

Т. И. КОПЫСИЦКИЙ, С. С. РОГОВ
(Баку)

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА
УРАВНОВЕШИВАНИЯ В ВЫСОКОМНОМ
АВТОКОМПЕНСАТОРЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Изложены результаты исследования динамики полупроводникового автокомпенсатора постоянного тока. Для получения оценок размаха автоколебаний использован метод разностной фазовой плоскости. Показана его зависимость от постоянной времени интегрирующего четырехполюсника. Желаемый размах получается при соотношении постоянной времени и метода повторения около 300. Аналогичные результаты могут быть получены изложенным в статье графоаналитическим методом.

Автокомпенсатор, предназначенный для измерения малых токов и э. д. с. источников с высоким внутренним сопротивлением, состоит из четырех основных узлов (рис. 1): импульсного преобразователя ИП, преобразующего сигнал рассогласования ΔU в импульсы затухающих колебаний; усилителя переменного тока $У$; нелинейного элемента НЭ, являющегося двухпозиционным поляризованным реле; интегрирующего звена ИЗ, представляющего собой пассивный активно-емкостный четырехполюсник, служащий для создания компенсирующего напряжения U_k и выходного напряжения E .

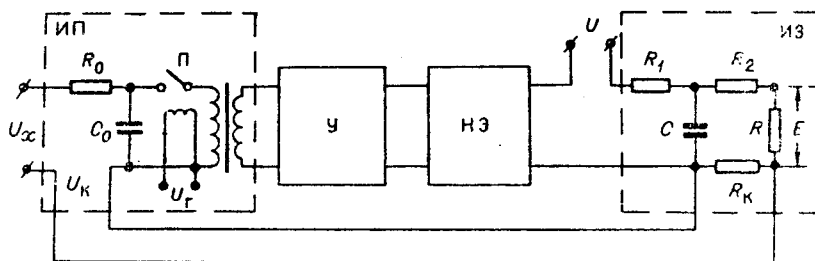


Рис. 1.

Автокомпенсатор представляет собой автоколебательную релаксационную систему, т. е. не имеет устойчивого положения равновесия и его режимом работы является режим автоколебаний. Принцип действия и подробное описание схемы автокомпенсатора приведены в [1].

В данной статье анализируется динамика работы прибора без учета инерционности импульсного преобразователя ИП, т. е. для случая, когда

входное сопротивление автокомпенсатора, определяющее динамические свойства ИП, не превышает нескольких мегаом.

Целью исследования является выяснение зависимости между периодом повторения импульсного элемента системы, который выбирается в зависимости от желаемого входного сопротивления автокомпенсатора [1],

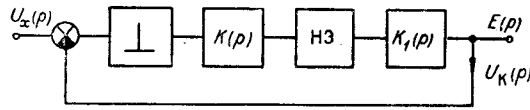


Рис. 2.

и постоянной времени τ ИЭ, обеспечивающей допустимый размах автоколебаний на выходе прибора.

Автокомпенсатор представляет собой нелинейную импульсную систему, структурная схема которой приведена на рис. 2.

Для анализа использован метод разностной фазовой плоскости [2], позволяющий в наглядной форме исследовать работу нелинейной импульсной системы. Фазовая картина системы образуется последовательным построением на разностной фазовой плоскости траекторий заряда и разряда конденсатора четырехполюсника и областей переключения нелинейного элемента НЭ.

Траектория заряда. Уравнение заряда относительно напряжения компенсации U_k имеет вид

$$\tau \frac{d U_k}{dt} + U_k = \alpha U, \quad (1)$$

где τ — постоянная времени заряда;

α — коэффициент деления четырехполюсника;

U — опорное напряжение на выходе НЭ.

Обозначим $\alpha U = U_0$. Используя преобразование Лапласа, уравнение (1) представим как

$$U_k(p) (\tau p + 1) = \frac{U_0}{p} + \tau U_k(0),$$

откуда

$$U_k(p) = \frac{U_0 + \tau p U_k(0)}{p (\tau p + 1)}. \quad (2)$$

Решение этого уравнения следующее:

$$U_k(t) = U_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_k(0) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3)$$

Вводя замену $t = nT + \varepsilon T$ и обозначение $U_k(t) = U_k[n, \varepsilon]$, определим

$$U_k[n, \varepsilon] = U_0 (1 - e^{-\frac{n + \varepsilon}{\beta}}) + U_k(0) e^{-\frac{n + \varepsilon}{\beta}}, \quad (4)$$

где $U_k[n, \varepsilon]$ — смещенная решетчатая функция;

n — дискретное время;

$$\beta = \frac{\tau}{T};$$

T — период повторения импульсного элемента.

Найдем первую разность решетчатой функции $U_k[n, \varepsilon]$

$$\Delta U_k[n, \varepsilon] = e^{-\frac{n + \varepsilon}{\beta}} [U_k(0) - U_0] (e^{-\frac{1}{\beta}} - 1). \quad (6)$$

Исключая из (4) и (6) время ($e^{-\frac{n+\varepsilon}{\beta}}$), получим уравнение траектории заряда

$$U_k [n, \varepsilon] = U_0 + \frac{\Delta U_k [n, \varepsilon]}{e^{-\frac{1}{\beta}} - 1}. \quad (7)$$

Траектория разряда. Дифференциальное уравнение разряда конденсатора четырехполюсника RC запишем относительно напряжения U_k

$$\tau \frac{d U_k}{dt} + U_k = 0, \quad (8)$$

где τ — постоянная времени разрядной цепи, так как в четырехполюснике цепь для разряда и заряда конденсатора одна и та же.

Аналогично предыдущему после необходимых преобразований получим уравнение траектории разряда

$$\Delta U_k [n, \varepsilon] - U_k [n, \varepsilon] (e^{-\frac{1}{\beta}} - 1) = 0. \quad (9)$$

Области переключения. Построим линию переключения, являющуюся левой границей области переключения с траектории заряда на траекторию разряда.

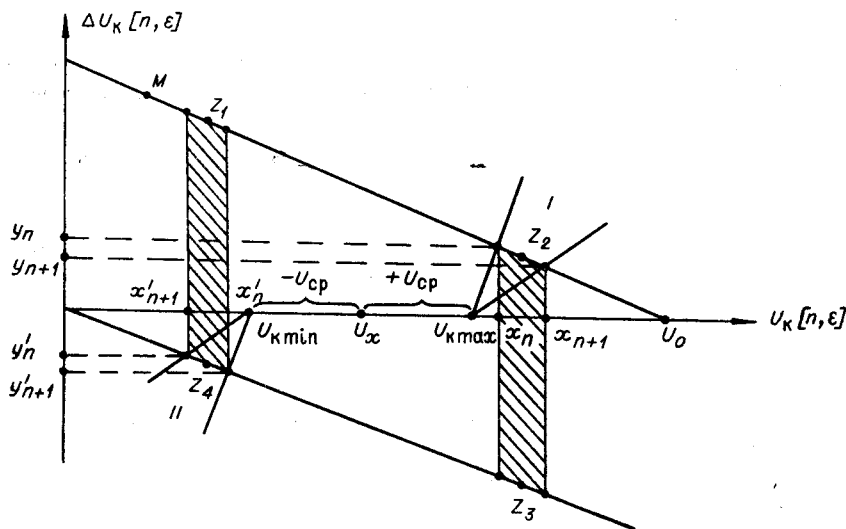


Рис. 3.

екторию разряда. Так как переключение должно произойти при достижении $U_k = U_{k \max}$, то $U_k(0) = U_{k \max}$ является начальным условием для участка фазовой траектории, находящегося правее $U_{k \max}$ (рис. 3).

В этом случае уравнение заряда (4) можно записать так:

$$U_k [0, \varepsilon_0] = U_0 + (U_{k \max} - U_0) e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}, \quad (10)$$

так как $n=0$. Здесь $\varepsilon_0 = \frac{\tau_3}{T}$ — относительное чистое запаздывание, где τ_3 — запаздывание в системе.

Уравнение первой разности (6) будет иметь вид

$$\Delta U_k [0, \varepsilon_0] = e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} (U_{k \max} - U_0) (e^{-\frac{1}{\beta}} - 1). \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11) определяют координаты точки, лежащей на левой границе области переключения. Так как эта линия обязательно пройдет через точку с координатами $(U_{k \max}, 0)$, то, зная координаты двух точек, мы можем провести прямую, являющуюся левой границей области переключения.

Прямая, левая граница области, описывается уравнением

$$\Delta U_k [n, \varepsilon] (1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}) = \{U_{k \max} - U_k [n, \varepsilon]\} e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} (e^{-\frac{1}{\beta}} - 1). \quad (12)$$

Найдем координаты $(x_n; y_n)$ точки пересечения этой прямой и траектории заряда [см. (7)].

Решая совместно (7) и (12), находим координаты:

$$x_n = (1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}) U_0 + e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} U_{k \max}; \quad (13)$$

$$y_n = e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} (U_0 - U_{k \max}) (1 - e^{-\frac{1}{\beta}}). \quad (14)$$

Определим координаты $(x_{n+1}; y_{n+1})$ точки, лежащей на прямой, являющейся правой границей области переключения. x_{n+1} определяется по формуле [3]

$$x_{n+1} = x_n + y_n = e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} U_0 (1 - e^{-\frac{1}{\beta}}) + U_{k \max} e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}. \quad (15)$$

Подставив в уравнение (7) значение x_{n+1} , получим ординату

$$y_{n+1} = (e^{-\frac{1}{\beta}} - 1) [e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} U_0 (1 - e^{-\frac{1}{\beta}}) + U_{k \max} e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}] - U_0. \quad (16)$$

Зная координаты двух точек — $(x_{n+1}; y_{n+1})$ и $(U_{k \max}; 0)$, построим прямую, правую границу области переключения, которая описывается уравнением

$$\Delta U_k [n, \varepsilon] [(1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}) (U_0 e^{-\frac{1}{\beta}} - U_{k \max})] = \{U_k [n, \varepsilon] - U_{k \max}\} \times \\ \times \{(e^{-\frac{1}{\beta}} - 1) [e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} U_0 (1 - e^{-\frac{1}{\beta}}) + U_{k \max} e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}] - U_0\}. \quad (17)$$

Получив таким же образом уравнения правой и левой границ области переключения с траектории разряда на траекторию заряда, определим координаты точек пересечения этих границ с траекторией разряда:

$$x'_n = e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} U_{k \min}; \quad (18)$$

$$y'_n = e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} \left(e^{-\frac{1}{\beta}} - 1 \right) U_{\text{к min}}; \quad (19)$$

$$x'_{n+1} = x'_n + y'_n = e^{-\frac{\varepsilon_0+1}{\beta}} U_{\text{к min}}; \quad (20)$$

$$y'_{n+1} = e^{-\frac{\varepsilon_0+1}{\beta}} \left(e^{-\frac{1}{\beta}} - 1 \right) U_{\text{к min}}. \quad (21)$$

Фазовый портрет системы изображен на рис. 3.

Приведенные соотношения могут быть использованы для оценки нижней и верхней границ размаха автоколебаний (Δ_{min} и Δ_{max}).

Из рис. 3 видно, что

$$\Delta_{\text{min}} = x_n - x'_n; \quad (22)$$

$$\Delta_{\text{max}} = x_{n+1} - x'_{n+1}. \quad (23)$$

Подставляя сюда значения из (13), (15), (18), (20), получим:

$$\Delta_{\text{min}} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} \right) + 2U_{\text{cp}} e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}; \quad (24)$$

$$\Delta_{\text{max}} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_0+1}{\beta}} \right) + 2U_{\text{cp}} e^{-\frac{\varepsilon_0+1}{\beta}}, \quad (25)$$

где U_{cp} — напряжение срабатывания нелинейного элемента.

Как видно из (24) и (25), размах автоколебаний не зависит от величины измеряемого напряжения U_x . Ясно, что точность оценки будет возрастать с увеличением β , так как при увеличении β

$$\Delta_{\text{max}} \rightarrow \Delta_{\text{min}} \rightarrow 2U_{\text{cp}}. \quad (26)$$

Для определения времени переходного процесса и исследования качества автоколебательного режима работы автокомпенсатора предложен графический метод, отличающийся простотой и наглядностью. Метод был применен для исследования автокомпенсатора со шкалой 0—1 в и динамической погрешностью 1%. Опорное напряжение равно $U=1,2$ в.

Используя (13), можно записать

$$U_{\text{к}} [n, \varepsilon] = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} \right) + U_{\text{к max}} e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}. \quad (27)$$

Перейдем к относительным единицам. Обозначим:

$$\frac{U_{\text{к}} [n, \varepsilon]}{U_0} = \varphi_n; \quad \frac{U_{\text{к max}}}{U_0} = \varphi_1;$$

$$\frac{U_{\text{к}} (0)}{U_0} = \varphi_0; \quad \frac{U_x}{U_0} = \varphi_x.$$

Тогда условие переключения из уравнения (27) примет вид

$$\varphi_n \geq 1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} + \varphi_1 e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}, \quad (28)$$

где φ_n — точка перехода с траектории заряда на траекторию разряда в относительных единицах.

Уравнение заряда (4) запишем в относительных единицах:

$$\varphi_n = 1 + (\varphi_0 - 1) e^{-\frac{n + \varepsilon}{\beta}}, \quad (29)$$

откуда

$$n + \varepsilon = -\beta \ln \frac{\varphi_n - 1}{\varphi_0 - 1}. \quad (30)$$

Подставив значение φ_n из (28) в (30), получим:

$$n + \varepsilon \geq -\beta_1 \ln \frac{\varphi_1 - 1}{\varphi_0 - 1} e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}$$

или

$$[n] \geq \varepsilon_0 - \beta_1 \ln \frac{1 - \varphi_0}{1 - \varphi_1}, \quad (31)$$

где $[n]$ — целочисленное значение n .

Если взять конкретную точку Z_2 перехода с траектории заряда на траекторию разряда, расположенную в области переключения (см. рис. 3), то можно определить зависимость между этой точкой и началом заряда Z_1 .

В данном случае $Z_1 = U_k(0)$; $\frac{Z_2}{U_0} = \varphi_2$. Тогда

$$\varphi_2 = 1 + (\varphi_0 - 1) e^{-\frac{[n]}{\beta}}. \quad (32)$$

На рис. 4 представлены кривые зависимости $\ln \frac{1 - \varphi_0}{1 - \varphi_1}$ от φ_0 для разных значений φ_1 , или φ_x , так как практически $\varphi_1 \cong \varphi_x$. Эти зависимости построены для шкалы 0—1 для пяти значений φ_x . С помощью этих кривых строим зависимости целочисленных значений $[n]$ от φ_0 для $\varepsilon_0 = 0,5$ и $\beta = 20$ (рис. 5).

Задавшись значением φ_0 , находим необходимое число $[n]$ для достижения определенного φ_x . Для определения φ_2 представим уравнение (32) в виде

$$1 - \varphi_2 = (1 - \varphi_0) e^{-\frac{[n]}{\beta}}. \quad (33)$$

После логарифмирования обеих частей уравнения (33) получим зависимость φ_2 от φ_0 :

$$\ln(1 - \varphi_2) = \ln(1 - \varphi_0) - \frac{[n]}{\beta}. \quad (34)$$

Производя вычитание на основании графика рис. 5, на оси φ находим величину φ_2 , соответствующую выбранному φ_0 . В момент φ_2 произойдет переключение нелинейного элемента и начнется разряд конденсатора.

Рассмотрим уравнение точки пересечения траектории разряда с линией переключения (18)

$$U_k[n, \varepsilon] = e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}} U_{k \min}. \quad (35)$$

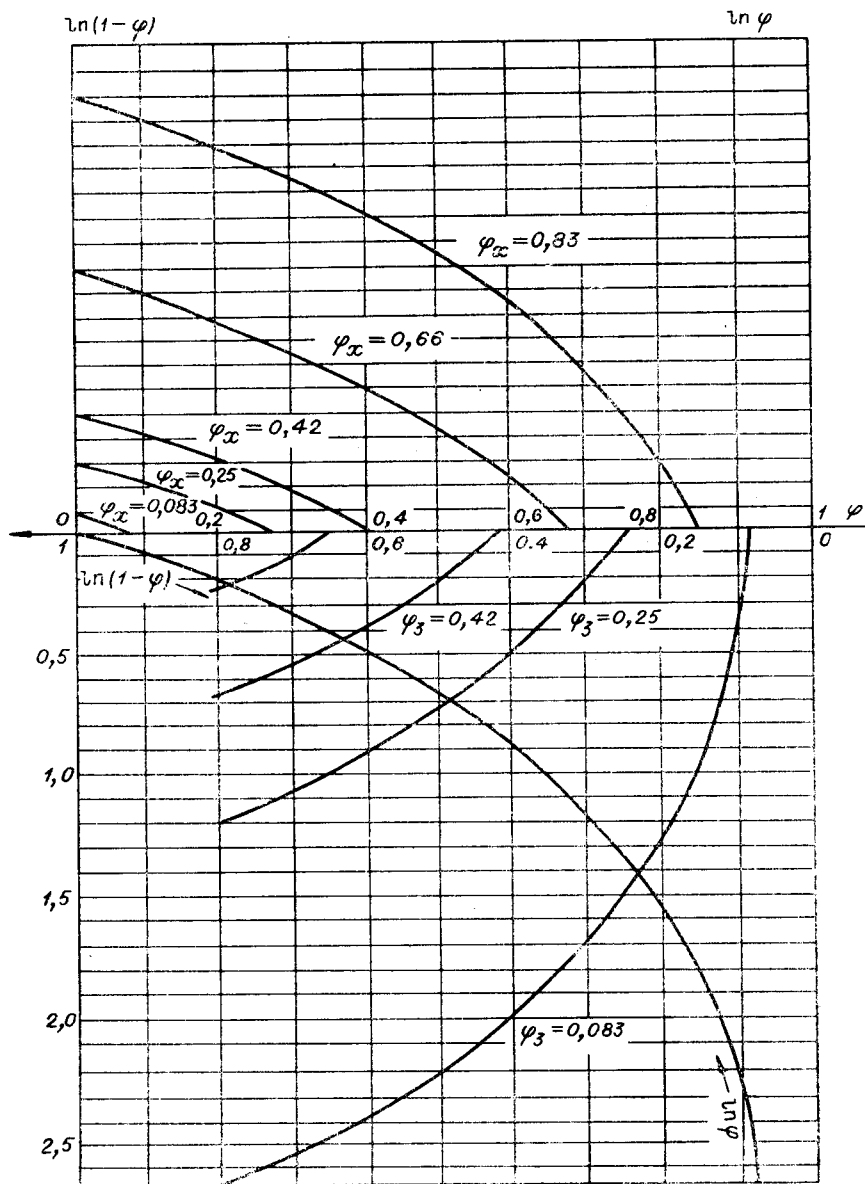


Рис. 4.

В относительных единицах

$$\varphi_n \geq \varphi_3 e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}}, \quad (36)$$

где

$$\varphi_3 = \frac{U_{\text{к min}}}{U_0}.$$

Уравнение разряда в относительных единицах принимает вид

$$\varphi_n = \varphi_2 e^{-\frac{[n]}{\beta}}. \quad (37)$$

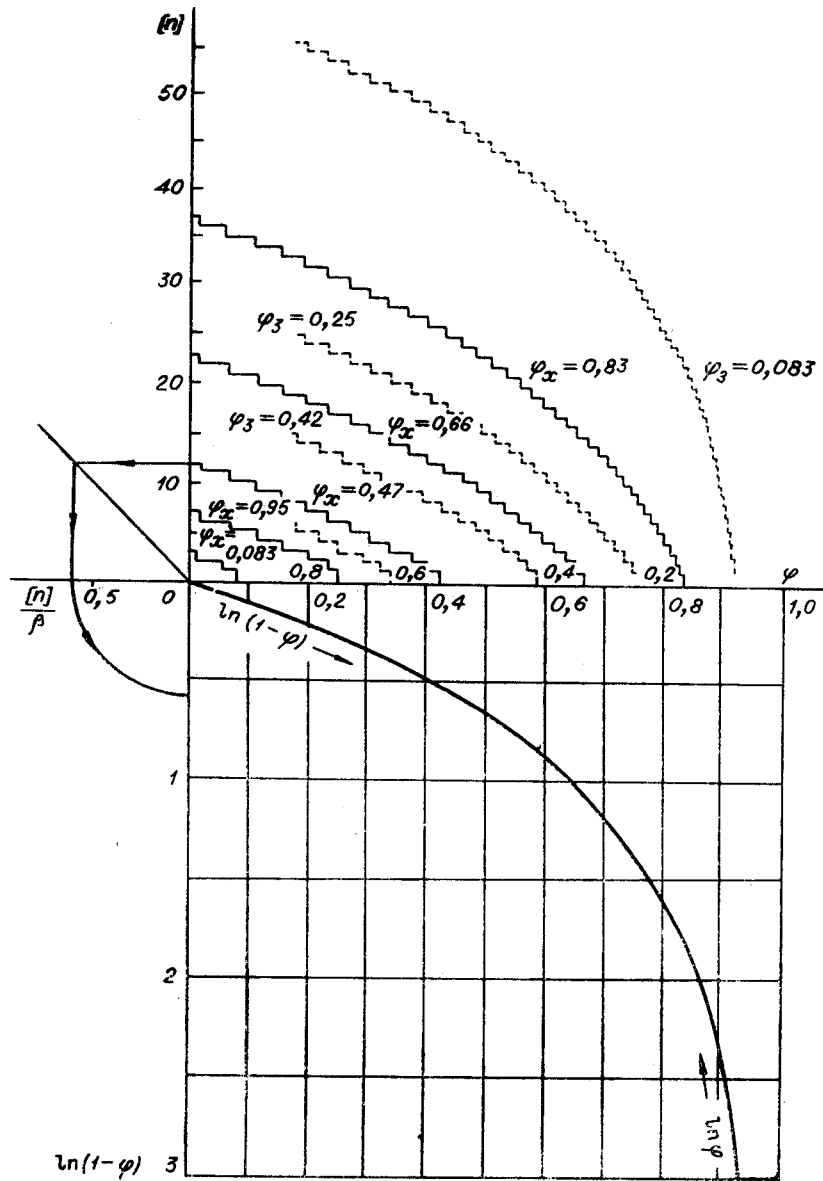


Рис. 5.

так как для разряда $U_k(0) = Z_3$, а $\varphi_2 = \frac{Z_3}{U_0}$, потому что $Z_2 = Z_3$.
Из уравнения (37) следует

$$[n] = -\beta \ln \frac{\varphi_n}{\varphi_2}. \quad (38)$$

Подставив значение φ_n из (36) в (38), получим

$$[n] \geq -\beta \ln \frac{\varphi_3}{\varphi_2} e^{-\frac{\varepsilon_0}{\beta}},$$

или

$$[n] \geq \varepsilon_0 - \beta \ln \frac{\varphi_3}{\varphi_2}. \quad (39)$$

Пользуясь кривыми зависимости $\ln \frac{\varphi_3}{\varphi_2}$ от φ_2 для различных значений φ_3 , или φ_x , (см. рис. 4), строим зависимости целочисленных значений $[n]$ от φ_2 (см. рис. 5).

Если Z_4 — точка переключения на траекторию заряда, то

$$\varphi_4 = \varphi_2 e^{-\frac{[n]}{\beta}}, \quad (40)$$

где

$$\varphi_4 = \frac{Z_4}{U_0}.$$

Логарифмируя уравнение (40), получим

$$\ln \varphi_4 = \ln \varphi_2 - \frac{[n]}{\beta}. \quad (41)$$

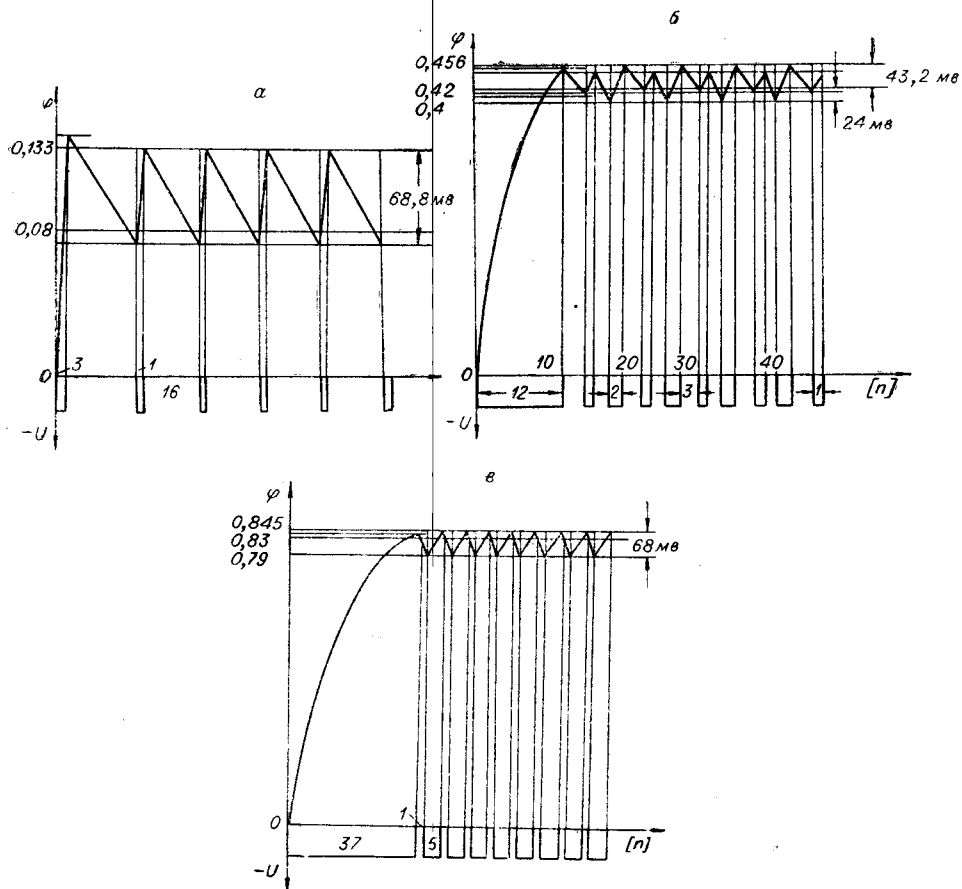


Рис. 6.

Производя вычитание на основании графика рис. 5, определим значение φ_4 . Таким образом, мы проследим движение изображающей точки по предельному замкнутому циклу.

На рис. 6, а, б и в построены кривые автоколебаний для трех точек — начала, середины и конца шкалы при $\beta=20$. Из рассмотрения кривых ясно, что амплитуда колебаний велика. Чтобы приблизить амплитуду автоколебаний к заданной динамической погрешности автокомпенсатора, нужно увеличивать значение коэффициента β . Для определения оптимального соотношения между периодом повторения импульсного элемента T и постоянной времени τ линейной части системы

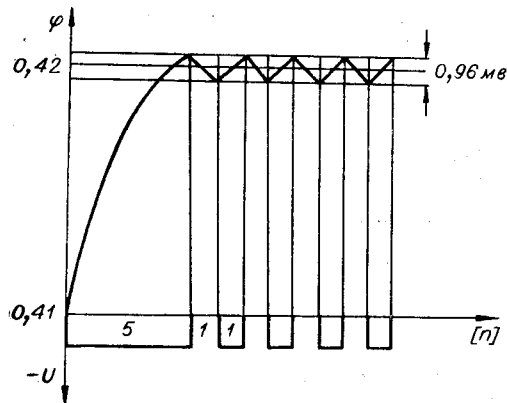


Рис. 7.

были проделаны графические построения для различных значений β .

На рис. 7 приведена кривая автоколебаний для $\beta=300$. Очевидно, что при $\beta=300$ мы близки к желаемому качеству установившегося процесса.

Таким образом, получены аналитические соотношения, позволяющие определить размах автоколебаний на выходе системы. Эти соотношения дают возможность выбрать оптимальные параметры линейной части системы при различных значениях входного сопротивления и заданной динамической погрешности преобразования.

Предложенный графический метод позволяет получить точную картину переходного и установившегося автоколебательного процессов в системе и оценить размах, характер и период автоколебаний.

В зависимости от выбранных параметров линейной части автоколебания могут менять свой характер — из однопериодических (см. рис. 7) становиться многопериодическими (см. рис. 6, б).

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. М. Али-заде, С. С. Рогов. Высокоомный полупроводниковый автокомпенсатор постоянного тока.— Ученые записки АЗИНЕФТЕХИМ, 1964, серия IX, № 3.
2. Д. ж. А. Эйзелтайн. Исследование нелинейных импульсных систем при помощи разностной фазовой плоскости.— I Конгресс ИФАК. М., 1960.
3. В. М. Кунцевич. Анализ нелинейных и экстремальных импульсных систем на разностной фазовой плоскости.— Автоматика и телемеханика, 1961, т. XXII, № 5.
4. Я. З. Цыпкин. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз, 1961.

Поступила в редакцию
26 октября 1965 г.,
окончательный вариант —
13 апреля 1966 г.