

УДК 681.2.088 + 681.142.621

П. Е. ТВЕРДОХЛЕБ  
(Новосибирск)

**СВОЙСТВА СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ  
ЦИФРАТОРА ПОРАЗРЯДНОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ  
С ДВОИЧНОЙ СИСТЕМОЙ КОДИРОВАНИЯ\***

Исследуются свойства и характер случайных погрешностей одного из типов цифратора поразрядного уравнивания, работающего в условиях импульсных помех ограниченной длительности.

Известно, что точность измерительных устройств можно повысить путем усреднения результатов многократных измерений значений одной и той же величины. При этом наибольший эффект достигается тогда, когда результаты измерения независимы и распределены по отношению к математическому ожиданию симметрично. В противном случае эффективность усреднения снижается, а следовательно, затраты на проектирование усредняющих устройств могут оказаться неоправданными.

Учитывая это, а также принимая во внимание тот факт, что цифраторы с двоичной системой кодирования являются составной частью многочисленных систем сбора и обработки информации, становится очевидной необходимость исследования свойств случайных погрешностей таких устройств. Предполагается, что знание характера и свойств погрешностей позволит не только правильно организовать обработку результатов измерений, но и осуществлять целесообразный выбор цифраторов.

Влияние корреляционных связей результатов измерения на эффективность усреднения освещено в [1, 2]. В настоящей работе исследованы характер и свойства законов распределения погрешностей на отдельных полуинтервалах шкалы цифратора и усредненного по шкале закона распределения. Задача, решаемая при этом, формулируется так.

Изучению подлежит трехразрядный ( $k=1000$ , где  $k$  — число делений шкалы) цифратор, функционирование которого описывается диаграммой состояний, показанной на рис. 1. На вход цифратора поступает величина  $z=y+\eta$ , где  $y$  — измеряемая величина,  $\eta$  — не зависящая от  $y$  случайная помеха. Значения измеряемой величины по диапазону распределены с равномерной плотностью. В отношении помехи известно, что при произвольном распределении ее амплитуда изменяется в пределах  $\pm 3\Delta$  ( $\Delta$  — расстояние между двумя делениями шкалы). Действие помехи возможно на каждом из тактов сопоставления при измерении.

\* По материалам доклада, прочитанного на VI Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1964 г. в Новосибирске.

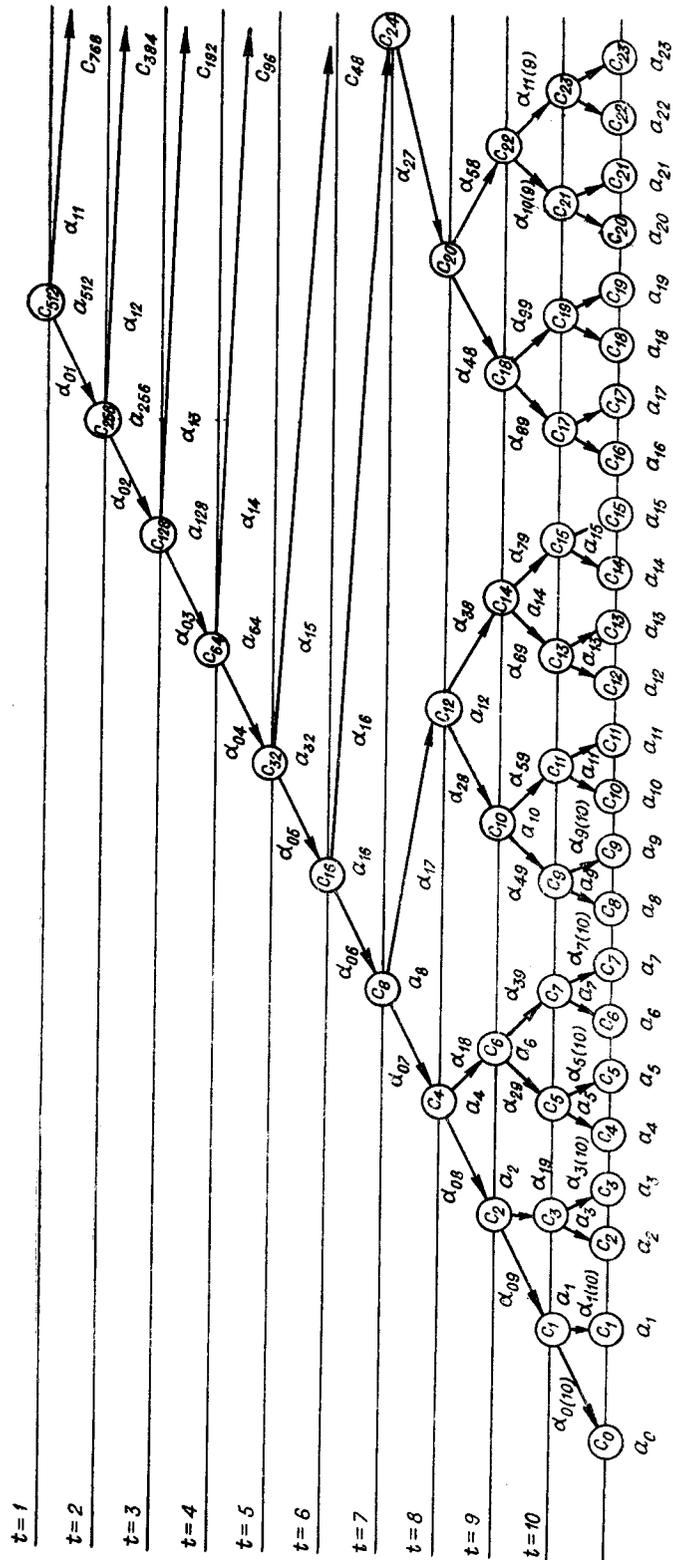


Рис. 1.

Значения помехи на двух соседних тактах предполагаются независимыми. Требуется построить и проанализировать:

усредненный по шкале закон распределения погрешностей цифратора;

законы распределения погрешностей по всем полуинтервалам шкалы.

Ситуация, соответствующая настоящей задаче, может иметь место, например, при многоточечных измерениях, когда значения измеряемой величины, распределенные по диапазону, поступают на вход цифратора по каналам связи, подверженным влиянию импульсных и флюктуационных помех. Кроме этого, можно допустить, что действие внутренних шумов и сбоев, которые, вообще говоря, носят случайный характер, эквивалентно действию некоторой аддитивной составляющей во входном сигнале.

Конечно, при реальной работе цифратора уровень помех может быть большим и меньшим  $\pm 3\Delta$ . Однако при решении поставленной задачи такое ограничение, по-видимому, существенной роли не играет, поскольку основной целью исследования является выяснение характера и свойств законов распределения погрешностей цифратора, а не получение каких-либо окончательных количественных характеристик помехоустойчивости.

Методика построения интересующих нас законов распределения изложена в [3]. Полагая, что основные положения этой методики читателю известны, мы используем ее при решении настоящей задачи без подробных объяснений.

При равномерном распределении значений величины  $y$  вероятность ее появления в любом из полуинтервалов шкалы одинакова и равна  $\beta_i(y) = \frac{1}{k}$ . При том же допущении условные законы распределения величины  $z$ , полученные в предположении, что  $y$  принимает значение полуинтервалов  $Y_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, 999$ , одинаковы. Отмеченное свойство хорошо иллюстрируется таблицей, в которой указаны распределения величины  $z$  по полуинтервалам шкалы (табл. 1). Так, для случая, когда  $y \in Y_0$  ( $\in$  — знак принадлежности), распределением вероятностей значений  $z$  будет нулевая строка ( $i=0$ ), когда  $y \in Y_1$  — первая строка ( $i=1$ ), когда  $y \in Y_2$  — вторая строка ( $i=2$ ) и т. д. Из таблицы также следует, что в распределении  $z$  имеет место так называемый «концевой эффект». Смысл его состоит в том, что значения величины  $z$ , меньшие деления  $a_0$ , при  $y \in Y_0, Y_1, Y_2$  находятся вне шкалы цифратора. Очевидно, что аналогичная ситуация будет иметь место и на противоположном конце шкалы, когда  $y \in Y_{997}, Y_{998}, Y_{999}$ . Поэтому далее будем рассматривать распределение величины  $z$  только на тех делениях шкалы, для которых «концевой эффект» не наблюдается. Условимся считать, что измеряемая величина принимает значения, начиная с полуинтервала  $Y_3$ .

Получим теперь составляющие усредненного закона распределения. Вычисление  $G_{i-3}$ . Найдем значения условных вероятностей

$$\gamma_{i-3}(y/Y_i), \quad i = 3, 4, \dots \quad (1)$$

Пусть  $y \in Y_3$ . Начальному состоянию  $c_{512}$  цифратора (см. рис. 1) соответствует деление  $a_{512}$ . Согласно условиям [3],  $\alpha_{01} = 1$ , а  $\alpha_{11} = 0$ . Цифратор с вероятностью  $\alpha_{01} = 1$  перейдет в состояние  $c_{256}$ . Этому состоянию соответствует деление  $a_{256}$ , а следовательно,  $\alpha_{02} = 1$ , а  $\alpha_{12} = 0$ . Цифратор с вероятностью  $\alpha_{02} = 1$  перейдет в состояние  $c_{128}$ , затем аналогичным образом в  $c_{64}, c_{32}, \dots, c_4$ . Состоянию  $c_4$  соответствует  $a_4$ . Индекс этого



деления находится в пределах области, в которой распределена величина  $z$ . Поэтому вероятности перехода цифратора из  $c_4$  в  $c_2$ , из  $c_2$  в  $c_1$  и, наконец, из  $c_1$  в  $c_0$  будут соответственно равны:

$$\alpha_{08} = \sum_{i=3}^i v_{\xi}; \quad \alpha_{09} = \sum_{i=3}^{i-2} v_{\xi}; \quad \alpha_{0(10)} = v_{i-3}.$$

С учетом очевидного соотношения

$$\sum_{i=3}^{i+3} v_{\xi} = 1 \quad (2)$$

и обозначений:

$$\begin{aligned} \sum_{i=3}^i v_{\xi} &= w_1; & \sum_i^{i+3} v_{\xi} &= w_2; & \sum_{i=3}^{i-1} v_{\xi} &= 1 - w_2; & \sum_{i+1}^{i+3} v_{\xi} &= 1 - w_1; \\ \sum_{i=3}^{i+1} v_{\xi} &= q_1; & \sum_{i-1}^{i+3} v_{\xi} &= q_2; & \sum_{i=3}^{i-2} v_{\xi} &= 1 - q_2; & \sum_{i+2}^{i+3} v_{\xi} &= 1 - q_1; \\ \sum_{i=3}^{i+2} v_{\xi} &= s_1; & \sum_{i-2}^{i+3} v_{\xi} &= s_2; & v_{i-3} &= 1 - s_2; & v_{i+3} &= 1 - s_1 \end{aligned} \quad (3)$$

вероятность перехода цифратора из состояния  $c_{512}$  в состояние  $c_0$  равна

$$\gamma_0(y/Y_3) = \overbrace{1 \cdot 1 \dots 1}^7 w_1 (1 - q_2) (1 - s_2).$$

Пусть теперь  $y \in Y_4$ . Найдем вероятность отнесения этого значения к полуинтервалу  $Y_1$ . Распределение вероятностей величины  $z$  в этом случае показано в четвертой строке ( $i=4$ ) табл. 1.

Как и ранее, цифратор находится в начальном состоянии  $c_{512}$ . Вероятности перехода его из  $c_{512}$  в  $c_{256}$ , из  $c_{256}$  в  $c_{128}$ , ..., из  $c_8$  в  $c_4$  одинаковы и равны 1. Вероятности же  $\alpha_{08}$ ,  $\alpha_{09}$ ,  $\alpha_{1(10)}$  равны:

$$1 - w_2; \quad 1 - s_2; \quad 1.$$

Тогда

$$\gamma_1(y/Y_4) = \overbrace{1 \cdot 1 \dots 1}^7 (1 - w_2) (1 - s_2).$$

Рассуждая таким образом и далее, получим значения вероятностей и при  $i=5, 6, \dots$ . Окончательные значения вероятностей (1) сведены в табл. 1 приложения. Можно видеть, что вероятности через каждые 8 членов повторяются, т. е. наблюдается следующая закономерность:

$$\begin{aligned} \gamma_0(y/Y_3) &= \gamma_8(y/Y_{11}) = \gamma_{16}(y/Y_{19}) = \dots \\ \gamma_1(y/Y_4) &= \gamma_9(y/Y_{12}) = \gamma_{17}(y/Y_{20}) = \dots \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \gamma_7(y/Y_{10}) &= \gamma_{15}(y/Y_{18}) = \gamma_{23}(y/Y_{26}) = \dots \end{aligned}$$



$G_{i+3}$ , приведены в табл. 3—7 приложения. Они получены так же, как и вероятности (1), (5). Учитывая закономерности в значениях вероятностей, получим:

$$G_{i-1} = \frac{1}{4} [\omega_1 q_2 (1 - \omega_2) + q_2 s_2 (1 - \omega_2) + \omega_1 q_2 s_1 (1 - \omega_2) + q_1 q_2 s_2 (1 - \omega_2)]; \quad (7)$$

$$G_i = \frac{1}{4} [\omega_1 \omega_2 q_2 + \omega_1 \omega_2 q_1 + \omega_1 \omega_2 q_2 s_1 + \omega_1 \omega_2 q_1 s_2]; \quad (8)$$

$$G_{i+1} = \frac{1}{4} [\omega_2 q_1 (1 - \omega_1) + q_1 s_1 (1 - \omega_1) + \omega_2 q_1 s_2 (1 - \omega_1) + q_1 q_2 s_1 (1 - \omega_1)]; \quad (9)$$

$$G_{i+2} = \frac{1}{8} [2\omega_2 (1 - q_1) s_1 + 2(1 - \omega_1) s_1 (1 - q_1) + 2s_1 q_2 (1 - \omega_1) (1 - q_1) + s_1 (1 - q_1) (1 + s_2)]; \quad (10)$$

$$G_{i+3} = \frac{1}{8} [2\omega_2 (1 - q_1) (1 - s_1) + 2(1 - \omega_1) \times \times (1 - s_1) + (1 - q_1) (1 - s_1) (1 + s_2) + (1 + q_2) (1 - s_1)]. \quad (11)$$

Таким образом, выражения (4), (6) — (11) в совокупности представляют интересующий нас усредненный по шкале закон распределения. Отсюда следует, что при произвольном законе распределения помехи усредненный закон погрешностей изучаемого цифратора является асимметричным, поскольку  $G_{i-3} \neq G_{i+3}$ ,  $G_{i-2} \neq G_{i+2}$ ,  $G_{i-1} \neq G_{i+1}$ .

Предположим теперь, что закон распределения величины  $z$  симметричен по отношению к ее математическому ожиданию, т. е. по отношению к середине полуинтервала  $Y_i$ . Очевидно, что при равномерной плотности распределения измеряемой величины это условие будет выполнено тогда, когда плотность распределения помехи по отношению к математическому ожиданию также будет симметрична. В этом случае справедливы следующие равенства:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2 = \omega; \\ q_1 &= q_2 = q; \\ s_1 &= s_2 = s \end{aligned} \quad (12)$$

и формулы (4), (6) — (11) упрощаются:

$$G_{i-3} = G_{i+3} = \frac{1}{8} [2(2 - \omega q) + s(1 - q)](1 - s); \quad (13)$$

$$G_{i-2} = G_{i+2} = \frac{1}{8} [2qs(1 - \omega) + s(3 + s)](1 - q); \quad (14)$$

$$G_{i-1} = G_{i+1} = \frac{1}{4} [s(1 + q) + \omega(1 + s)]q(1 - \omega); \quad (15)$$

$$G_i = \frac{1}{2} (1 + s) q \omega^2. \quad (16)$$

Из (13), (14), (15) можно сделать следующие выводы:

1. При равномерной плотности распределения измеряемой величины и симметричной плотности распределения помехи, усредненные по шкале вероятности погрешностей величиной  $+3\Delta$ ,  $+2\Delta$ ,  $+\Delta$ , равны соответствующим вероятностям погрешностей  $-3\Delta$ ,  $-2\Delta$ ,  $-\Delta$ .

2. При тех же условиях суммарные вероятности положительных ( $G_{i+3} + G_{i+2} + G_{i+1}$ ) и отрицательных ( $G_{i-3} + G_{i-2} + G_{i-1}$ ) погрешностей равны.

Найдем в качестве примера закон распределения погрешностей цифратора поразрядного уравнивания для простейшего случая: это устройство подвержено действию помехи, распределенной в диапазоне  $\pm 3\Delta$  с равномерной плотностью, т. е.  $\varphi(\eta) = \frac{1}{6\Delta}$ .

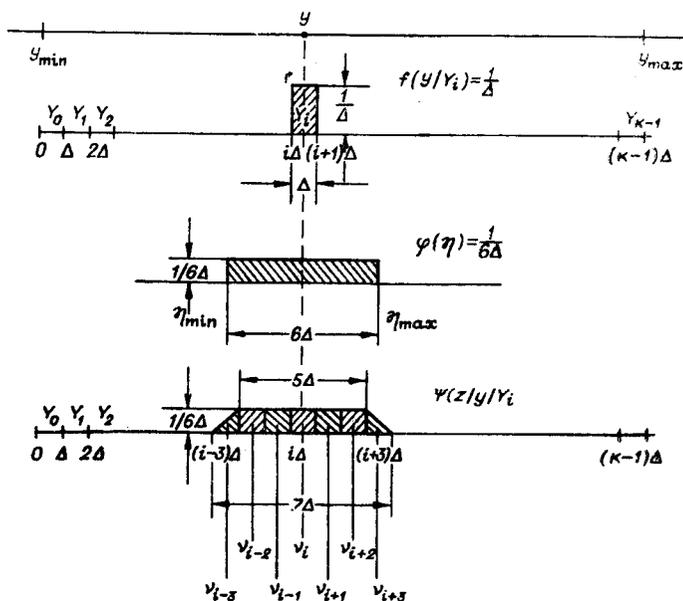


Рис. 2.

Законом распределения величины  $z$  будет симметричная по отношению к середине полуинтервала  $Y_i$  (рис. 2) трапеция с верхним основанием, равным  $5\Delta$ , и нижним основанием, равным  $7\Delta$ . Отсюда

$$v_{i-3} = v_{i+3} = \frac{1}{2} \Delta \frac{1}{6\Delta} = \frac{1}{12};$$

$$v_{i-2} = v_{i+2} = v_{i-1} = v_{i+1} = v_i = \Delta \frac{1}{6\Delta} = \frac{1}{6}.$$

Принимая во внимание (3), получим:

$$\omega = \omega_1 = \omega_2 = \frac{7}{12}; \quad q = q_1 = q_2 = \frac{9}{12}; \quad s = s_1 = s_2 = \frac{11}{12}. \quad (17)$$

Тогда  $G_{i-3} = G_{i+3} = 0,035$ ;  $G_{i-2} = G_{i+2} = 0,13$ ;  $G_{i-1} = G_{i+1} = 0,213$ ;  $G_i = 0,245$ . Проверяем полученные результаты. Имеем  $0,07 + 0,26 + 0,426 + 0,245 \approx 1$  (приближенный результат получается из-за погрешностей вычислений).

Интересно теперь рассмотреть законы распределения погрешностей на отдельных полуинтервалах шкалы. Эти законы нами уже построены и приведены в табл. 1—7 приложения. Так, закон распределения погрешностей по отношению к полуинтервалу  $Y_3$  составят вероятности первых строк таблиц; закон распределения погрешностей по отношению к полуинтервалу  $Y_4$  — вероятности вторых строк и т. д. Продолжая рассмотрение законов распределения погрешностей остальных полуинтервалов шкалы, можно отметить периодичность, с которой они повторяются. Действительно, распределение погрешностей по отношению к полуинтервалам  $Y_3, Y_{11}, Y_{19}, Y_{27}, \dots; Y_4, Y_{12}, Y_{20}, Y_{28}, \dots; Y_5, Y_{13}, Y_{21}, Y_{29}, \dots;$  и т. д. одинаково. Иначе говоря, законы распределения погрешностей повторяются на полуинтервалах шкалы, отстоящих друг от друга на расстоянии  $7\Delta$ . Указанная закономерность характерна только для помехи, изменяющейся в пределах  $\pm 3\Delta$ . Если же помеха изменяется в пределах  $\pm 2\Delta$ , то периодичность обнаруживается уже на расстоянии  $3\Delta$ . Это подтверждается тем, что распределения погрешностей полуинтервалов  $Y_3, Y_7, Y_{11}, \dots$  одинаковы (см. в табл. 1—7 приложения значения вероятностей при  $s_1=s_2=1$ ). То же характерно для делений  $Y_4, Y_8, Y_{12}, \dots$ , делений  $Y_5, Y_9, Y_{13}, \dots$  и т. д. Наконец, если помеха изменяется в пределах  $\pm \Delta$  (см. в табл. 1—7 приложения значения вероятностей при  $s_1=s_2=1, q_1=q_2=1$ ), то законы распределения погрешностей полуинтервалов, находящихся на расстоянии  $\Delta$ , одинаковы.

Итак, законы распределения погрешностей по полуинтервалам шкалы периодически повторяются, при этом периодичность существенным образом зависит от уровня помех, действующих на входе цифратора.

Далее отметим, что вероятности погрешностей  $+3\Delta, +2\Delta, +\Delta$  всех законов распределения не равны вероятностям погрешностей  $-3\Delta, -2\Delta, -\Delta$ , т. е. в распределениях погрешностей наблюдается асимметрия. Убедиться в этом нетрудно, если сравнить вероятности  $\gamma_{i-1}(y/Y_i)$  и  $\gamma_{i+1}(y/Y_i)$ ,  $\gamma_{i-2}(y/Y_i)$  и  $\gamma_{i+2}(y/Y_i)$ ,  $\gamma_{i-3}(y/Y_i)$  и  $\gamma_{i+3}(y/Y_i)$  законов распределения полуинтервалов  $Y_i, i=3, 4, \dots, 994$ . К примеру, если  $i=3$ , то  $\gamma_0(y/Y_3) \neq \gamma_6(y/Y_3)$  (см. табл. 1 и 7 приложения),  $\gamma_1(y/Y_3) \neq \gamma_5(y/Y_3)$  (см. табл. 2 и 6 приложения);  $\gamma_2(y/Y_3) \neq \gamma_4(y/Y_3)$  (см. табл. 3 и 5 приложения).

Для иллюстрации на рис. 3 приведены законы распределения погрешностей полуинтервалов шкалы  $Y_3—Y_{10}$ . Законы распределения остальных делений шкалы периодически повторяются. Значения вероятностей получены по формулам табл. 1—7 при условии (17). Напомним, что условие (17) соответствует равномерному и симметричному (по отношению к середине полуинтервалов  $Y_3—Y_{10}$ ) распределению помехи. Заштрихованные столбики указывают вероятности правильного измерения в случае, если измеряемая величина принимает значения полуинтервалов  $Y_3—Y_{10}$ . Столбики, расположенные слева и справа, указывают вероятности получения соответственно отрицательных ( $-\Delta, -2\Delta, -3\Delta$ ) и положительных ( $+\Delta, +2\Delta, +3\Delta$ ) погрешностей. Отсюда следует, что при симметричном распределении помехи в распределениях погрешностей измерения по полуинтервалам шкалы имеет место смещение математического ожидания, причем каждый из законов имеет величину смещения со своим знаком. Значения смещений математических ожиданий (с их знаками), полученные для законов а, б, ..., з, приведены в табл. 2. Алгебраическая сумма смещений равна нулю. Последнее обстоятельство объясняет тот факт, что усредненный по шкале закон распределения погрешностей в случае симметричного распределения помехи (см. (13)—(16)) является несмещенным.

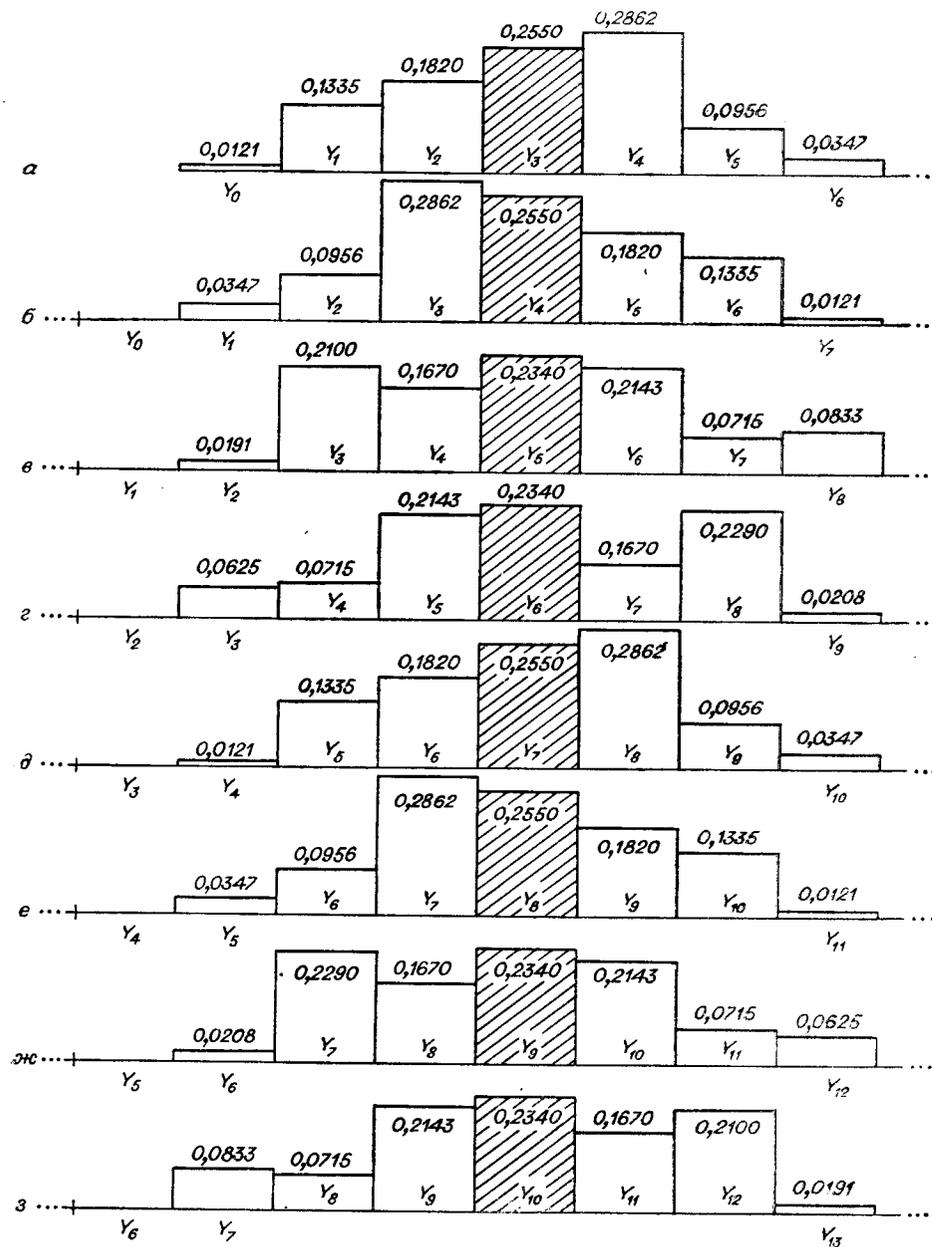


Рис. 3.

Можно также видеть, что для отдельных законов (например, для законов в, г, ж, з) вероятности погрешностей, больших по номинальному значению, могут превышать вероятности погрешностей, меньших по номинальному значению\* (см. рис. 3).

Таким образом, настоящее исследование, проведенное при условии равномерного распределения измеряемой величины, позволяет сделать следующие выводы.

\* На такую возможность внимание автора обратил В. К. Шмидт.

Усредненный по шкале закон распределения случайных погрешностей цифратора поразрядного уравнивания с двоичной системой кодирования является в общем случае асимметричным. Если же закон распределения помехи на входе цифратора имеет нулевое математическое ожидание и является симметричным, то усредненный закон распределения погрешностей является симметричным и несмещенным.

Законы распределения погрешностей соседних полуинтервалов шкалы отличаются друг от друга. Однако законы распределения погрешностей, отличающиеся на некотором участке шкалы\*, периодически повторяются на примыкающих участках. Длина участка зависит от уровня помех.

Законы распределения погрешностей, рассматриваемые по отношению к отдельным полуинтервалам шкалы, асимметричны. Практически это означает, что если измеряемая величина примет значение произвольного полуинтервала, то вероятности положительного и отрицательных погрешностей в результатах измерения будут неодинаковы. Вследствие этого математическое ожидание результатов многократных измерений оказывается смещенным по отношению к математическому ожиданию величины  $z$ . Величина смещения зависит от распределения помехи.

Таблица 2

	Значение математического ожидания
$Y_3$	$+0,1 \Delta$
$Y_4$	$-0,1 \Delta$
$Y_5$	$-0,04 \Delta$
$Y_6$	$+0,14 \Delta$
$Y_7$	$+0,1 \Delta$
$Y_9$	$-0,1 \Delta$
$Y_{10}$	$-0,14 \Delta$
$Y_{11}$	$+0,04 \Delta$
...	.....

Приложение

Таблица 1

Таблица 2

	$\gamma_{i-3}(y/Y_i)$	$\gamma_{i-2}(y/Y_i)$
$i=3$	$\gamma_0(y/Y_3) = w_1(1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_1(y/Y_3) = w_1(1-q_2)s_2$
$i=4$	$\gamma_1(y/Y_4) = (1-w_2)(1-s_2)$	$\gamma_2(y/Y_4) = (1-w_2)s_2(1-q_2)$
$i=5$	$\gamma_2(y/Y_5) = s_1(1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_3(y/Y_5) = s_1(1-q_2)s_2$
$i=6$	$\gamma_3(y/Y_6) = q_1(1-s_2)$	$\gamma_4(y/Y_6) = q_1s_2(1-w_2)(1-q_2)$
$i=7$	$\gamma_4(y/Y_7) = w_1(1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_5(y/Y_7) = w_1(1-q_2)s_2$
$i=8$	$\gamma_5(y/Y_8) = (1-w_2)(1-s_2)$	$\gamma_6(y/Y_8) = (1-w_2)s_2(1-q_2)$
$i=9$	$\gamma_6(y/Y_9) = (1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_7(y/Y_9) = (1-q_2)s_2$
$i=10$	$\gamma_7(y/Y_{10}) = (1-s_2)$	$\gamma_8(y/Y_{10}) = s_2q_1(1-w_2)(1-q_2)$
$i=11$	$\gamma_8(y/Y_{11}) = w_1(1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_9(y/Y_{11}) = w_1(1-q_2)s_2$
$i=12$	$\gamma_9(y/Y_{12}) = (1-w_2)(1-s_2)$	$\gamma_{10}(y/Y_{12}) = (1-w_2)s_2(1-q_2)$
$i=13$	$\gamma_{10}(y/Y_{13}) = s_1(1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_{11}(y/Y_{13}) = s_1(1-q_2)s_2$
$i=14$	$\gamma_{11}(y/Y_{14}) = q_1(1-s_2)$	$\gamma_{12}(y/Y_{14}) = q_1s_2(1-w_2)(1-q_2)$
$i=15$	$\gamma_{12}(y/Y_{15}) = w_1(1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_{13}(y/Y_{15}) = w_1(1-q_2)s_2$
$i=16$	$\gamma_{13}(y/Y_{16}) = (1-w_2)(1-s_2)$	$\gamma_{14}(y/Y_{16}) = (1-w_2)s_2(1-q_2)$
$i=17$	$\gamma_{14}(y/Y_{17}) = (1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_{15}(y/Y_{17}) = (1-q_2)s_2$
$i=18$	$\gamma_{15}(y/Y_{18}) = (1-s_2)$	$\gamma_{16}(y/Y_{18}) = s_2q_1(1-w_2)(1-q_2)$
$i=19$	$\gamma_{16}(y/Y_{19}) = w_1(1-q_2)(1-s_2)$	$\gamma_{17}(y/Y_{19}) = w_1(1-q_2)s_2$
...	.....	.....

\* Подразумевается, что участок шкалы включает в себя несколько следующих друг за другом полуинтервалов.

Таблица 3

$i$	$\gamma_{i-1} (y/Y_i)$	$\gamma_i (y/Y_i)$
$i=3$	$\gamma_2 (y/Y_3) = w_1 q_2 (1 - w_2)$	$\gamma_3 (y/Y_3) = w_1 q_2 w_2$
$i=4$	$\gamma_3 (y/Y_4) = (1 - w_2) s_2 q_2$	$\gamma_4 (y/Y_4) = w_2 q_1 w_1$
$i=5$	$\gamma_4 (y/Y_5) = w_1 q_2 s_1 (1 - w_2)$	$\gamma_5 (y/Y_5) = s_1 q_2 w_1 w_2$
$i=6$	$\gamma_5 (y/Y_6) = q_1 s_2 (1 - w_2) q_2$	$\gamma_6 (y/Y_6) = q_1 s_2 w_2 w_1$
$i=7$	$\gamma_6 (y/Y_7) = w_1 q_2 (1 - w_2)$	$\gamma_7 (y/Y_7) = w_1 q_2 w_2$
$i=8$	$\gamma_7 (y/Y_8) = (1 - w_2) s_2 q_2$	$\gamma_8 (y/Y_8) = w_2 q_1 w_1$
$i=9$	$\gamma_8 (y/Y_9) = q_2 s_1 w_1 (1 - w_2)$	$\gamma_9 (y/Y_9) = q_2 s_1 w_1 w_2$
$i=10$	$\gamma_9 (y/Y_{10}) = s_2 q_1 (1 - w_2) q_2$	$\gamma_{10} (y/Y_{10}) = s_2 q_1 w_2 w_1$
$i=11$	$\gamma_{10} (y/Y_{11}) = w_1 q_2 (1 - w_2)$	$\gamma_{11} (y/Y_{11}) = w_1 q_2 w_2$
$i=12$	$\gamma_{11} (y/Y_{12}) = (1 - w_2) s_2 q_2$	$\gamma_{12} (y/Y_{12}) = w_2 q_1 w_1$
$i=13$	$\gamma_{12} (y/Y_{13}) = q_2 s_1 w_1 (1 - w_2)$	$\gamma_{13} (y/Y_{13}) = q_2 s_1 w_1 w_2$
$i=14$	$\gamma_{13} (y/Y_{14}) = s_2 q_1 (1 - w_2) q_2$	$\gamma_{14} (y/Y_{14}) = s_2 q_1 w_2 w_1$
$i=15$	$\gamma_{14} (y/Y_{15}) = w_1 q_2 (1 - w_2)$	$\gamma_{15} (y/Y_{15}) = w_1 q_2 w_2$
$i=16$	$\gamma_{15} (y/Y_{16}) = (1 - w_2) s_2 q_2$	$\gamma_{16} (y/Y_{16}) = w_2 q_1 w_1$
$i=17$	$\gamma_{16} (y/Y_{17}) = q_2 s_1 w_1 (1 - w_2)$	$\gamma_{17} (y/Y_{17}) = q_2 s_1 w_1 w_2$
$i=18$	$\gamma_{17} (y/Y_{18}) = s_2 q_1 (1 - w_2) q_2$	$\gamma_{18} (y/Y_{18}) = s_2 q_1 w_2 w_1$
$i=19$	$\gamma_{18} (y/Y_{19}) = w_1 q_2 (1 - w_2)$	$\gamma_{19} (y/Y_{19}) = w_1 q_2 w_2$
...	.....	.....

Таблица 4

Таблица 5

$i$	$\gamma_{i+1} (y/Y_i)$	$\gamma_{i+2} (y/Y_i)$
$i=3$	$\gamma_4 (y/Y_3) = (1 - w_1) s_1 q_1$	$\gamma_5 (y/Y_3) = (1 - w_1) s_1 (1 - q_1)$
$i=4$	$\gamma_5 (y/Y_4) = w_2 q_1 (1 - w_1)$	$\gamma_6 (y/Y_4) = w_2 (1 - q_1) s_1$
$i=5$	$\gamma_6 (y/Y_5) = s_1 q_2 (1 - w_1) q_1$	$\gamma_7 (y/Y_5) = s_1 q_2 (1 - w_1) (1 - q_1)$
$i=6$	$\gamma_7 (y/Y_6) = q_1 s_2 w_2 (1 - w_1)$	$\gamma_8 (y/Y_6) = (1 - q_1) s_1$
$i=7$	$\gamma_8 (y/Y_7) = (1 - w_1) s_1 q_1$	$\gamma_9 (y/Y_7) = (1 - w_1) s_1 (1 - q_1)$
$i=8$	$\gamma_9 (y/Y_8) = w_2 q_1 (1 - w_1)$	$\gamma_{10} (y/Y_8) = w_2 (1 - q_1) s_1$
$i=9$	$\gamma_{10} (y/Y_9) = q_2 s_1 (1 - w_1) q_1$	$\gamma_{11} (y/Y_9) = q_2 s_1 (1 - w_1) (1 - q_1)$
$i=10$	$\gamma_{11} (y/Y_{10}) = s_2 q_1 w_2 (1 - w_1)$	$\gamma_{12} (y/Y_{10}) = s_2 (1 - q_1) s_1$
$i=11$	$\gamma_{12} (y/Y_{11}) = (1 - w_1) s_1 q_1$	$\gamma_{13} (y/Y_{11}) = (1 - w_1) s_1 (1 - q_1)$
$i=12$	$\gamma_{13} (y/Y_{12}) = w_2 q_1 (1 - w_1)$	$\gamma_{14} (y/Y_{12}) = w_2 (1 - q_1) s_1$
$i=13$	$\gamma_{14} (y/Y_{13}) = q_2 s_1 (1 - w_1) q_1$	$\gamma_{15} (y/Y_{13}) = s_1 q_2 (1 - w_1) (1 - q_1)$
$i=14$	$\gamma_{15} (y/Y_{14}) = s_2 q_1 w_2 (1 - w_1)$	$\gamma_{16} (y/Y_{14}) = (1 - q_1) s_1$
$i=15$	$\gamma_{16} (y/Y_{15}) = (1 - w_1) s_1 q_1$	$\gamma_{17} (y/Y_{15}) = (1 - w_1) s_1 (1 - q_1)$
$i=16$	$\gamma_{17} (y/Y_{16}) = w_2 q_1 (1 - w_1)$	$\gamma_{18} (y/Y_{16}) = w_2 (1 - q_1) s_1$
$i=17$	$\gamma_{18} (y/Y_{17}) = q_2 s_1 (1 - w_1) q_1$	$\gamma_{19} (y/Y_{17}) = q_2 s_1 (1 - w_1) (1 - q_1)$
$i=18$	$\gamma_{19} (y/Y_{18}) = s_2 q_1 w_2 (1 - w_1)$	$\gamma_{20} (y/Y_{18}) = s_2 (1 - q_1) s_1$
$i=19$	$\gamma_{20} (y/Y_{19}) = (1 - w_1) s_1 q_1$	$\gamma_{21} (y/Y_{19}) = (1 - w_1) s_1 (1 - q_1)$
...	.....	.....

Таблица 6

Таблица 7

$i$	$i + 3 (y/Y_i)$
$i = 3$	$\gamma_6 (y/Y_3) = (1 - w_1) (1 - s_1)$
$i = 4$	$\gamma_7 (y/Y_4) = w_2 (1 - q_1) (1 - s_1)$
$i = 5$	$\gamma_8 (y/Y_5) = (1 - s_1)$
$i = 6$	$\gamma_9 (y/Y_6) = (1 - q_1) (1 - s_1)$
$i = 7$	$\gamma_{10} (y/Y_7) = (1 - w_1) (1 - s_1)$
$i = 8$	$\gamma_{11} (y/Y_8) = w_2 (1 - q_1) (1 - s_1)$
$i = 9$	$\gamma_{12} (y/Y_9) = q_2 (1 - s_1)$
$i = 10$	$\gamma_{13} (y/Y_{10}) = s_2 (1 - q_1) (1 - s_1)$
$i = 11$	$\gamma_{14} (y/Y_{11}) = (1 - w_1) (1 - s_1)$
$i = 12$	$\gamma_{15} (y/Y_{12}) = w_2 (1 - q_1) (1 - s_1)$
$i = 13$	$\gamma_{16} (y/Y_{13}) = (1 - s_1)$
$i = 14$	$\gamma_{17} (y/Y_{14}) = (1 - q_1) (1 - s_1)$
$i = 15$	$\gamma_{18} (y/Y_{15}) = (1 - w_1) (1 - s_1)$
$i = 16$	$\gamma_{19} (y/Y_{16}) = w_2 (1 - q_1) (1 - s_1)$
$i = 17$	$\gamma_{20} (y/Y_{17}) = q_2 (1 - s_1)$
$i = 18$	$\gamma_{21} (y/Y_{18}) = s_2 (1 - q_1) (1 - s_1)$
$i = 19$	$\gamma_{22} (y/Y_{19}) = (1 - w_1) (1 - s_1)$
...	.....

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Персин. Анализ случайных погрешностей цифровых измерительных систем.— Кибернетические пути совершенствования методов измерения и контроля. М., ОНТИПРИБОР, 1964.
2. В. М. Лазарев, Д. П. Фигуровский. Усреднение выходных данных измерительных систем.— Измерительная техника, 1965, № 2.
3. П. Е. Твердохлеб. Методика построения усредненных законов распределения погрешностей цифраторов, работающих в условиях импульсных помех.— Автометрия, 1965, № 5.

Поступила в редакцию  
16 ноября 1965 г.