

**В. М. МОГИЛЕВСКИЙ**

(Новосибирск)

**К ВЫБОРУ ОПТИМАЛЬНОЙ НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ  
ДЛЯ УСТРОЙСТВ  
НЕПРЕРЫВНОГО АВТОМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ  
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ НОСИТЕЛЕЙ МАГНИТНОЙ ЗАПИСИ**

Исследовано влияние коэффициента сжатия и радиуса рабочего отверстия на магнитные параметры эллипсоидальных соленоидов и получены материалы для графоаналитического инженерного расчета.

Металлические носители магнитной записи в виде микропроволоки и микроленты из холоднокатанных высококоэрцитивных сплавов получают все более широкое применение в технике автоматического контроля, телеметрии, аппаратуре для научных исследований. Необходимость улучшения магнитных и электроакустических параметров носителей делают крайне актуальной проблему организации непрерывного автоматического контроля их магнитных параметров в процессе производства и приемо-сдаточных испытаний [1].

Известные устройства, применяемые для непрерывного контроля ленточных магнитномягких сталей, основаны преимущественно на полуавтоматическом или автоматическом измерении и сравнении динамических магнитных параметров изделий, перемагничиваемых в полях промышленной частоты [2, 3]. Основная трудность в создании подобных устройств для испытаний высококоэрцитивных материалов на промышленной частоте заключается в построении намагничивающих устройств, к которым предъявляются весьма жесткие требования малых габаритов, высокой напряженности и однородности поля в вытянутом рабочем объеме [4]. Эта задача может быть решена с помощью безжелезных соленоидов, обладающих широкими возможностями формирования магнитного поля током.

Вопрос выбора конструкции соленоида, наиболее эффективной для рассматриваемой цели, не нашел пока достаточного освещения в литературе. Используя критерии для оценки конструктивных показателей, напряженности и однородности магнитного поля безжелезных соленоидов, описанные в литературе [5—10], мы сравнили эффективность различных отечественных и зарубежных конструкций безжелезных соленоидов, применяющихся для получения сильных однородных магнитных полей в вытянутых объемах [7, 11—14]. Анализ показал, что наиболее высокими показателями обладает эллипсоидальный соленоид Национальной магнитной лаборатории США, испытанный Ф. Биттером в 1961 году [13]. В этом соленоиде однородность поля обеспечивается во

всей внутренней полости, кроме областей у полюсов. В другой работе того же автора указывается на значительное ухудшение однородности поля при увеличении относительного размера рабочего отверстия эллипсоидального соленоида, однако сведений по анализу и расчету величины и однородности поля не приводится [6]. Вообще опубликованные в литературе данные по расчету эллипсоидальных соленоидов весьма скупы, хотя идея эллипсоидальной поверхности тока с постоянной аксиальной плотностью, образующей в ограниченном ею объеме однородное магнитное поле, высказана еще в XIX веке Д. К. Максвеллом.

Ниже приведены результаты исследования вопроса влияния радиуса рабочего отверстия и коэффициента сжатия на величину и однородность поля эллипсоидальных соленоидов, не освещенного в известных работах по расчету эллипсоидальных соленоидов [4, 15]. Обсужден также вопрос выбора геометрических параметров, обеспечивающих оптимальную эффективность эллипсоидальных соленоидов для некоторых магнитоизмерительных устройств рассматриваемого назначения.

Ограничимся исследованием однослойных соленоидов, поскольку поле соленоидов с массивной обмоткой может быть рассчитано путем разбиения обмотки на конфокальные поверхности тока и суммирования их полей в любой точке внутренней полости [5, 16].

Полагаем, что в интересующем нас диапазоне частот 50—1000 *гц* соленоиды отвечают условиям квазистационарности, т. е. распределение плотности тока в обмотках и конфигурация поля не отличаются практически от поля постоянного тока, и от времени зависит только амплитуда магнитного поля. При этих условиях задача может быть рассмотрена как магнитостатическая. Во внутреннем объеме соленоида, свободном от зарядов и токов, магнитное поле наиболее просто выражается через скалярный магнитный потенциал  $H = -\text{grad } \varphi_m$ , где магнитный потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа  $\nabla^2 \varphi_m = 0$ . Пренебрегая спиральностью витков, заменим действительную обмотку однослойного эллипсоидального соленоида, имеющую, согласно условию Максвелла, постоянную аксиальную плотность ампер-витков, геометрически эквивалентной системой бесконечно большого числа линейных круговых контуров тока.

В декартовой системе координат потенциал кругового контура тока, действующего как магнитный листок, в точке  $(x, y, z)$  выражается так:  $\varphi_m(x, y, z) = -I\Omega(x, y, z)$ , где  $\Omega$  — телесный угол, под которым из точки  $(x, y, z)$  виден круговой контур.

Поскольку для намагничивания испытываемой проволоки и ленты используется преимущественно осевое поле соленоида, ограничимся исследованием потенциала на оси вращения эллипсоидального соленоида. Тогда  $\varphi_m(x, 0, 0) = -I\Omega(x, 0, 0)$ , если ось вращения совпадает с осью  $OX$ . Если плоскость  $YOZ$  совместить с экваториальной плоскостью эллипсоидального соленоида, то телесный угол, под которым элементарный линейный круговой контур виден из точек наблюдений, расположенных на оси  $OX$ , может быть выражен через плоский угол

$$\Omega = 2\pi (1 - \cos \alpha) = 2\pi \left[ 1 - \frac{x - \xi}{\sqrt{r^2 + (x - \xi)^2}} \right],$$

где  $\alpha$  — плоский угол между осью  $OX$  и образующей телесного угла;  
 $\xi$  — координата элементарного кругового контура;  
 $r$  — радиус элементарного кругового контура.

Обозначим геометрические параметры однослойного эллипсоидального соленоида с симметрично усеченными полюсами следующим обра-

зом:  $2L$  — длина;  $R_L$  — радиус рабочего отверстия;  $a, b$  — большая и малая полуоси вытянутого эллипсоида вращения ( $a > b$ ).

Из канонического уравнения образующей эллипсоида вращения получим:

$$\begin{cases} \frac{r^2}{b^2} + \frac{\xi^2}{a^2} = 1; \\ \frac{R_L^2}{b^2} + \frac{L^2}{a^2} = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку зона заданной однородности поля обычно выражается процентным отношением ее протяженности к длине соленоида, то получим

где  $k = \frac{b}{a}$  — коэффициент сжатия образующей эллипсоида вращения.

Скалярный магнитный потенциал элементарного контура эллипсоидальной поверхности тока равен

$$d\varphi_m = -2\pi j \left[ 1 - \frac{x - \xi}{\sqrt{b^2 - k^2 \xi^2 + (x - \xi)^2}} \right] d\xi, \quad (2)$$

где  $j = \frac{I\omega}{2L}$  — аксиальная плотность ампер-витков обмотки;

$d\xi$  — проекция образующей элементарного контура на ось вращения.

Интегрируя (2) по всей длине соленоида, получим

$$\begin{aligned} \varphi_m &= \int_{-L}^{+L} d\varphi_m = -A \int_{-1}^{+1} \frac{(\xi - x) d\xi}{\sqrt{b^2 - k^2 \xi^2 + (\xi - x)^2}} + \text{const} = \\ &= -A \int_{1+x}^{1-x} \frac{\eta d\eta}{\sqrt{\eta^2 + b^2 - k^2 (\eta + x)^2}} + \text{const}, \end{aligned}$$

где  $A = 2\pi j$ ;  $\eta = \xi - x$ .

Если полагать скалярный магнитный потенциал в центре соленоида равным нулю, то  $\text{const} = 0$ . После интегрирования имеем

$$\begin{aligned} \varphi_m &= \frac{-A}{1 - k^2} \left[ \sqrt{(1-x)^2 + R_L^2} - \sqrt{(1+x)^2 + R_L^2} - \right. \\ &\left. - \frac{k^2 x}{\sqrt{1 - k^2}} \ln \frac{\sqrt{(1-k^2)[(1-x)^2 + R_L^2]} + x - (1-k^2)}{\sqrt{(1-k^2)[(1+x)^2 + R_L^2]} + x + (1-k^2)} \right] = \end{aligned}$$

$$= -\frac{A}{\varepsilon^2} \left[ \sqrt{(1-x)^2 + R_L^2} - \sqrt{(1+x)^2 + R_L^2} - \frac{k^2 x}{\varepsilon} \ln \frac{\varepsilon \sqrt{(1-x)^2 + R_L^2} + x - \varepsilon^2}{\varepsilon \sqrt{(1+x)^2 + R_L^2} + x + \varepsilon^2} \right], \quad (3)$$

где  $\varepsilon = \sqrt{1-k^2}$  — эксцентриситет эллипсоида.

Разность потенциалов на концах соленоида  $\Delta\varphi_M = (\varphi_M)_{x=1} - (\varphi_M)_{x=-1}$  выразим следующим образом:

$$\Delta\varphi_M = \frac{A}{\varepsilon^2} \left[ 2(R_L - \sqrt{4 + R_L^2}) + \frac{k^2}{\varepsilon} \ln \frac{(\varepsilon \sqrt{4 + R_L^2} - 1 - \varepsilon^2)(\varepsilon R_L + 1 - \varepsilon^2)}{(\varepsilon \sqrt{4 + R_L^2} + 1 + \varepsilon^2)(\varepsilon R_L - 1 + \varepsilon^2)} \right]. \quad (4)$$

Учитывая, что  $\frac{\partial \varphi_M}{\partial y} = \frac{\partial \varphi_M}{\partial z} = 0$ , аксиальную составляющую магнитного поля на оси вращения получим как градиент потенциала

$$H_x = -\text{grad } \varphi_M = -\frac{\partial \varphi_M}{\partial x} = A \left\{ \frac{1}{\varepsilon^2} \left( \frac{1-x}{\sqrt{(1-x)^2 + R_L^2}} + \frac{1+x}{\sqrt{(1+x)^2 + R_L^2}} \right) + \frac{k^2}{\varepsilon^3} \left[ \ln \frac{\varepsilon \sqrt{(1-x)^2 + R_L^2} + x - \varepsilon^2}{\varepsilon \sqrt{(1+x)^2 + R_L^2} + x + \varepsilon^2} + x \left( \frac{\sqrt{(1-x)^2 + R_L^2} - \varepsilon(1-x)}{\sqrt{(1-x)^2 + R_L^2} (x - \varepsilon^2 + \varepsilon \sqrt{(1-x)^2 + R_L^2})} - \frac{\sqrt{(1+x)^2 + R_L^2} + \varepsilon(1+x)}{\sqrt{(1+x)^2 + R_L^2} (x + \varepsilon^2 + \varepsilon \sqrt{(1+x)^2 + R_L^2})} \right) \right] \right\} = AG_x. \quad (5)$$

В центре эллипсоидального соленоида поле равно

$$H_0 = A \left( \frac{2}{\varepsilon^2 \sqrt{1 + R_L^2}} + \frac{k^2}{\varepsilon^3} \ln \frac{\sqrt{1 + R_L^2} - \varepsilon}{\sqrt{1 + R_L^2} + \varepsilon} \right) = AG_0. \quad (6)$$

Функции  $G$  в уравнениях (5) и (6), зависящие в каждой точке от геометрических параметров эллипсоидального соленоида, назовем функциями формы.

Координата зоны однородности магнитного поля  $\xi_x(R_L, k)$  может быть определена из уравнения, разрешенного относительно  $\xi_x$ :

$$\frac{(\nabla \varphi_M)_{x=0} - (\nabla \varphi_M)_{x=\xi_x}}{(\nabla \varphi_M)_{x=0}} = \chi, \quad (7)$$

где  $\chi$  — заданная неоднородность поля.

Для соленоидов рассматриваемого назначения признается удовлетворительной  $\chi = 1\%$  [8], и уравнение (7) приобретает вид

$$1 - \frac{G(\xi_x)}{G_0} = 0,01. \quad (8)$$

Решение в общем виде уравнения (8), трансцендентного относительно  $(R_L, k, x)$ , связано с чрезвычайно громоздкими преобразованиями, поэтому обратимся к численному анализу уравнений (5) и (8), рассчитанных с помощью ЭЦВМ. Конечной целью анализа является получение расчетных материалов в виде таблиц, номограмм, расчетных кривых, предназначенных для использования в инженерной практике.

Интервалы и шаг определения параметров на ЭЦВМ назначены по условиям точности результатов и возможности технической реализации.

Интервал определения радиуса рабочего отверстия  $R_L$  ограничен значениями  $(R_L = 0,033 \div 0,501)$  известных конструкций соленоидов для магнитоизмерительных устройств.

По технологическим соображениям интервал определения коэффициента сжатия ограничен сверху значением  $k=0,9$ . Шаг определения параметров  $R_L, k, x$  выбран из условия применимости линейной интерполяции значений функции  $G$  в рабочей зоне соленоидов с точностью до четвертого знака после запятой. Для улучшения точности интерполяции крайних значений функции  $G$  шаг  $x$  принят логарифмическим.

Для определения зон однородности поля не хуже  $1\%$  решались уравнения (8):

$$1 - \frac{G(\xi)}{G(0)} = 0,01; \quad 1 - \frac{G_1(\xi)}{G_1(0)} = 0,01,$$

где  $G_1 = \frac{1-x}{\sqrt{(1-x)^2 + R_L^2}} + \frac{1+x}{\sqrt{(1+x)^2 + R_L^2}}$  — функция формы цилинд-

рического соленоида с теми же  $R_L$  и  $L$ , что и у эллипсоидального соленоида.

Для  $\xi_x$ , являющихся корнями этих уравнений, шаг определения принят линейным и равным  $h=0,005$ . При таком шаге функция  $\xi_x(R_L, k)$  определяется с точностью до четвертого знака после запятой. По данным расчета, выполненного на цифровой машине М-20, построены приведенные ниже зависимости.

На рис. 1 представлены графики  $G_1(x), G(x, k)$  для десяти фиксированных равноотстоящих значений  $R_L$ . Функция  $G_1(x)$  изображена штриховой линией. Зоны однородности не хуже  $1$  и  $2\%$  ограничены кривыми  $\chi_{0,01}, \chi_{0,02}$ . Из этих графиков видно, что в заданном интервале зона однородности растет одновременно с увеличением коэффициента сжатия, а функция  $G$  монотонно убывает, причем в интервалах  $0,033 \leq R_L \leq 0,5$  и  $0,1 \leq k \leq 0,9$

$$(0,96 \div 0,995) \geq \frac{G_{0э}}{G_{0ц}} \geq (0,695 \div 0,765).$$

Следовательно, расчет поля в центре эллипсоидального соленоида по формулам для поля в центре цилиндрического соленоида с радиусом, равным экваториальному радиусу эллипсоида [4], может привести к погрешности до  $30\%$ .

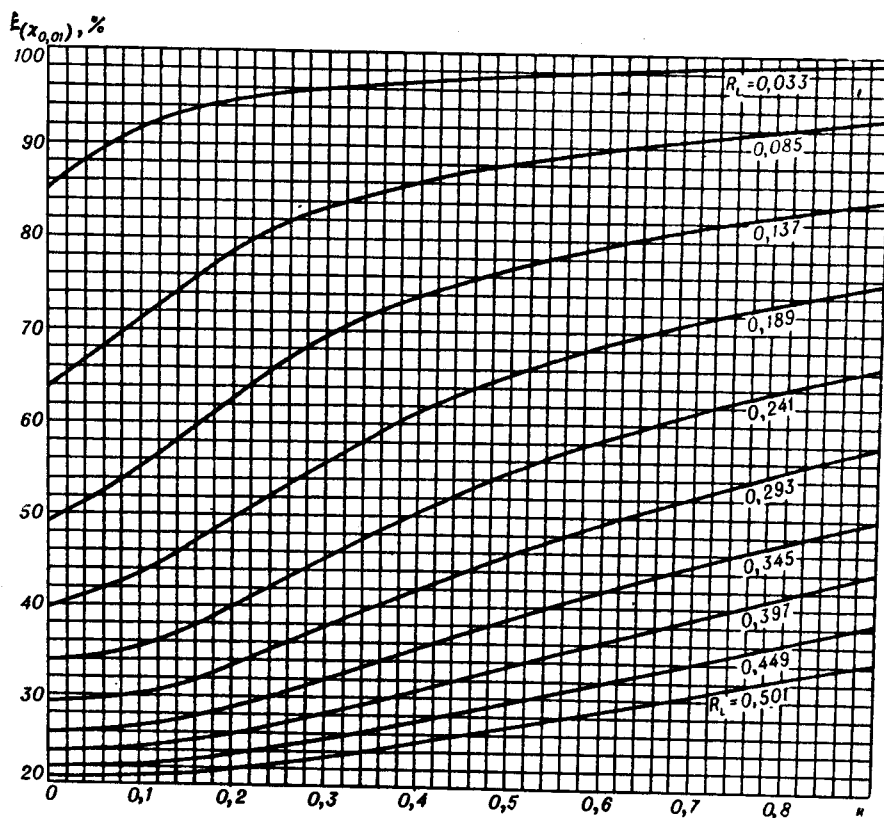


Рис. 2.

Из графиков  $\xi_x(R_L, k)$  (рис. 2) следует, что в заданных интервалах  $R_L$  и  $k$   $0,21 \leq \xi_x \leq 0,995$ .

Графики  $G_0(R_L, k)$ , представленные на рис. 3, показывают, как сильно влияет величина  $R_L$  на поле в центре соленоида уже при  $R_L > 0,085$ . Очевидно что формула Л. А. Цейтлина [15], не учитывающая радиуса рабочего отверстия, может быть использована только при малых относительных значениях  $R_L$ .

По графикам  $\xi_x(R_L, k)$  (рис. 4) можно установить, что увеличение зоны однородности эллипсоидальных соленоидов относительно цилиндрических соленоидов с тем же  $R_L$  (нижняя кривая) имеет максимум в центральной области интервала определения  $R_L$ . Этим фактом можно воспользоваться для установления оптимальных параметров эллипсоидальных соленоидов. Принимая во внимание, что в уравнение осевого поля эллипсоидального соленоида (5) входит в качестве слагаемого функция формы цилиндрического соленоида, рассмотрим в качестве критерия оптимальности эллипсоидальных соленоидов условие максимума отношения осевого магнитного напряжения в их рабочей зоне к осевому магнитному напряжению в рабочей зоне цилиндрических соленоидов с таким же относительным радиусом рабочего отверстия и длиной. Предлагаемый критерий имеет практическое значение, например, для устройств непрерывного контроля типа фирмы Сименс — Гальске [3]. Полагая в уравнении (5) коэффициенты  $A$  равными для эллипсо-

идального и цилиндрического соленоидов с одинаковыми  $R_L$  и  $L$ , получим условие оптимальности в виде

$$\left| \frac{H_{0\varepsilon} L_{\delta\varepsilon}}{H_{0\text{ц}} L_{\delta\text{ц}}} \right|_{\substack{R_{L\varepsilon} = R_{L\varepsilon} \\ L_{\text{ц}} = L_{\varepsilon}}} = \frac{G_{0\varepsilon} \xi_{x\varepsilon}}{G_{0\text{ц}} \xi_{x\text{ц}}} = M_{\max}(R_L, k).$$

Из кривых  $M(R_L, k)$ , построенных по результатам расчета на ЭВМ (рис. 5), следует, что эллипсоидальные соленоиды оптимальны в обла-

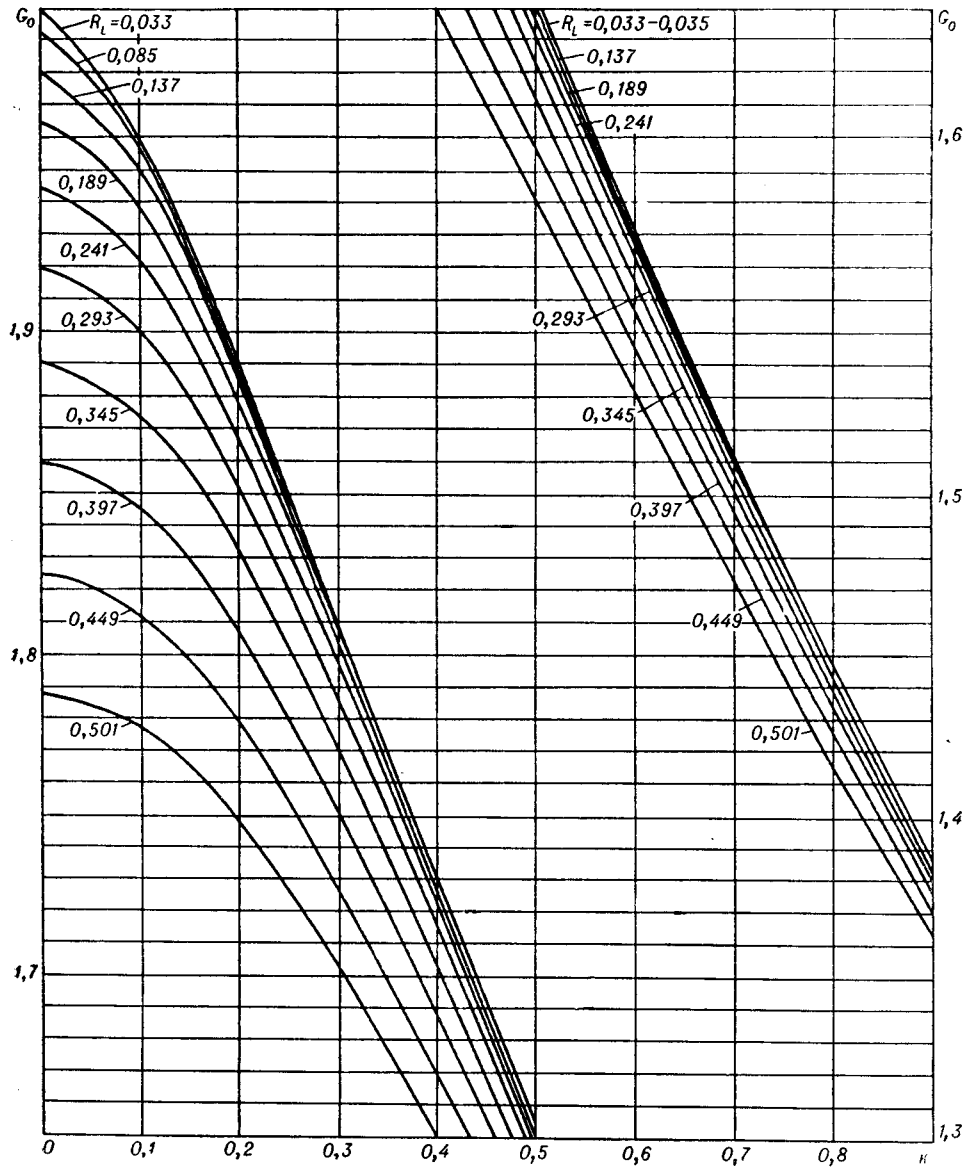


Рис. 3.

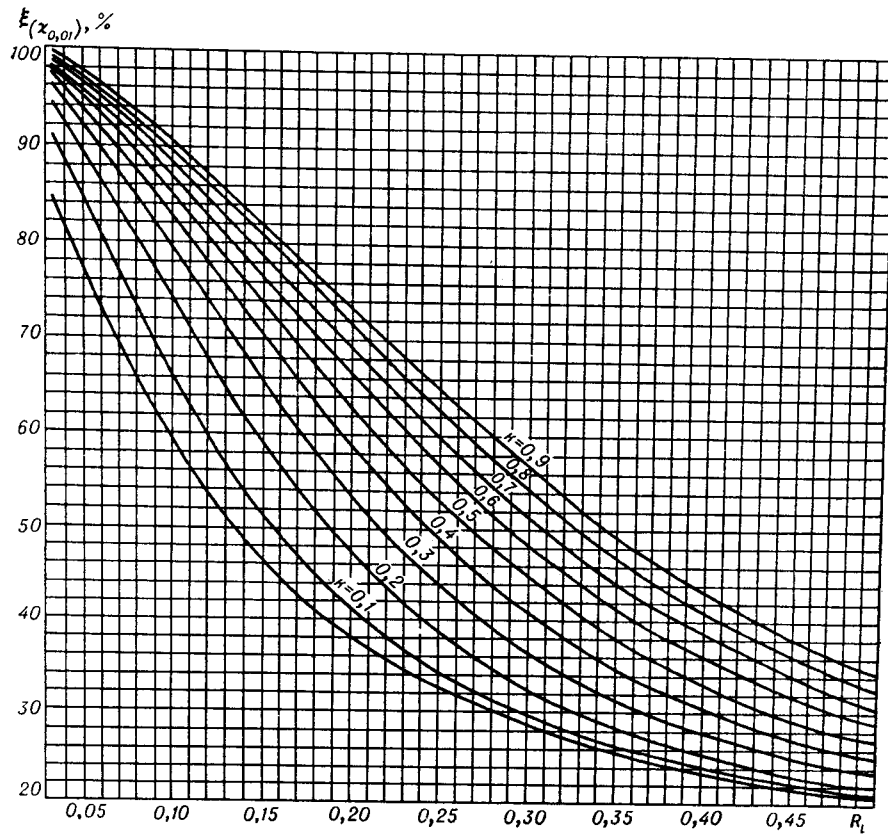


Рис. 4.

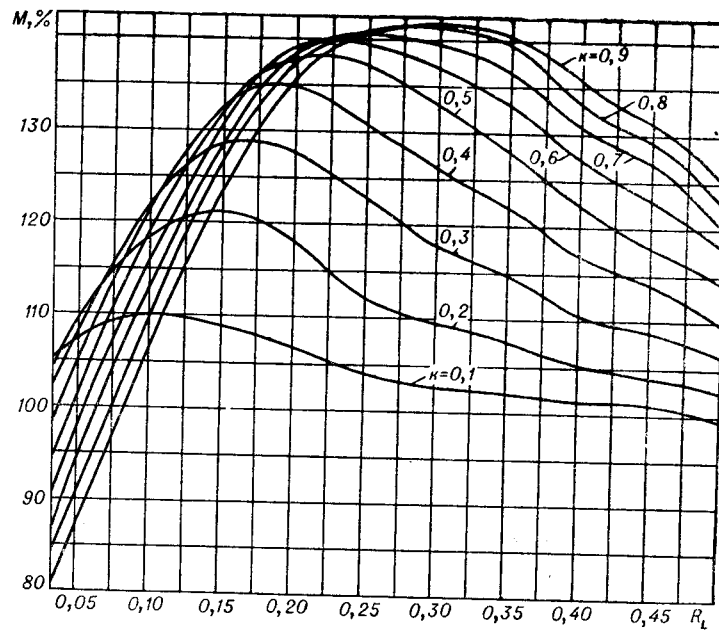


Рис. 5.



сти  $0,12 \leq R_L \leq 0,3$ . Зависимость между радиусом рабочего отверстия и коэффициентом сжатия оптимальных соленоидов может быть с достаточной для практических целей точностью аппроксимирована интерполяционным биномом  $|k_{opt} = 4,44R_L - 0,433|_{0,12 < R_L < 0,3}$ .

При практических расчетах с помощью полученных формул важно оценить влияние точности изготовления соленоида на точность расчета поля в его центре. Для оценки относительной погрешности расчета функции  $G_0$  с помощью предлагаемых формул представим функцию  $G_0$  из уравнения (6) в виде

$$G_0 = \frac{2}{\varepsilon^2 \delta} + \frac{k^2}{\varepsilon^3} \ln B,$$

где

$$\delta = \sqrt{1 + R_L^2}; \quad B = \frac{\delta - \varepsilon}{\delta + \varepsilon}.$$

Предельную относительную погрешность определения функции  $G_0$  выразим как

$$\xi_{G_0} = \frac{1}{G_0} \left( \left| \frac{\partial G_0}{\partial \varepsilon} \right| \Delta \varepsilon + \left| \frac{\partial G_0}{\partial \delta} \right| \Delta \delta \right) = \frac{1}{G_0 \varepsilon^2} \left[ \left| \frac{2\delta(1-\varepsilon^2)}{\delta^2 - \varepsilon^2} + \frac{3-\varepsilon^2}{\varepsilon} \ln B + \frac{4}{\delta} \right| \xi_\varepsilon + \left| \frac{2\delta(1-\varepsilon^2)}{\delta^2 - \varepsilon^2} - \frac{2}{\delta} \right| \xi_\delta \right],$$

где

$$\xi_\delta = \frac{R_L}{\sqrt{1 + R_L^2}} \xi_l; \quad \xi_\varepsilon = \sqrt{\frac{k^2 + 2R_L^2}{1 - k^2}} \xi_l;$$

$\xi_l$  — относительное отклонение линейных размеров.

На рис. 6 кривые 1 и 2 изображают (в относительных единицах) расчетное и экспериментально измеренное распределения осевого поля в эллипсоидальном соленоиде с  $R_L = 0,25$ ,  $k = 0,4$ .

Ожидаемая погрешность определения функции  $G$  при точности изготовления соленоида  $\pm 0,2\%$  составляет около  $0,1\%$ . Максимальный ток в обмотке рассчитывался по методике Кокрофта, изложенной в монографии В. Р. Карасика [5]. Расхождение расчетного и измеренного значений аксиальной составляющей напряженности осевого поля достаточно близко к ожидаемому. Кривая 3 изображает распределение поля в цилиндрическом соленоиде с  $R_L = 0,25$ .

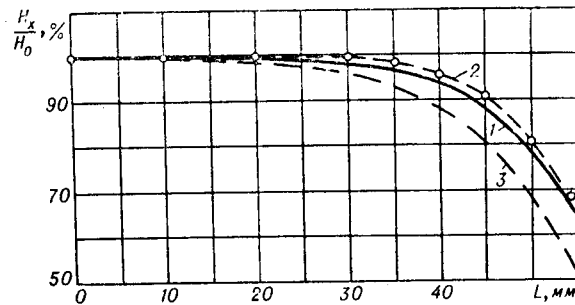


Рис. 6.

Приведенный анализ, подтвержденный экспериментом, показал, что расчет величины и конфигурации магнитного поля эллипсоидальных соленоидов должен проводиться с учетом величины радиуса рабо-

чего отверстия. Игнорирование влияния радиуса рабочего отверстия приводит к значительной погрешности определения величины и однородности поля уже при  $R_L > 0,085$ .

Аналитические и графические материалы, полученные в процессе исследования, могут быть рекомендованы для инженерного расчета эллипсоидальных соленоидов с допустимой неоднородностью осевого поля в рабочей зоне не хуже 1%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Решение второго научно-технического совещания «Перспективные научно-технические направления развития магнитоизмерительной аппаратуры для исследования ферромагнитных материалов». Л., ВНИИМ, 1965.
2. Lundin Robert S. Device for Comparing and Displaying Histeresis Characteristics. Pat. USA № 3040246. kl. 324—34, 1962.
3. Magnetisierungsdoppeljoch für Wechselstrom zum Messen der magnetischen Eigenschaften von Elektrolechband im Durchlaufverfahren. DBP 1120591, kl. 21e 37/10, 1962.
4. И. И. Кифер. Испытания ферромагнитных материалов. М., Госэнергоиздат, 1962.
5. В. Р. Карасик. Физика и техника сильных магнитных полей. М., Изд-во «Наука», 1964.
6. F. Bitter. Water Cooled Magnets.— Rev. Scient. Instr., 1962, v. 33, № 3.
7. С. П. Капица. Соленоид с однородным магнитным полем.— В сб. «Электроника больших мощностей», № 2. М., Изд-во АН СССР, 1963.
8. В. К. Аркадьев. Электромагнитные процессы в металлах, ч. I. М., Госэнергоиздат, 1934.
9. L. W. McKeehan. A Method for Improving the Uniformity of the Central Magnetic Field in a Thick Solenoid.— Rev. Scient. Instr., 1939, v. 10, № 12.
10. W. Franzen. Generation of Uniform Magnetic Fields by Means of Air-Core Coils.— Rev. Scient. Instr., 1962, v. 33, № 9.
11. И. М. Пузей. Соленоид на большие поля.— Заводская лаборатория, 1949, № 2.
12. Е. А. Соколова, В. Ф. Витковский. Коэрцитиметр с пределами измерений 80—400 кА/м. Передовой научно-технический и производственный опыт, № 18—65—227/6. М., ГОСИНТИ, 1965.
13. F. Bitter. New Developments in High-Magnetic Field Research.— Physics Today, 1961, v. 14, № 9.
14. I. E., Rudzki, E. H. Holt. Ten-Kilogause Air-Cooled Magnet for Plasma Research.— Rev. Scient. Instr., 1963, v. 34, № 10.
15. А. А. Цейтлин. Об одной возможности получения однородного магнитного поля.— ЖТФ, 1957, т. 27, вып. 12.
16. E. G. Gullwic. The fundamental of electromagnetism, Cambridge, 1949.

Поступила в редакцию  
6 января 1966 г.