и дифференциального законов распределения случайных величин можно записать в следующем виде [4]:

$$F_X(\xi_k) - F_X(\xi_{k-1}) \approx f_X\left(\frac{\xi_k + \xi_{k-1}}{2}\right)(\xi_k - \xi_{k-1});$$

$$f_X\left(\frac{\xi_k + \xi_{k-1}}{2}\right) \approx \frac{F_X(\xi_k) - F_X(\xi_{k-1})}{\xi_k - \xi_{k-1}}.$$

Эти значения статистического дифференциального закона сходятся по дисперсии и по вероятности к истинным значениям дифференциального закона распределения.

Разделим весь диапазон значений x_1, x_2, \dots, x_n случайных результатов N циклов преобразования на r равных участков величиной Δx . Выразим через $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_r$ значения случайной величины на границах участков. Пусть на каждом участке закон распределения $f_X(x)$ хорошо аппроксимируется прямолинейным отрезком. Тогда для вычисления значений статистического закона можно воспользоваться соотношением

$$f_X\left(\frac{\xi_k + \xi_{k-1}}{2}\right) \approx \frac{\frac{m(\xi_k)}{n} - \frac{m(\xi_{k-1})}{n}}{\xi_k - \xi_{k-1}} = \frac{\frac{m(\xi_k)}{n} - \frac{m(\xi_{k-1})}{n}}{\Delta x},$$

где $m(\xi_k)$ и $m(\xi_{k-1})$ — число отсчетов, в которых результат может принимать значения, меньшие ξ_k и ξ_{k-1} .

Обозначим через Δm_k число отсчетов, в которых результат может принимать значения, лежащие в пределах k -го участка, т. е. в пределах от ξ_{k-1} до ξ_k . Очевидно, что

$$\Delta m_k = m(\xi_k) - m(\xi_{k-1}),$$

поэтому

$$f_X\left(\frac{\xi_k + \xi_{k-1}}{2}\right) \approx \frac{\Delta m_k}{n(\xi_k - \xi_{k-1})}.$$

Примем

$$\Delta p_k = \frac{\Delta m_k}{n}.$$

Тогда

$$f_X\left(\frac{\xi_k + \xi_{k-1}}{2}\right) \approx \frac{\Delta p_k}{\xi_k - \xi_{k-1}},$$

где Δp_k — статистическая вероятность, или относительная частота появления результата преобразования a_k .

Число r следует выбирать минимально необходимым из условия достаточно хорошей аппроксимации. При слишком большом r величины Δp_k незначительны и относительная ошибка их определения по экспериментальным данным возрастает. В данном эксперименте величина r менялась в зависимости от скорости изменения эталонного напряжения, а величину Δx можно было менять, выбирая различную частоту счетных импульсов.

3. *Определение статистического математического ожидания случайных результатов преобразования.* Определение усредненного значения преобразования производилось в соответствии с соотношением [4]

$$m_X \approx \frac{1}{T} \sum_{k=1}^N x(t_k), \quad \frac{T}{N} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x(t_k),$$

где

$$t_k = t_0 + \frac{T}{N}(k-1); \quad k=1, 2, \dots, N.$$

В результате N циклов преобразования в двоичном счетчике накапливалась сумма случайных результатов, а необходимая операция деления производилась простым сдвигом.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментально установлено, что происходящие погрешности отдельных результатов преобразования не коррелированы. Среднее произведений отдельных результатов при всех значениях интервала τ_n оставалось неизменным и равным m_X^2 .

Далее были определены дифференциальные законы распределения вероятностей результатов для различных значений кванта эталонного напряжения q . В законах распределения наблюдалась некоторая асимметрия (рис. 2). Среднеквадратическое отклонение результатов примерно линейно зависит от величины кванта эталонного напряжения, возрастая при уменьшении последнего. Характер распределения погрешностей не зависит от точки шкалы, за исключением точек, где сказывается крайвой эффект.

Были определены распределения средних при различном числе усредняемых ре-

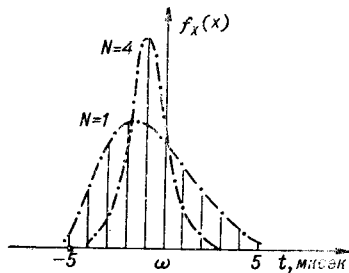


Рис. 2.

зультатов. Уже при четырех обрабатываемых результатах распределение среднего $\bar{2}$ мало отличается от нормального, и повышение точности при увеличении числа циклов хорошо совпадает с теоретической зависимостью 1 (рис. 3) до тех пор, пока не начинают проявляться медленные факторы (дрейф, температура и т. п.).

Законы распределения погрешностей усредненных результатов определялись полуавтоматически — путем подсчета относительной частоты

каждого усредненного результата при ручном запуске преобразователя на N циклов измерения. Поскольку при большом числе усредняемых результатов это требовало значительного времени (например, при 128 усредняемых результатах и обработке 1024 усредняемых результатов получение одного отсчета закона распределения средних занимало около минуты), то уже при $N=64$ на результаты эксперимента оказывали влияние упомянутые медленные факторы. Практически это проявлялось в ненормированности получаемых законов. Несмотря на это, о повышении точности можно было судить по изменению индицируемого среднего во времени (изменение отражало в основном влияние окружающей температуры). Например, при максимальном уравнивающем напряжении, равном 5 мВ ($q \approx 160\text{ мкВ}$), и $N \geq 32$ результат усреднения не изменялся в течение нескольких минут (до десятков минут). Максимальные отклонения среднего за счет медленных факторов при упомянутых цифрах достигали четырех единиц младшего разряда.

Поскольку эксперимент проводился на очень низких уровнях напряжения (единицы милливольт), сравнимых с собственными шумами преобразователя, возникали значительные трудности, связанные с наличием помех типа наводок от сетей питания и синхронизации. Подобные факторы в значительной мере искажали статистические данные. Для уменьшения их влияния схема сравнения при эксперименте помещалась в специальный двойной экран, все цепи из которого выводились через согласованные фильтры.

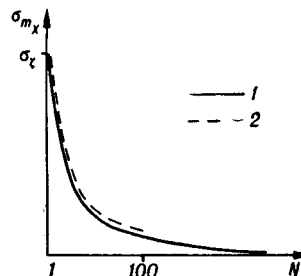


Рис. 3.

ВЫВОДЫ

Инструментальный шум преобразователя напряжения в код со ступенчатой разверткой, выполненного на полупроводниках, является нестационарным случайным процессом, который можно представить в виде суммы медленно меняющегося математического ожидания и стационарного случайного процесса.

В малых интервалах времени (порядка нескольких десятков секунд), в течение которых не сказываются нестационарные явления, можно получить статистическую устойчивость средних характеристик преобразователя, в частности, среднеарифметического значения ряда последовательных случайных результатов преобразования постоянного напряжения.

В малых интервалах времени практически отсутствует корреляционная связь между погрешностями отдельных результатов при преобразовании постоянного напряжения.

Закон распределения погрешностей преобразования постоянного напряжения при отношении величины кванта к уровню шума, равному $0,5$ и менее, близок к нормальному.

Использование статистической обработки в виде усреднения ряда результатов преобразования при выполнении некоторых требований позволяет повысить точность измерения на малых временных интервалах на

1. В. М. Лазарев, Д. П. Фигуровский. Усреднение выходных данных измерительных систем.— Измерительная техника, 1965, № 2.
2. И. В. Дунин-Барковский, Н. В. Смирнов. Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть). М., Гостехиздат, 1955.
3. Н. А. Лившиц, В. Н. Пугачев. Вероятностный анализ систем автоматического управления. М., изд-во «Советское радио», 1963.

*Поступила в редакцию
30 сентября 1965 г.,
окончательный вариант —
17 ноября 1965 г.*