

В. И. ЛЕВИН

(Каунас)

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

При создании сложных технических объектов выдвигается требование обеспечения необходимой эффективности их работы. Часто для этого используется контроль объекта при помощи устройства автоконтроля (УАК) с тем, чтобы не допустить применения ошибочно работающего объекта. В этом случае эффективность работы объекта зависит как от его надежности, так и от надежности УАК и режима контроля. Нахождение этой зависимости — первая задача настоящей работы. Вторая задача — определение эффективности автоконтроля как средства повышения эффективности работы объекта. Решение этих задач позволяет определить целесообразность применения автоконтроля к тому или иному объекту и в случае такой целесообразности подобрать соответствующее по надежности УАК и режим контроля.

При решении сформулированных задач используем следующую терминологию и допущения. Ошибкой объекта назовем произвольное отклонение функционирования объекта от требуемого, надежностью объекта — его свойство, обусловленное отсутствием ошибок в работе, заявкой на контроль — подключение объекта к УАК.

Заявки могут поступать в УАК в непрерывном режиме, а также в дискретном режиме с интервалом τ . Мы принимаем последний случай, так как первый случай следует из него как предельный при $\tau \rightarrow 0$. Назовем ошибкой УАК первого рода обнаружение имеющихся в объекте ошибок, а ошибкой УАК второго рода — ложное «обнаружение» ошибок объекта. Под надежностью УАК будем понимать свойство, обусловленное отсутствием в работе ошибок первого и второго рода. Полагаем, что ошибка первого рода происходит тогда, когда УАК имеет неустранимый отказ любого вида, а ошибка второго рода — тогда, когда УАК имеет неустранимый скрытый отказ, который не может быть обнаружен самим УАК. Последнее допущение можно оправдать тем, что УАК с обнаруженным отказом не используется для контроля, так что в этом случае ложное обнаружение несуществующей ошибки объекта невозможно. В современных УАК, как правило, имеется встроенное устройство самоконтроля, поэтому скрытые отказы в УАК составляют малую долю общего числа отказов. В связи с этим ошибками второго рода в УАК можно в первом приближении пренебречь.

Эффективностью работы объекта назовем свойство объекта обеспечить правильное выполнение поставленных задач [1]. Свойство контро-

ля, определяемое соотношением эффективности работы объекта при наличии и в отсутствие УАК, назовем эффективностью контроля [1].

Поскольку показатели и критерии эффективности работы объекта как показателем эффективности работы объектов первого класса может служить средняя величина экономических потерь в некотором интервале времени. Если поделить величину этого показателя, подсчитанную в отсутствие УАК, на его величину, подсчитанную при наличии УАК, получим показатель эффективности контроля объектов первого класса.

Ко второму классу отнесем объекты, которые контролируются во время работы, причем любая ошибка в объекте должна быть обнаружена в течение времени t^* после ее возникновения, так как в противном случае возможны катастрофические последствия. (Подобная ситуация возможна, например, при контроле атомных реакторов и взрывоопасных химических производств.) В таких объектах обычно предусмотрена возможность при обнаружении опасной ошибки практически мгновенно предотвратить катастрофу. Что касается остановки объекта для устранения обнаруженных ошибок и связанных с этим экономических потерь, то они имеют подчиненное значение и ниже не рассматриваются. Таким образом, показателем эффективности работы объектов второго класса можно считать вероятность отсутствия необнаруженных ошибок объекта в некотором интервале времени. Отношение этой вероятности, подсчитанной при наличии УАК, к той же вероятности, подсчитанной в отсутствие УАК, является показателем эффективности контроля объектов второго класса.

К третьему классу отнесем объекты, которые контролируются перед началом работы для выявления всех имеющихся ошибок, причем экономические соображения играют подчиненную роль. Таковы, например, радиолокационные станции, аппаратура самолетов и спутников. Поскольку в этих объектах устранение обнаруженных ошибок осуществляется перед началом работы, время устранения не влияет существенно на дальнейшую работу объекта. Поэтому показателем эффективности работы объектов третьего класса может служить вероятность того, что после контроля в них остались необнаруженные ошибки. Если поделить на эту вероятность вероятность наличия ошибок в объекте перед контролем, получим показатель эффективности контроля.

К четвертому классу отнесем объекты, которые контролируются как перед началом работы, так и во время ее. Показатели эффективности работы и контроля таких объектов можно, по-видимому, получить объединением соответствующих показателей для объектов, контролируемых только перед работой или только во время работы. Однако в данной статье этот вопрос не рассматривается.

Теперь приступим к решению сформулированных задач применительно к отдельным классам объектов.

Вначале рассмотрим объекты первого класса. Считаем интервалы времени между устранением предыдущей ошибки объекта и появлением новой ошибки независимыми случайными величинами с одинаковым законом распределения. Такое же предположение принимаем для интервалов времени устранения ошибок. При этом моменты последовательных ошибок и их устранений образуют процесс восстановления с

конечным временем восстановления. Основная характеристика этого процесса — функция восстановления $H(t)$, равная среднему числу ошибок объекта в интервале времени $[0, t]$. Охарактеризуем УАК вероятностью $R(t)$ ошибки первого рода в момент t . В соответствии с допущением о причине ошибок УАК первого рода

$$R(t) = 1 - K_r(t), \quad (1)$$

где $K_r(t)$ — вероятность застать УАК в момент t готовым к работе (т. е. не в состоянии отказа).

Считаем, что моменты последовательных отказов УАК образуют процесс восстановления с конечным временем восстановления. При этом, как известно [2], существует предел

$$\lim_{t \rightarrow \infty} K_r(t) = K_r, \quad (2)$$

называемый коэффициентом готовности и равный

$$K_r = \frac{T_2}{T_2 + T_p}, \quad (3)$$

где T_2 — среднее время между отказами УАК, а T_p — среднее время ремонта УАК.

Считаем обнаруженными лишь те ошибки объекта, которые обнаружены достаточно быстро после возникновения. Такое допущение оправдано тем, что задержка в обнаружении ошибки объекта первого класса ведет к экономическим потерям, как и необнаружение ошибки. Для простоты будем считать, что задержкой в обнаружении на малую величину τ (интервала между заявками на контроль) можно пренебречь. Таким образом, режим контроля можно считать непрерывным.

Среднее число ошибок, возникших в объекте в интервале времени $[t, t + \Delta t]$, очевидно, равно

$$A_t(\Delta t) = h(t) \Delta t + o(\Delta t),$$

где

$$h(t) = H'(t). \quad (4)$$

Среднее число необнаруженных ошибок объекта в том же интервале времени составляет

$$B_t(\Delta t) = A_t(\Delta t) R(t) = h(t) R(t) \Delta t + o_1(\Delta t).$$

Отсюда среднее число необнаруженных ошибок объекта в интервале времени $[0, t]$ определяется

$$H_1(t) = \int_0^t h(x) R(x) dx. \quad (5)$$

Среднее число обнаруженных ошибок объекта в интервале $[0, t]$ соответствует

$$H_2(t) = H(t) - H_1(t). \quad (6)$$

Предыдущие результаты позволяют подсчитать для объектов первого

класса среднюю величину $C(t)$ экономических потерь за время t , связанных с возникновением ошибок. Очевидно,

$$C(t) = C_1(t) + C_2(t), \quad (7)$$

где $C_1(t)$ — средние потери за время t , вызванные работой объекта с необнаруженными ошибками;

$C_2(t)$ — средние потери за время t , вызванные простоями объекта с целью устранения обнаруженных ошибок.

Полагая, что в момент $t=0$ объект работает безошибочно, учитываем при подсчете $C_1(t)$, $C_2(t)$ лишь ошибки, возникшие в интервале $[0, t]$. Очевидно,

$$C_1(t) = a \int_0^t (t-x) dH_1(x), \quad (8)$$

где a — величина потерь при ошибочно работающем объекте, приходящаяся на одну действующую ошибку в единицу времени.

В (8) учтено, что ошибка, возникшая в момент x , действует до момента t в течение времени $t-x$. Далее,

$$C_2(t) = H_2(t) T_p' b, \quad (9)$$

где T_p' — среднее время устранения одной обнаруженной ошибки объекта;

b — величина потерь при простое объекта в течение единицы времени.

Для широкого класса объектов при мгновенном восстановлении поток ошибок можно считать стационарным и равным сумме большого числа независимых потоков маловероятных ошибок [2]. Такой суммарный поток ошибок — простейший [3]. Отсюда, учитывая конечное время восстановления, получим для больших значений t

$$H(t) = \frac{\lambda t}{1 + \lambda T_p' K_r},$$

где λ — интенсивность ошибок мгновенно восстанавливаемого объекта. Аналогично во многих случаях при мгновенном восстановлении можно считать простейшим поток отказов в УАК. Тогда при конечном времени восстановления, распределенном экспоненциально [2],

$$K_r(t) = \frac{T_2}{T_2 + T_p} + \frac{T_p}{T_2 + T_p} e^{-\left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_p}\right)t}.$$

Используя эти выражения для $H(t)$ и $K_r(t)$ и учитывая (1), (4)–(9), найдем

$$C(t) = \frac{a\lambda(1-K_r)}{1+\lambda T_p' K_r} \{0,5t^2 - tK_r T_p + K_r T_p [1 - e^{-\left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_p}\right)t}]\} + \\ + \frac{b\lambda T_p' K_r}{1+\lambda T_p' K_r} \{t - (1 - K_r) T_p [e^{-\left(\frac{1}{T_p} + \frac{1}{T_2}\right)t} - 1]\}. \quad (10)$$

При достаточно больших значениях t вместо (10) можно пользоваться асимптотической формулой

$$C(t) \approx a \lambda (1 - K_r) [0,5 t^2 - t K_r T_p] + \lambda T_p' b K_r t. \quad (11)$$

Величина потерь $C(t)$, подсчитанная согласно (10) или (11), характеризует эффективность работы объекта первого класса, с учетом его контроля. Эффективность самого контроля, по определению, равна

$$K(t) = \frac{C(t)|_{K_r=0}}{C(t)}. \quad (12)$$

Полагая, что t достаточно велико, найдем при помощи (11)

$$K(t) = \frac{a t}{a(1 - K_r)(t - 2K_r T_p) + 2 T_p' b K_r}. \quad (13)$$

Перейдем к рассмотрению объектов второго класса. Режим контроля считаем дискретным, интервал между заявками на контроль соответствующим τ .

Введем обозначения: $r\tau$ — время эксплуатации объекта и УАК до момента начала данного периода их совместной работы; $P_{k\tau}(t)$ — вероятность отсутствия ошибок в объекте на интервале времени $[k\tau, k\tau + t]$; $Q_{(k+1)\tau - t^*}(t^*)$ — условная вероятность возникновения ошибок в объекте на интервале времени $[(k+1)\tau - t^*, (k+1)\tau]$, если на интервале $[k\tau, (k+1)\tau - t^*]$ ошибок в объекте не возникало; $M_r(k)$ — вероятность отсутствия необнаруженных ошибок в объекте на интервале времени $[r\tau, r\tau + k\tau]$.

Отсутствие необнаруженных ошибок объекта означает, что либо ошибки в объекте вообще не возникли, либо возникли, но были обнаружены УАК. Считаем, что в потоках ошибок объекта и отказов УАК, вызывающих в нем ошибки контроля, отсутствует последствие. Естественно также считать, что эти потоки независимы. Тогда отсутствие необнаруженных ошибок объекта на непересекающихся интервалах времени — независимые события. Поэтому

$$M_r(n) = \prod_{k=0}^{n-1} M_{r+k}(1). \quad (14)$$

Отсутствие необнаруженных ошибок объекта второго класса на интервале $[k\tau, (k+1)\tau]$ означает, что на интервале $[k\tau, (k+1)\tau - t^*]$ ошибки в объекте не возникали, а на интервале $[(k+1)\tau - t^*, (k+1)\tau]$ либо не возникали, либо возникали, но были обнаружены УАК в момент $(k+1)\tau$ подачи заявки на контроль. Отсюда следует, что

$$M_k(1) = \begin{cases} P_{k\tau}(\tau - t^*) [Q_{(k+1)\tau - t^*}(t^*) K_r (k\tau + \tau) + 1 - Q_{(k+1)\tau - t^*}(t^*)]; & \tau > t^*; \\ [1 - P_{k\tau}(\tau)] K_r (k\tau + \tau) + P_{k\tau}(\tau); & \tau \leq t^*. \end{cases} \quad (15)$$

Формулы (14) и (15) в принципе позволяют подсчитать показатель $M_r(n)$ эффективности работы объекта. Однако при больших n расчет затруднителен. Вместе с тем практический интерес обычно представляют интервалы времени работы объекта и УАК, достаточно удаленные от начала их эксплуатации.

В этом случае эффективность работы объекта определяем из (14) при $r \rightarrow \infty$ как

$$M(n) = \lim_{r \rightarrow \infty} M_r(n) = M^n(1), \quad (16)$$

где

$$M(1) = \lim_{r \rightarrow \infty} M_{r+k}(1). \quad (17)$$

Предел (17) действительно существует, если потоки ошибок объекта и отказов УАК образуют процессы восстановления [2], и может быть определен из выражений (15). В этом случае

$$M(n) = \begin{cases} P^n(\tau - t^*) [1 - Q_{\tau-t^*}(t^*) (1 - K_r)]^n; & \tau > t^*; \\ \{[1 - P(\tau)] K_r + P(\tau)\}^n; & \tau \leq t^*, \end{cases} \quad (18)$$

где K_r находится из формулы (3);

$$Q_{\tau-t^*}(t^*) = \lim_{k \rightarrow \infty} Q_{(k+1)\tau-t^*}(t^*), \quad (19)$$

а $P(t)$, согласно теории восстановления, описывается выражением

$$P(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} P_T(t) = \frac{1}{T_1 + T_p} \int_0^{\infty} [1 - F(x)] dx, \quad (20)$$

где $F(x)$ — закон распределения времени между последовательными ошибками в объекте при их мгновенном устранении; T_1 — среднее значение этого времени; T_p — см. пояснения к (9).

Пределы (19) и (20) связаны. Действительно,

$$P(t_1) [1 - Q_{t_1}(t_2)] = P(t_1 + t_2), \quad (21)$$

откуда, используя (20), получаем

$$Q_{t_1}(t_2) = 1 - \frac{P(t_1 + t_2)}{P(t_1)} = \frac{\int_0^{t_2} [1 - F(x)] dx}{\int_0^{\infty} [1 - F(x)] dx}. \quad (22)$$

Формула (18) с учетом (3), (20) и (22) позволяет получить практически удобные выражения для $M(n)$ при различных законах $F(x)$. Например, при экспоненциальном законе

$$F(x) = 1 - e^{-x/T_1}, \quad (23)$$

и мы получаем

$$M(n) = e^{-\frac{n}{T_1} \max[0, (\tau - t^*)]} [K_r + e^{-\frac{\min(\tau, t^*)}{T_1}} (1 - K_r)]^n. \quad (24)$$

Для случая непрерывного контроля $M(n)$ находится из (24) предельным переходом при $\tau \rightarrow 0$. Раскрывая неопределенность вида 1^∞ и учи-

тывая соотношение непрерывной t и дискретной n мер времени $t = n\tau$, получим

$$M(t) = e^{-\frac{t(1-K_r)}{T_1}}. \quad (25)$$

Найдем теперь выражение для показателя $K(n)$ эффективности контроля объектов второго класса. По определению,

$$K(n) = \frac{M(n)}{M(n)|_{K_r=0}}. \quad (26)$$

Подставляя сюда соответствующие значения из (18), будем иметь

$$K(n) = \begin{cases} \left[\frac{1 - Q_{\tau-t^*}(t^*)(1-K_r)}{1 - Q_{\tau-t^*}(t^*)} \right]^n; & \tau > t^*; \\ \left[\frac{K_r}{P(\tau)} + 1 - K_r \right]^n; & \tau \leq t^*. \end{cases} \quad (27)$$

В частности, для случая (23)

$$K(n) = [1 + K_r(e^{\frac{\min(\tau, t^*)}{T_1}} - 1)]^n. \quad (28)$$

Для непрерывного контроля из (28) или из (26) и (25) получим

$$K(t) = e^{\frac{tK_r}{T_1}}. \quad (29)$$

Теперь рассмотрим объекты третьего класса. Как и выше, считаем потоки ошибок объекта и отказов УАК, вызывающих ошибки контроля, независимыми и без последействия. Кроме того, эти потоки считаем процессами восстановления. Заявки на контроль поступают в УАК в моменты $t = k\tau$, $k = 1, 2, \dots$. Обозначим через $q_r(k)$ вероятность того, что после обслуживания k -й заявки на контроль в объекте остались необнаруженные ошибки. Здесь $r\tau$ — время совместной эксплуатации объекта и УАК до момента $k = 0$. Величина $q_r(k)$ характеризует эффективность работы объекта, предварительный контроль которого окончился в момент $t = k\tau$, и удовлетворяет следующему очевидному уравнению:

$$q_r(k+1) = q_r(k) P_{(k+r)\tau}(\tau) R(r+k+1) + [1 - P_{(k+r)\tau}(\tau)] R(r+k+1). \quad (30)$$

Здесь $R(m)$ определяется формулой (1), а $P_{k\tau}(\tau)$ имеет тот же смысл, что и для объектов второго класса.

Решение этого разностного уравнения с переменными коэффициентами при больших значениях k громоздко и непригодно для практики [4]. Вместе с тем обычно интерес представляют интервалы времени совместной работы объекта и УАК, достаточно удаленные от момента начала их эксплуатации. В этом случае эффективность работы объекта характеризуется предельной вероятностью

$$q(k) = \lim_{r \rightarrow \infty} q_r(k). \quad (31)$$

Функциональное уравнение для $q(k)$ получим из (30)

$$q(k+1) = q(k)P(\tau)R + [1 - P(\tau)]R, \quad (32)$$

где R , согласно (1) и (2), равно $1 - K_r$, а $P(\tau)$ определяется по формуле (20). Решение разностного уравнения (32) с постоянными коэффициентами имеет такой вид:

$$q(k) = \frac{[1 - P(\tau)](1 - K_r)}{1 - P(\tau)(1 - K_r)} + P^k(\tau)(1 - K_r)^k \left\{ q(0) = \frac{[1 - P(\tau)](1 - K_r)}{1 - P(\tau)(1 - K_r)} \right\}. \quad (33)$$

Из (33) следует, что вероятность $q(k)$ наличия в объекте необнаруженных ошибок при неограниченном увеличении времени контроля $t = k\tau$ стремится к пределу, равному

$$q = \frac{[1 - P(\tau)](1 - K_r)}{1 - P(\tau)(1 - K_r)} \quad (34)$$

и не зависящему от вероятности $q(0)$ наличия таких ошибок перед началом контроля. Стремление $q(k) \rightarrow q$ происходит очень быстро, так что целесообразно оперировать лишь с вероятностью q . Эффективность контроля оцениваем показателем

$$K = \frac{q(0)}{q}; \quad 0 \leq K < \infty. \quad (35)$$

Формула (34) позволяет в соответствии с требованиями к объекту по величине q определить необходимый режим контроля и коэффициент готовности УАК.

Для простейшего потока ошибок объекта, подсчитывая значение $P(\tau)$, согласно (20) и (22), и подставляя его в (34), получим

$$q = \frac{(1 - e^{-\tau/T_1})(1 - K_r)}{1 - e^{-\tau/T_1}(1 - K_r)}. \quad (36)$$

Из (36) видно, что уменьшения уровня ошибки в объекте после контроля можно достичь либо за счет увеличения коэффициента готовности УАК, либо за счет уплотнения режима контроля, т. е. уменьшения τ .

Кратко о целесообразности применения УАК для контроля объектов. Критерием такой целесообразности может служить повышение эффективности работы объекта. В соответствии с принятыми определениями показателя эффективности контроля названный критерий требует, чтобы эффективность контроля была больше единицы. Из принятого критерия и формулы (27) следует, что контроль объектов второго класса всегда целесообразен. Что касается объектов других классов, то для них это не всегда так.

Пример. Некоторый объект первого класса работает непрерывно в течение $t = 7$ час. Объект характеризуется параметрами: $T_p = 4$ час $a = b$; $\lambda = 0,01$ 1/час. Выяснить целесообразность контроля этого объекта при помощи УАК с параметрами $K_r = 0,9$ и $T_p = 1$ час.

По формуле (13) вычисляем эффективность контроля

$$K(7) = \frac{7(1 + 0,01 \cdot 4 \cdot 0,9)}{(1 - 0,9)(7 - 2 \cdot 0,9 \cdot 1) + 2 \cdot 4 \cdot 0,9} = 0,938 < 1.$$

ВЫВОДЫ

Произведена классификация объектов по назначению. Для трех классов объектов получены выражения эффективности работы объекта и эффективности его контроля.

Полученные выражения позволяют выяснить целесообразность автоконтроля объектов и предъявить, исходя из требуемой эффективности работы объекта, обоснованные требования к надежности УАК и режиму контроля.

Выражения для эффективности автоконтроля облегчают сравнение автоконтроля с другими возможными методами повышения эффективности работы объектов (например, с повышением надежности объекта, применением резервных объектов и т. д.).

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Ушаков. Оценка роли аппаратуры контроля в сложных системах.— В сб. «Кибернетику — на службу коммунизму», т. 2. М.—Л., «Энергия», 1964.
2. Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965.
3. Б. И. Григелионис. Предельные теоремы для сумм процессов восстановления.— В сб. «Кибернетику — на службу коммунизму», т. 2. М.—Л., «Энергия», 1964.
4. А. С. Гельфонд. Исчисление конечных разностей. М., Физматгиз, 1959.

*Поступила в редакцию
10 августа 1966 г.,
окончательный вариант —
21 декабря 1966 г.*