

Л. И. ВОЛГИН

(Таллин)

К ВОПРОСУ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

В связи с развитием цифровой измерительной техники линеаризация функции передачи преобразователей представляет собой весьма актуальную задачу [1]. Например, один из методов построения измерительных приборов с цифровым отсчетом заключается в линейном преобразовании измеряемой величины в постоянное напряжение при дальнейшей его регистрации цифровым вольтметром постоянного тока (ЦВПТ).

В настоящей работе рассматриваются три универсальных метода линеаризации передаточных характеристик преобразователей измеряемой величины в постоянное напряжение.

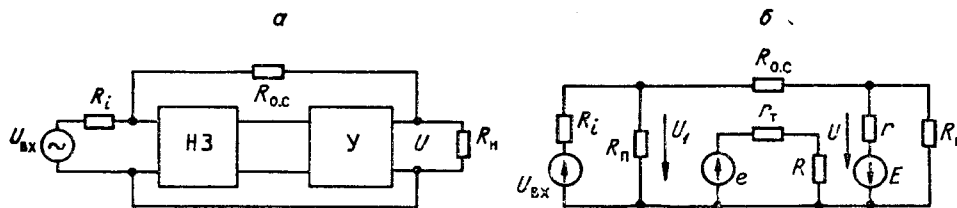


Рис. 1.

Рассмотрим возможность спрямления передаточной характеристики преобразователя при охвате нелинейного звена глубокой отрицательной обратной связью. На рис. 1, а изображена схема преобразователя, в которой нелинейное звено НЗ и усилитель У включены последовательно. Усилитель и нелинейное звено охвачены параллельной отрицательной обратной связью по напряжению (конкретизация типа обратной связи не сужает общности задачи). Предположим, что входное R_n и выходное r_r сопротивления НЗ являются линейными величинами, а передаточная функция НЗ $U = \alpha f(U_1)$ существенно нелинейна. Указанные ограничения в первом приближении справедливы для широкого класса нелинейных звеньев. Например, если в качестве НЗ используется вакуумный термопреобразователь, то R_n является сопротивлением его подогревателя, а r_r — омическим сопротивлением термопары. Зависимостью сопротивления подогревателя от температуры нагрева

пренебрегаем, так как температурный коэффициент нихрома составляет $0,14 \cdot 10^{-3} \text{ 1/град}$. Принятые предположения справедливы и в том случае, когда нелинейный элемент включен между электронными каскадами, входящими в состав НЗ. (Обычно для увеличения входного сопротивления преобразователя ко входу НЗ подключается катодный повторитель, а на выходе имеется предварительный усилительный каскад.) При принятых ограничениях приходим к эквивалентной схеме, изображенной на рис. 1, б. Здесь R и r являются соответственно входным и выходным сопротивлениями усилителя с коэффициентом усиления k . При использовании в качестве НЗ термопреобразователя входной сигнал $U_{\text{вх}}$ является напряжением постоянного тока. Передаточную характеристику преобразователя найдем из решения системы уравнений

$$\begin{cases} Y_i U_{\text{вх}} = Y_{11} U_1 - Y_{0.c} U; \\ y E = -Y_{0.c} U_1 + Y_{22} U, \end{cases} \quad (1)$$

где

$$Y_{11} = Y_i + Y_{\text{п}} + Y_{0.c}; \quad Y_{22} = y + Y_{\text{н}} + Y_{0.c}.$$

В нашем случае

$$E = k \frac{R}{r_T + R} e = k \beta \alpha \varphi(U_1), \quad (2)$$

где

$$\beta = \frac{R}{r_T + R}.$$

Подставив (2) во второе уравнение системы (1) и заменив в нем U_1 на его значение, найденное из первого уравнения, можно записать

$$y k \beta \alpha \varphi \left(\frac{Y_i}{Y_{11}} U_{\text{вх}} + \frac{Y_{0.c}}{Y_{11}} U \right) = Y_{11} U - \frac{Y_{0.c} Y_i}{Y_{11}} U_{\text{вх}} - \frac{Y_{0.c}^2}{Y_{11}} U, \quad (3)$$

или, отделив величины высших порядков малости, из (3) получим

$$U = -\frac{Y_i}{Y_{0.c}} U_{\text{вх}} \left[1 - \frac{Y_{11}}{Y_i U_{\text{вх}}} \overline{\varphi} \left(\frac{Y_{22}}{y} \frac{U}{k \beta \alpha} - \frac{Y_{0.c} Y_i}{y Y_{11}} \frac{U_{\text{вх}}}{k \beta \alpha} - \frac{Y_{0.c}^2}{y Y_{11}} \frac{U}{k \beta \alpha} \right) \right], \quad (4)$$

где φ и $\overline{\varphi}$ — взаимнообратные функции.

В выражении (4) величина

$$\begin{aligned} \delta &= -\frac{Y_{11}}{Y_i U_{\text{вх}}} \overline{\varphi} \left(\frac{Y_{22}}{y} \frac{U}{k \beta \alpha} - \frac{Y_{0.c} Y_i}{y Y_{11}} \frac{U_{\text{вх}}}{k \beta \alpha} - \frac{Y_{0.c}^2}{y Y_{11}} \frac{U}{k \beta \alpha} \right) \approx \\ &\approx -\frac{Y_{11}}{Y_{11} U_{\text{вх}}} \overline{\varphi} \left(\frac{Y_{22}}{y} \frac{U}{k \beta \alpha} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

является относительной погрешностью нелинейности, обусловленной статизмом системы. Приближенное равенство в соотношении (5) справедливо для $\delta \ll 1$, т. е. при выполнении условия

$$U \approx -\frac{R_{0.c}}{R_i} U_{\text{вх}}. \quad (6)$$

Предполагается, что $\varphi(0) = \overline{\varphi(0)} = 0$. Выражение (5) показывает, что при достаточно большом значении коэффициента усиления передаточная функция будет линейной с некоторой погрешностью δ . При этом погрешность зависит от уровня входного сигнала, т. е. δ не превосходит заданного значения в ограниченном диапазоне изменений $U_{\text{вх}}$. В частном случае для параболической функции $\varphi(x) = x^n$ при $n \neq 1$, согласно (5),

$$\delta = - \left(1 + \frac{R_i}{R_n} + \frac{R_i}{R_{o.c}} \right) \left(1 + \frac{r}{R_n} + \frac{r}{R_{o.c}} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{U}{k \beta \alpha} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{U_{\text{вх}}}. \quad (7)$$

Формула (7) наглядно показывает влияние сопротивлений $r, R_n, R_i, R_{o.c}$ на погрешность δ .

Рассмотрим возможность линейного преобразования параметров электрических цепей (R, C, L) в постоянное напряжение. На рис. 2, а

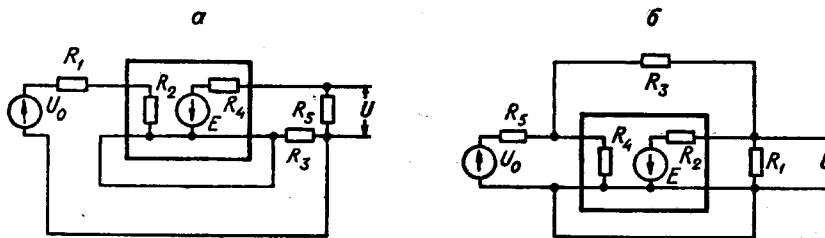


Рис. 2.

приведена схема усилителя с последовательной обратной связью по току, на рис. 2, б — схема усилителя с параллельной обратной связью по напряжению. Для указанных схем входное и выходное напряжения связаны зависимостью

$$\frac{U}{U_0} = - \frac{k}{1+k} \frac{W_5}{W_3} \times \frac{1 - \frac{W_3}{k W_2}}{1 + \frac{1}{k} \left[1 + \frac{W_1}{W_2} + \frac{1}{W_2} (W_4 + W_5) \left(1 + \frac{W_1}{W_3} + \frac{W_2}{W_3} \right) \right]}. \quad (8)$$

Здесь W для схемы рис. 2, а в общем случае являются комплексными сопротивлениями, для схемы рис. 2, б — комплексными проводимостями. Выражение (8) показывает, что усилитель, охваченный глубокой отрицательной обратной связью, может быть использован в качестве линейного преобразователя сопротивления, емкости или индуктивности. Действительно, (8) при $k \gg 1$ может быть представлено в виде

$$U = - U_0 \frac{W_5}{W_3} (1 + \delta) = \gamma_1 W_5 (1 + \delta) \quad \text{или}$$

$$U = - U_0 \frac{W_5}{W_3} (1 + \delta) = \gamma_2 \frac{1}{W_3} (1 + \delta), \quad (9)$$

где

$$\delta = -\frac{1}{k} \left| 1 + \frac{W_1}{W_2} + \frac{W_3}{W_2} + \frac{W_4}{W_2} + \frac{W_5}{W_2} + \frac{W_4}{W_3} + \frac{W_5}{W_3} + \right. \\ \left. + \frac{W_1 W_4}{W_2 W_3} + \frac{W_1 W_5}{W_2 W_3} \right| \quad (10)$$

является относительной погрешностью нелинейности и может быть сведена к малой величине при достаточно большом значении коэффициента усиления k усилителя. Очевидно, что параметры W_3 и W_5 должны

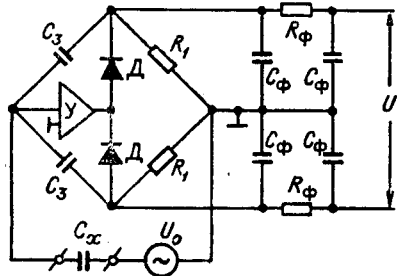


Рис. 3.

быть однородными. В частном случае, при использовании в качестве W_3 и W_5 емкостных сопротивлений, будем иметь линейный преобразователь емкости в напряжение (рис. 3). Здесь усилитель охвачен параллельной отрицательной обратной связью по напряжению. В качестве опорного напряжения используется синусоидальный сигнал $u_0(t) = U_m \sin \omega t$ с эффективным значением $U_0 = \text{const}$. Положительная полуволна тока замыкается через верхние (по схеме) кристаллический диод D и резистор R_1 , отрицательная — через нижние диод D и резистор R_1 . Положительная полуволна напряжения обратной связи снимается с одного резистора R_1 , отрицательная — с другого. На входе усилителя сигнал имеет синусоидальную форму. Выпрямленное напряжение с резисторов R_1 подается на осредняющий $R_\phi C_\phi$ -фильтр, имеющий коэффициент передачи по постоянному напряжению k_ϕ . Для рассматриваемой схемы выражения (9) и (10) соответственно будут иметь вид:

$$U = -k_\phi \frac{C_x}{C_3} U_0 (1 + \delta) = \gamma C_x (1 + \delta); \quad (11)$$

$$\delta = -\frac{1}{k} \left| 1 + (r_x + R_2) \left[\left(1 + \frac{C_x}{C_3} + \frac{1}{j\omega R_4 C_3} \right) \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \right. \right. \\ \left. \left. + j\omega C_3 \left(1 + \frac{C_x}{C_3} \right) \right] + \frac{C_x}{C_3} + \frac{1}{j\omega R_4 C_3} \right|, \quad (12)$$

где r_x — прямое сопротивление выпрямительных диодов (величину обратного сопротивления диодов считаем равной бесконечности).

Согласно (12), влияние нелинейности диодов уменьшается в k раз.

Рассмотрим другой способ спрямления передаточных характеристик, заключающийся в последовательном включении двух нелинейных преобразователей НП_1 и НП_2 со взаимнообратными передаточными функциями ϕ и $\bar{\phi}$ (метод взаимнообратных преобразований). Для обеспечения высокой линейности необходимо, чтобы условие взаимнообратности передаточных функций выполнялось во всем диапазоне изменения измеряемой величины. Этому требованию лучше всего удовлетворяет способ получения обратной передаточной функции $\bar{\phi}$ путем включения нелинейного звена с передаточной функцией ϕ в цепь отрицательной обрат-

ной связи усилителя. На рис. 4, а дана схема линейного преобразователя переменного напряжения в постоянное по уровню эффективного значения (предполагается, что в качестве НЗ используются термопреобразователи). Считаем, что входное и выходное сопротивления НЗ не зависят от уровня сигнала. Пусть передаточные функции нелинейных

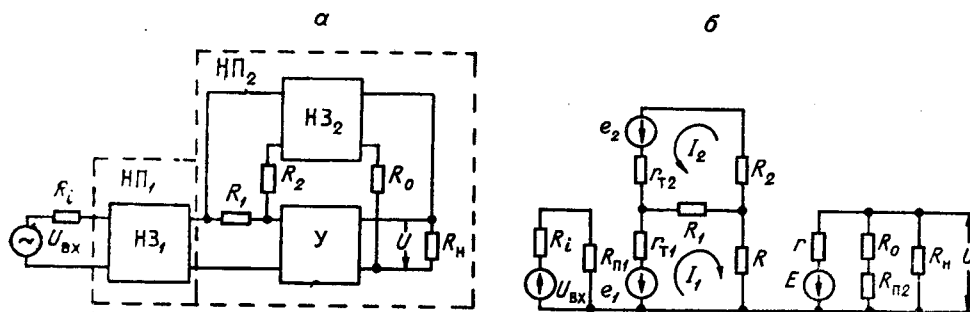


Рис. 4.

звеньев заданы в общем виде $e_1 = \alpha_1 \varphi_1(\beta_1 U_{\text{вх}})$ и $e_2 = \alpha_2 \varphi_2(\beta_2 U)$. Для эквивалентной схемы (см. рис. 4, б) можем записать систему уравнений

$$\begin{cases} e_1 = (r_{\tau 1} + R_1 + R) I_1 + R_1 I_2; \\ e_2 = (r_{\tau 2} + R_1 + R_2) I_2 + R_1 I_1. \end{cases} \quad (13)$$

Приняв во внимание, что

$$e_1 = \alpha_1 \varphi_1 \left(\frac{R_{\text{н1}} U_{\text{вх}}}{R_i + R_{\text{н1}}} \right), \quad e_2 = \alpha_2 \varphi_2 \left(\frac{R_{\text{н2}} U}{R_0 + R_{\text{н2}}} \right), \quad E = k I_1 R,$$

после аналогичных преобразований получим

$$\alpha_2 \varphi_2(\beta_2 U) = \frac{\alpha_1}{\beta} \varphi_1(\beta_1 U_{\text{вх}}) (1 + \delta'). \quad (14)$$

Решив (14) относительно U , найдем искомую зависимость

$$U = \frac{1}{\beta_2} \bar{\varphi}_2 \left[\frac{\alpha_1}{\beta \alpha_2} \varphi_1(\beta_1 U_{\text{вх}}) (1 + \delta') \right], \quad (15)$$

где

$$\delta' = - \frac{1 + \Delta}{k \beta_0 \alpha_1} \frac{U}{\varphi_1(\beta_1 U_{\text{вх}})}; \quad (16)$$

$$\beta_0 = \frac{R_{\text{н}} (R_0 + R_{\text{н2}})}{r (R_{\text{н}} + R_0 + R_{\text{н2}}) + R_{\text{н}} (R_0 + R_{\text{н2}})}; \quad \beta = \frac{R_1}{r_{\tau 2} + R_1 + R_2};$$

$$\beta_1 = \frac{R_{\text{н1}}}{R_i + R_{\text{н1}}}; \quad \beta_2 = \frac{R_{\text{н2}}}{R_0 + R_{\text{н2}}}; \quad \Delta_2 = \frac{1}{R} [r_{\tau 1} + (1 + \beta) R_1].$$

Рассмотрим, при каких условиях выражение (15) будет линейным. Для этого, разложив в выражении (14) функции φ_1 и φ_2 в ряд Маклорена и

приравняв коэффициенты при одинаковых степенях U , получим

$$\frac{\alpha_1}{\beta^{\alpha_2}} \left(\frac{\beta_1}{k_n \beta_2} \right)^i \frac{\varphi_1^{(i)}(0)}{\varphi_2^{(i)}(0)} (1 + \delta') = 1; \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (17)$$

где k_n — коэффициент передачи преобразователя, равный $U/U_{\text{вх}}$; $\varphi_1^{(i)}(0)$, $\varphi_2^{(i)}(0)$ — производное i -го порядка от функций φ_1 и φ_2 при нулевом значении аргумента.

Для $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ равенство (17) будет иметь место при $\beta_1 = k_n \beta_2$, что обеспечивается соответствующим выбором величины β_2 . Условие $\beta_1 = k_n \beta_2$ обозначает, что НЗ₁ и НЗ₂ должны работать на идентичных участках передаточных функций. При выполнении условия (17) выражение (15) будет линейным, так как справедливо тождество $\varphi[\varphi(x)] = x$. Согласно (16), величина δ' зависит от уровня входного сигнала, т. е.

строгое выполнение равенства $\frac{\alpha_1}{\beta^{\alpha_2}} (1 + \delta') = 1$ возможно только для двух значений $U_{\text{вх}}$ (одно из них $U_{\text{вх}} = 0$). При других величинах входного сигнала выражение (17) выполняется с некоторой погрешностью δ , которая тем меньше, чем меньше величина δ' , т. е. чем больше коэффициент усиления k . В реальных условиях неизбежен разброс коэффициентов передачи α_1 и α_2 нелинейных звеньев. Постоянство отношения $\frac{\alpha_1}{\beta^{\alpha_2}}$ для различных экземпляров НЗ обеспечивается соответствующим изменением величины β (операцией выравнивания).

При заданном виде функции φ погрешность δ может быть вычислена на основании (15). Например, для параболической функции $\varphi(x) = x^n$ формула (15) имеет вид

$$U = \frac{\beta_1}{\beta_2} \left(\frac{\alpha_1}{\beta^{\alpha_2}} \right)^{\frac{1}{n}} U_{\text{вх}} (1 + \delta),$$

где

$$\delta = - \frac{1 + \Delta}{n k \beta_0 \alpha_1} \frac{U}{\beta_1^n U_{\text{вх}}^n}. \quad (18)$$

При использовании в качестве НЗ термопреобразователей [2] $n \approx 2$. Рассмотрим влияние нестабильности коэффициентов передачи α_1 и α_2 на погрешность преобразования для $\varphi(x) = x^n$. Согласно (18), погрешность, обусловленная нестабильностью коэффициентов α_1 и α_2 , равна

$$\delta_n = \frac{1}{n} (\Delta_1 - \Delta_2) - \frac{1}{n^2} \Delta_1 \Delta_2, \quad (19)$$

где Δ_1 и Δ_2 — соответственно относительные изменения коэффициентов

$$\alpha_1 = \alpha_{10}(1 + \Delta_1) \quad \text{и} \quad \alpha_2 = \alpha_{20}(1 + \Delta_2).$$

Выражение (19) справедливо для малых значений Δ_1 и Δ_2 . При одинаковых относительных изменениях Δ_1 и Δ_2 погрешность уменьшается на порядок, так как в этом случае, согласно (19), $\delta_n = -\frac{1}{n^2} \Delta_1 \Delta_2$.

Приведенные соотношения справедливы при идентичности передаточных функций НЗ₁ и НЗ₂, что практически можно обеспечить путем парного подбора нелинейных элементов. В случае квадратичных вольт-амперных характеристик подбор может осуществляться по величине

$\Delta n = n - 2$. Простой способ определения малых величин Δn указан в [3]. Анализ устойчивости цепи для случая, когда в качестве нелинейных звеньев используются термопреобразователи, проведен в [4].

Рассмотрим еще один способ линеаризации передаточных характеристик, который можно обобщенно назвать методом эквивалентных воздействий. Пусть промежуточный параметр преобразования y_1 связан с измеряемой величиной x_1 нелинейной зависимостью $y_1 = \alpha_1 \varphi(x_1)$. Тогда при введении в измерительную цепь аналогичного нелинейного преобразования $y_2 = \alpha_2 \varphi(x_2)$ связь между x_1 и x_2 будет линейной при выполнении условия компенсации $y_1 - y_2 = 0$. Значение x_2 при $y_1 - y_2 = 0$ является мерой измеряемой величины. Очевидно, что сравниваемые параметры y_1 и y_2 должны быть однородными; требование однородности для

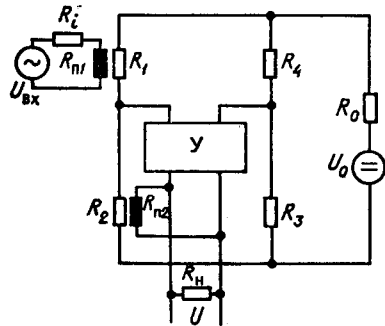


Рис. 5.

величин x_1 и x_2 в общем случае не накладывається. При измерении параметров электрических сигналов и электрических цепей метод эквивалентных воздействий наиболее эффективно реализуется в автокомпенсационных мостовых цепях [5]. Линейные преобразователи переменных токов и напряжений рассмотрены в [6, 7].

Решим задачу в общем виде, полагая, что вид функций φ является произвольным. Будем считать, что выходное сопротивление НЗ существенно зависит от уровня сигнала, а его входное сопротивление не зависит от на-

пряжения (например, термисторы с косвенным подогревом). Входное сопротивление НЗ в первом приближении можно считать постоянным по тем же соображениям, что и для термопреобразователя. Считаем, что характеристики НЗ заданы в общем виде $R_1 = \alpha_1 \varphi(\beta_1 U_{вх})$ и $R_2 = \alpha_2 \varphi(\beta_2 U)$. На рис. 5 изображена схема линейного преобразователя переменного напряжения в постоянное. Связь между входным и выходным напряжениями выражается соотношением (15), в котором для рассматриваемого случая

$$\gamma = - \frac{U}{k \beta_2 U_0} \left[A_1 + \frac{A_2}{\alpha_1 \varphi(\beta_1 U_{вх})} + A_3 \frac{\alpha_2 \varphi(\beta_2 U)}{\alpha_1 \varphi(\beta_1 U_{вх})} + A_4 \alpha_2 \varphi(\beta_2 U) \right], \quad (20)$$

где

$$A_1 = \frac{R_3 (R_0 + R_4) + R R_5}{R_3 R};$$

$$A_2 = \frac{R_5 (R_3 R_4 + R_3 R + R_4 R) - R_3 R_4 (R_3 + R_4) - R (R_3 + R_4)^2}{R_3 R_4};$$

$$A_3 = \frac{R_4 (R_0 + R_3) + R R_5}{R_3 R}; \quad A_4 = \frac{R_5}{R_3 R}; \quad \beta_1 = \frac{R_{n1}}{R_l + R_{n1}};$$

$$\beta_2 = \frac{R_n R_{n2}}{r R_n + r R_{n2} + R_n R_{n2}}; \quad \beta_3 = \frac{R_4}{R_3};$$

$$R_5 = R_0 + R_3 + R_4.$$

R и r — входное и выходное сопротивления усилителя Y ;
 $R_{п1}$ и $R_{п2}$ — сопротивления подогревателей термисторов.

Условие линейности преобразования здесь, как и в предыдущем случае, выражается соотношением (17), что в рассматриваемом случае при $\beta_1 = k_n \beta_2$ соответствует выполнению равенства $\frac{\alpha_1}{\alpha_2 \beta} (1 + \delta') = 1$ (операции выравнивания). Операция выравнивания осуществляется изменением сопротивления резистора R_3 или R_4 . Приведем конкретный пример. Пусть $\varphi(x) = \exp\left(\frac{B}{x^n}\right)$.

Тогда

$$U = \frac{\beta_1}{\beta_2} U_{вх} (1 + \delta), \quad (21)$$

где

$$\delta = \frac{\beta_1^n U_{вх}^n}{n B} \ln \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_2 \beta} (1 + \delta') \right]. \quad (22)$$

После проведения операции выравнивания ($\alpha_1/\alpha_2\beta=1$), пренебрегая величинами второго и более высших порядков малости, при $\delta' \ll 1$ получим

$$\delta = \frac{\beta_1^n U_{вх}^n U}{n k \beta_2 B U_0} \left[A_1 + \frac{A_2}{\alpha_1 \exp\left(\frac{B}{\beta_1^n U_{вх}^n}\right)} + \right. \\ \left. + A_3 \frac{\alpha_2 \exp\left(\frac{B}{\beta_2^n U^n}\right)}{\alpha_1 \exp\left(\frac{B}{\beta_1^n U_{вх}^n}\right)} + A_4 \alpha_2 \exp\left(\frac{B}{\beta_2^n U^n}\right) \right]. \quad (23)$$

Здесь, как и прежде, погрешность δ сводится к требуемому минимуму за счет выбора достаточно большой величины коэффициента усиления k .

Из сравнения рассмотренных методов можно сделать следующие выводы. Всем этим методам присуща погрешность нелинейности δ , обусловленная статизмом системы. Это свойство является общим для всех автокомпенсационных схем. Если в случае использования стрелочного индикатора выходной величины эта погрешность устраняется путем соответствующей градуировки шкалы, то при использовании в качестве цифрового индикатора ЦВПТ величина δ полностью входит в погрешность измерения. Отсюда вытекает необходимость тщательного анализа указанной погрешности. Достоинством метода, базирующегося на эффекте спрямляющего действия отрицательной обратной связи, следует считать отсутствие второго нелинейного элемента. Недостатком этого метода по сравнению с методами взаимобратных преобразований и эквивалентных воздействий является необходимость в большом коэффициенте усиления, т. е. схема более склонна к самовозбуждению. К недостаткам методов взаимобратных преобразований и эквивалентных воздействий следует отнести необходимость обеспечения высокой идентичности характеристик используемых нелинейных элементов, что при $\varphi_1 \neq \varphi_2$ является источником дополнительной погрешности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Измерительные преобразователи постоянного тока. Под ред. Л. А. Синицкого. Киев, «Наукова думка», 1965.
2. R. Eberhardt, G. Nüßlein, H. Rupp. Ein neuartiges Prinzip stabiler Gleichstromverstärkung.— Archiv f. Elektrotechn., 1941, Bd. XXXV, H. 9, S. 533—549.
3. Л. И. Волгин. Способ измерения отклонения величины показателя степени вольт-амперной характеристики детектора от квадратичного закона.— Авторское свидетельство № 177979. Бюллетень изобретений, 1966, № 2.
4. Ю. М. Туз. Линейный преобразователь действующего значения переменного напряжения произвольной формы.— Расширение пределов измерения и повышение чувствительности электроизмерительных приборов, устройств и систем с использованием измерительных усилителей, вып. 11. М., ОНТИПрибор, 1966.
5. Ф. Б. Гриневиц, Е. Е. Добров, К. Б. Карандеев. Автокомпенсационные мостовые цепи.— Автометрия, 1965, № 5.
6. Е. М. Кутяшева. О применении болометрических преобразователей в электроизмерительной технике.— Труды конференции по электрическим измерениям и приборостроению. Киев, Изд-во АН УССР, 1959.
7. C. Cimluca, D. O'Leary. Calibration of DC and AC Digital Voltmeters.— IRE International Convention Record, 1962, P. 9, p. 161—172.

*Поступила в редакцию
23 февраля 1966 г.,
окончательный вариант —
9 сентября 1966 г.*