

Х. Ф. ГУСЕЙНОВ, М. С. КАСИМ-ЗАДЕ
(Баку)

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ СЕЙСМОПРИЕМНИКАХ

Исследуются переходные процессы в электрокинетических сейсмоприемниках давления (ЭКС); выводится аналитическое выражение для описания переходного процесса; устанавливается время и характер переходного процесса при различных функциях воздействующих на вход сейсмоприемника давлений; показывается, что ЭКС имеет весьма малое время переходного процесса и поэтому обладает значительно большей разрешающей способностью, чем пьезосейсмоприемники.

В [1, 2] рассмотрены вопросы возможности применения электрокинетических преобразователей в качестве сейсмоприемников давления и частотные свойства электрокинетических сейсмоприемников (ЭКС). Между тем, для целей сейсморазведки важно выявить поведение ЭКС и в переходном режиме, в частности, определить характер и время переходного процесса при различных формах входного сигнала.

Отраженные сейсмические волны воздействуют на ЭКС чередующимися импульсами с небольшими интервалами времени. Если это время меньше длительности свободных колебаний сейсмоприемника, то возникают большие затруднения для выделения и прослеживания их на сейсмограмме. Поэтому в сейсморазведке следует использовать сейсмоприемники с возможно малым временем собственных колебаний.

В данной статье рассматриваются переходные процессы в ЭКС при различных функциях действующего давления.

Напряжение на выходе ЭКС при работе его на активную нагрузку выражается формулой [2]

$$u(t) = E(t)r, \quad (1)$$

где r — коэффициент, учитывающий соотношение между сопротивлением нагрузки и внутренним сопротивлением ЭКС;

$E(t)$ — переменный потенциал протекания ЭКС, определяемый зависимостью

$$E(t) = \frac{\xi e}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} \Delta p(t) \Phi(k), \quad (2)$$

в которой ξ — электрокинетический потенциал;

$\varepsilon, \mu, \lambda_v, \lambda_s$ — соответственно диэлектрическая постоянная, вязкость, объемная и поверхностная электропроводность рабочей жидкости;

$\Delta p(t)$ — перепад давления на пористой перегородке ЭКС;

$\Phi(k)$ — комплексная функция частоты и радиуса пор, учитывающая влияние гидродинамического фактора на величину $E(t)$.

Для пористых перегородок с цилиндрическими порами $\Phi(k)$ выражается зависимостью [3]

$$\Phi(k) = \frac{2I_1(i\sqrt{i}k)}{i\sqrt{i}kI_0(i\sqrt{i}k)},$$

где $I_1(i\sqrt{i}k), I_0(i\sqrt{i}k)$ — Бесселевы функции первого рода первого и нулевого порядков.

Представляя Бесселевы функции в виде рядов и ограничиваясь первыми двумя членами, можно найти модуль и аргумент функции $\Phi(k)$, а именно:

$$\Phi(k) = |\Phi(k)| e^{-i\varphi_1};$$

$$|\Phi(k)| = \sqrt{\frac{(32 + k^4)^2 + 8k^4}{4(16 + k^4)^2}}; \quad (3)$$

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{4k^4}{32 + k^4}.$$

Так как $k = a_{\text{ср}} \sqrt{\frac{\omega\rho}{\mu}}$, то можно определить предельную частоту f_n , ниже которой переменный потенциал может быть вычислен по формуле для потенциала постоянного протекания. При этом

$$a_{\text{ср}} \sqrt{\frac{\omega\rho}{\mu}} = 1,$$

откуда

$$f_n = \frac{\mu}{2\pi\rho a_{\text{ср}}^2}. \quad (4)$$

Формула (4) дает возможность в зависимости от размера пор пористой перегородки и вязкости рабочей жидкости найти предельную частоту и, наоборот, при данной частоте приблизительно определить предельный размер пор, при котором переменный потенциал протекания равен постоянному потенциалу. Для использования формулы постоянного течения в рассматриваемом диапазоне частот $f \leq 100$ гц с применением в качестве рабочей жидкости ацетона или ацетонитрила предельный размер пор, согласно формуле (4), составляет $a_{\text{ср}} = 25$ мк.

При этом $\Phi(k) \approx 1$ и формула (2) примет вид

$$E(t) = \frac{\xi\varepsilon}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} \Delta p(t). \quad (5)$$

Для исследования переходного процесса ЭКС необходимо установить связь между входным электрическим сигналом $u(t)$ и действующим на входе давлением $p(t)$ в переходном режиме.

Подставляя значение $E(t)$ из (5) в (1), получим

$$u(t) = \frac{\xi_e r}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} \Delta p(t). \quad (6)$$

Перепад давления $\Delta p(t)$ связан со скоростью движения жидкости через пористую перегородку $v_\phi(t)$ зависимостью [2]

$$\Delta p(t) = \frac{\mu l}{D} v_\phi(t), \quad (7)$$

где l — толщина;

D — коэффициент протекания пористой перегородки.

Скорость $v_\phi(t)$ при произвольной форме действующего давления может быть определена из уравнения динамики ЭКС [2]:

$$Rv_\phi(t) + \frac{1}{C} x(t) = F(t),$$

или

$$\frac{R}{S_n} v_\phi(t) + \frac{1}{CS_m} x(t) = p'(t), \quad (8)$$

где $p(t) = \frac{F(t)}{S_m}$ — действующее на ЭКС давление.

Учитывая производную и зная, что $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{S_n}{S_m} v_\phi(t)$ [2], уравнение (8) можно записать как

$$\frac{dv_\phi(t)}{dt} + \frac{S_n^2}{RCS_m^2} v_\phi(t) = \frac{S_n}{R} p'(t). \quad (9)$$

Решение уравнения (9) для интервала времени $t_1 - t$ имеет вид

$$v_\phi(t) = e^{-\int_{t_1}^t \frac{dt}{\tau}} \left[A + \int_{t_1}^t \frac{S_n}{R} p'(t) e^{\int_{t_1}^t \frac{dt}{\tau}} dt \right], \quad (10)$$

где $\tau = RC \frac{S_m^2}{S_n^2}$ — механическая постоянная времени ЭКС;

R — гидравлическое сопротивление пористой перегородки течению рабочей жидкости;

C — гибкость мембран;

S_m, S_n — соответственно площадь мембраны и пористой перегородки.

Постоянная интегрирования A определяется из начальных условий, т. е. при $t=t_1$

$$v_\phi(t) = v_\phi(t_1) = A.$$

Подставляя значение $v_{\phi}(t)$ из (10) в (7) и учитывая, что $\Delta p(t_1) = \frac{\mu l}{D} v_{\phi}(t_1)$ и $R = \frac{\mu l S_{\Pi}}{D}$, получим

$$\Delta p(t) = \left[\int_{t_1}^t p'(t) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} dt + \Delta p(t_1) \right] e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}. \quad (11)$$

После подстановки значения $\Delta p(t)$ из (11) в (6) для $u(t)$ найдем выражение

$$u(t) = \frac{\xi \varepsilon r}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} \left[\int_{t_1}^t p'(t) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} dt + \Delta p(t_1) \right] e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}, \quad (12)$$

дающее возможность исследовать переходный процесс в ЭКС при различных функциях входного сигнала.

Наиболее характерными формами давлений, действующих на ЭКС, являются: гармоническое давление, давление, описываемое функцией Берлаге, и прямоугольные импульсы.

Переходный процесс в случае, когда на ЭКС воздействует давление, описываемое законом

$$p(t) = P_0 e^{-i(\omega t + \varphi_0)}.$$

Подставим первую производную от $p(t)$ в (12) при нулевых начальных условиях, т.е. при $t_1=0$ $\Delta p(t_1)=0$, и получим значение выходного сигнала в показательной форме

$$u(t) = \frac{\xi \varepsilon r}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} \frac{\omega \tau P_0}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}} \left[e^{-i(\omega t + \varphi_0 + \varphi)} - e^{-i(\varphi_0 + \varphi)} e^{-\frac{t}{\tau}} \right], \quad (13)$$

где

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\omega \tau}. \quad (14)$$

Первое слагаемое в (13) характеризует установившийся процесс в ЭКС [2], а второе — свободный процесс, причем в данном случае аperiодический.

Время переходного процесса $t_{\text{перех}}$ можно определить из действительной части уравнения (13)

$$\operatorname{Re} u(t) = U_0 \left[\cos(\omega t + \varphi_0 + \varphi) - \cos(\varphi_0 + \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \right], \quad (15)$$

где

$$U_0 = \frac{\xi \varepsilon r}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} \frac{\omega \tau P_0}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}}.$$

Если принять $\varphi_0 = \pi/2$, т.е. считать, что при $t=0$ $p(t)=0$, то

$$\operatorname{Re} u(t) = U_0 \left[\sin(\omega t + \varphi) - \sin \varphi e^{-\frac{t}{\tau}} \right],$$

откуда

$$\operatorname{Re} u(t)_{\text{уст}} = U_0 \sin(\omega t + \varphi); \quad (16)$$

$$\operatorname{Re} u(t)_{\text{св}} = -U_0 \sin \varphi e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (17)$$

Как видно из (14) и (17), свободный процесс в ЭКС зависит от частоты действующего давления и механической постоянной времени τ сейсмоприемника.

С увеличением τ амплитуда свободной составляющей выходного сигнала $u(t)_{\text{св}}$ уменьшается и экспоненциальное убывание ее происходит медленнее.

С понижением частоты действующего давления сдвиг фаз φ между $p(t)$ и $u(t)$ увеличивается (см. (14)) и, следовательно, амплитуда $u(t)_{\text{св}}$ возрастает.

При работе ЭКС на плоской части частотной характеристики, т. е. при $\omega\tau \gg 1$, сдвиг фаз $\varphi \rightarrow 0$ и амплитуда свободного процесса $u(t)_{\text{св}}$ будут незначительными.

Если переходный процесс считать законченным, когда величина свободных колебаний составляет определенную долю β установившегося значения выходного сигнала, то время переходного процесса можно определить из выражения

$$t_{\text{перех}} = \frac{-(\sin \varphi + \omega\tau \cos \varphi) + \sqrt{(\sin \varphi + \omega\tau \cos \varphi)^2 - 4\omega\tau \frac{(\beta - 1)}{\beta} \sin \varphi \cos \varphi}}{2\omega \cos \varphi}, \quad (18)$$

где

$$\beta = \frac{u(t)_{\text{св}}}{u(t)_{\text{уст}}}.$$

Время переходных процессов, рассчитанное по (18), и значение сдвига фаз φ для ЭКС с различными τ при $f=32$ гц и $\beta=0,1$ показаны в таблице.

τ , сек	0,01	0,05	0,1	0,5	1
$t_{\text{перех}}$, сек	0,01	0,004	0,0025	0,0005	0,00022
φ	27°	6°	3°	40'	20'

Сравнение времени переходных процессов для системы ЭКС — нагрузка и пьезосейсмоприемник — нагрузка показывает, что эта величина для первой системы будет приблизительно на два порядка ниже, чем для второй.

Если для системы ЭКС — нагрузка при $\tau=0,5$ сек $t_{\text{перех}}=0,0005$ сек, то для системы пьезосейсмоприемник — вход усилителя сейсмостанции при наилучшем режиме работы $t_{\text{перех}}=(0,06 \div 0,08)$ сек [4].

Такие малые значения $t_{\text{перех}}$ для ЭКС, безусловно, позволяют намного повысить разрешающую способность сейсмического канала и, следовательно, увеличить эффективность сейсморазведки.

Действие на ЭКС давления в виде прямоугольных импульсов, описываемое выражением

$$p(t) = P_0 \quad \text{при } t_1 \leq t \leq t_2. \quad (19)$$

Пусть длительность импульса равна t_n , а длительность паузы — t_p . Подставив значение $p(t)$ из (19) в (12) и приняв $t_1=0$, получим выражение для выходного сигнала при воздействии на ЭКС импульса давления

$$u(t)_n = \frac{\xi \epsilon r}{4\pi\mu (\lambda_v + \lambda_s)} P_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = U_n e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (20)$$

где U_n — начальное значение выходного сигнала.

Из (20) видно, что в конце первого импульса выходной сигнал будет определяться

$$u(t)_{нк} = -U_n + U_n e^{-\frac{t_n}{\tau}} = -U_n \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}}\right). \quad (21)$$

По окончании импульса, т. е. в течение паузы, на жидкость внутри ЭКС действует давление, обусловленное упругим растяжением мембран. В результате этого жидкость через пористую перегородку протекает в обратную сторону и полярность выходного сигнала изменяется.

В течение первой паузы для выходного сигнала получаем

$$u(t)_п = -U_n \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (22)$$

Как видно из (21) и (22), интенсивность экспоненциального убывания выходного сигнала в течение импульса и паузы определяется механической постоянной времени τ сейсмоприемника.

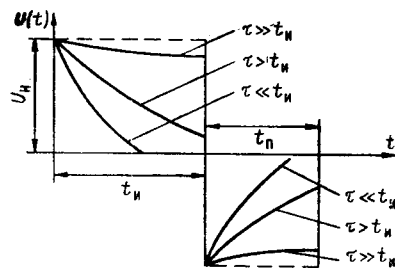
Граничное значение длительности импульсов $t_{нг}$, воспроизводимое ЭКС с допустимым искажением β , при заданном τ находим из условия

$$\beta U_n = U_n \left(1 - e^{-\frac{t_{нг}}{\tau}}\right),$$

откуда

$$t_{нг} = -\tau \ln(1 - \beta). \quad (23)$$

Все импульсы с длительностью $t_n \leq t_{нг}$ будут воспроизводиться сейсмоприемником с искажением, меньшим β . Изменение выходного сигнала в зависимости от τ показано на рис. 1.



При очень малых значениях τ ($\tau \ll t_n$) по сравнению с t_n ЭКС практически будет реагировать только на фронты нарастания и спадания импульса, т. е. импульс будет дифференцироваться.

Если $t_n < \tau$, то импульс окончится раньше, чем закончится переходный процесс. Если $t_n \ll \tau$, то импульс пройдет через ЭКС практически без искажений.

Учитывая действия отдельных импульсов и пауз, определим значение выходного сигнала в течение n -го импульса $u(t)_{ni}$ и паузы $u(t)_{nп}$, т. е.

$$u(t)_{ni} = U_n \left\{ 1 - \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}} \right) e^{-\frac{t_n}{\tau}} \frac{\left[1 - e^{-\frac{(n-1)T}{\tau}} \right]}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right\} e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (24)$$

$$u(t)_{nп} = -U_n \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}} \right) \frac{\left(1 - e^{-\frac{nT}{\tau}} \right)}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (25)$$

где $T = t_n + t_{п}$ — период импульсов.

При установившемся режиме ($n = \infty$) из (24) и (25) получим:

$$u(t)_{ni} = U_n \left[1 - \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}} \right) e^{-\frac{t_n}{\tau}} \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right] e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (26)$$

$$u(t)_{nп} = -U_n \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (27)$$

Как видно из (26), при $t_n \gg t_n$ $u(t)$ от t_n и t_n не зависит. Если $t_n \gg t_n$, то из (27) следует, что $u(t)_{nп}$ от t_n и t_n тоже не зависит.

Если выходной сигнал отличается от уровня установившегося значения на определенную долю β , то количество импульсов n , прошедших до установления процесса можно определить из соотношения

$$u(t)_{ni} = (1 + \beta) u(t)_{ni}. \quad (28)$$

Подставив значения $u(t)_{ni}$ и $u(t)_{ni}$ из (24) и (26) в (28), найдем

$$n = \frac{\tau}{T} \left[\ln \frac{1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}}}{\beta \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}} \right)} + \frac{t_n}{T} \right]. \quad (29)$$

Время переходного процесса можно определить так же, как и в случае действия на ЭКС гармонического давления.

Случай, когда на ЭКС действует импульс давления, изменяющийся по закону Берлаге [5],

$$p(t) = P_0 t e^{-\frac{t}{\tau}} \sin \omega t. \quad (30)$$

Здесь принято, что коэффициенты затухания ЭКС и вынужденных колебаний равны.

Следует сказать, что изучение переходных процессов, возникающих в сейсмографе при возбуждении его колебаниями почвы, совершающимися по функции (30); представляет наибольший практический интерес, поскольку колебания, определяемые формулой Берлаге, принято считать наиболее близкими к истинной форме движения почвы.

Если первую производную от $p(t)$ подставить в (12) при $\Delta p(t_1) = 0$ для $t_1 = 0$, то

$$u(t) = \frac{\xi \varepsilon r P_0}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} \left(t \sin \omega t + \frac{t}{\omega\tau} \cos \omega t - \frac{1}{\omega^2\tau} \sin \omega t \right) e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Наконец, зная, что $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega\tau}$, для выходного сигнала ЭКС будем иметь

$$u(t) = \frac{\xi \varepsilon r P_0}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} \left(t \sin \omega t + t \operatorname{tg} \varphi \cos \omega t - \frac{1}{\omega} \operatorname{tg} \varphi \sin \omega t \right) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (31)$$

Как уже указывалось выше, на плоской части частотной характеристики $\omega\tau \gg 1$, $\varphi \rightarrow 0$ и $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$. При этом амплитуды второго и третьего слагаемых уравнения (31) будут пренебрежимо малыми по сравнению с амплитудой первого слагаемого. Например, при $f = 32$ гц и $\tau = 0,5$ сек амплитуда второго слагаемого составит 0,01, а третьего — 0,00005 от амплитуды первого слагаемого. Таким образом, уравнение (31) можно упростить:

$$u(t) = \frac{\xi \varepsilon r}{4\pi\mu(\lambda_v + \lambda_s)} P_0 t e^{-\frac{t}{\tau}} \sin \omega t = U_n t e^{-\frac{t}{\tau}} \sin \omega t. \quad (32)$$

Выражение (32) показывает, что при воздействии на ЭКС давления в виде функции Берлаге выходной сигнал воспроизводится практически без искажений. Из анализа полученных результатов следует, что поскольку ЭКС является системой с малой реактивностью и весьма большим активным сопротивлением, то во всех случаях время переходного процесса будет незначительным.

Выводы

Получено аналитическое выражение, описывающее переходный процесс в ЭКС.

Рассмотрен переходный процесс в ЭКС при различных функциях воздействующего на вход сигнала; определены характер и длительность переходного процесса при этих воздействиях.

Показано, что свободный процесс в ЭКС носит аperiodический характер. Затухание свободного процесса определяется механической постоянной времени τ сейсмоприемника. При $\omega\tau \gg 1$ ЭКС воспроизводит форму входного сигнала без искажения. Время переходного процесса ЭКС приблизительно на два порядка меньше, чем для титанатобариевых пьезосейсмоприемников давления, широко используемых в сейсмозаписке.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. С. Касим-заде, Х. Ф. Гусейнов. К вопросу применения электрокинетического преобразователя в качестве сейсмоприемника давления.— Изв. АН АзербССР, серия физико-техн. и математ. наук, 1965, № 1.
2. М. С. Касим-заде, Х. Ф. Гусейнов. Частотные свойства электрокинетического сейсмоприемника.— Изв. АН АзербССР, серия физико-техн. и математ. наук, 1965, № 3.
3. М. С. Касим-заде. Частотная зависимость переменного электрокинетического потенциала протекания.— Изв. АН АзербССР, серия физико-математ. и техн. наук, 1961, № 6.
4. В. Ф. Гуревич, Н. В. Лобкова. Устанавливающиеся процессы в пьезоэлектрическом сейсмографе.— Труды АзНИИ по добыче нефти (исследования в области геофизики), вып. 11. М., изд-во «Недра», 1964.
5. М. К. Полшков. Основные вопросы сейсморазведочной аппаратуры. Л., Гостоптехиздат, 1962.

*Поступила в редакцию
4 ноября 1965 г.*
