

В. Б. КАНТОРОВИЧ
(Баку)

**СРЕДНЕЕ ЧИСЛО ШАГОВ
КАК ВЕРОЯТНОСТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА
БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ
ПРЯМОУГОЛЬНО-КООРДИНАТНЫХ КОМПЕНСАТОРОВ
ПЕРЕМЕННОГО ТОКА**

Весьма важной характеристикой автоматических цифровых измерительных приборов является быстродействие. Поэтому при разработке алгоритмов уравнивания необходим некоторый критерий, позволяющий сравнивать между собой по быстродействию различные алгоритмы с целью выбора того из них, который обеспечивает большее быстродействие.

Очевидно, для объективности сравнения приборы должны отличаться только алгоритмом, а все остальные характеристики, влияющие на оценку быстродействия (число декад, частота генератора импульсов, управляющих введением ступеней уравнивающей величины), принимаются одинаковыми.

В том случае, когда число шагов уравнивания зависит от измеряемой величины (или от величины небаланса), наиболее объективной характеристикой быстродействия алгоритма является среднее число шагов уравнивания, т. е. математическое ожидание числа шагов при заданном законе распределения уравниваемой величины.

В данной статье рассматривается определение среднего числа шагов уравнивания при равномерном законе распределения напряжения небаланса в применении к цифровым автоматическим прямоугольно-координатным компенсаторам переменного тока.

Среднее число шагов $n_{ср}$ определяется для алгоритма следящего уравнивания с применением амплитудных анализаторов*.

Указанный алгоритм при уравнивании измеряемой величины в цифровых компенсаторах постоянного тока (или одной из ортогональных составляющих измеряемой величины — в цифровых прямоугольно-координатных компенсаторах переменного тока) представлен на рис. 1, а. Здесь измеряемая величина равна сначала 45 единицам, а затем 17.

* В [1] похожий алгоритм именуется способом отработки от старшей декады с приближением снизу. Однако уравнивание необязательно начинается со старшей декады. Например, если напряжение небаланса меньше порога чувствительности амплитудного анализатора младшей декады, уравнивание начинается с младшей декады. Кроме того, в рассматриваемом нами алгоритме приближение компенсирующей величины к измеряемой может осуществляться как снизу, так и сверху.

Порог чувствительности амплитудного анализатора младшей декады $\delta U_{мл}$ равен 7 единицам. В том случае, когда напряжение небаланса $\Delta U = U_{и} - U_{к}$ превышает порог чувствительности амплитудного анализатора, уравнивание производится степенями декады десятков, в противном случае — степенями декады единиц.

На рис. 1, б показан процесс уравнивания напряжения небаланса в цифровом прямоугольно-координатном компенсаторе переменного тока. Конец вектора измеряемого напряжения $\dot{U}_{и}$, а также (в начальный момент времени) концы векторов компенсирующего напряжения и напряжения небаланса имеют следующие координаты: $\dot{U}_{и}$ ($x = +8$; $y = +36$); $U_{к0}$ ($x = +18$; $y = -22$); $\Delta \dot{U}_0$ ($x = +26$; $y = +14$).

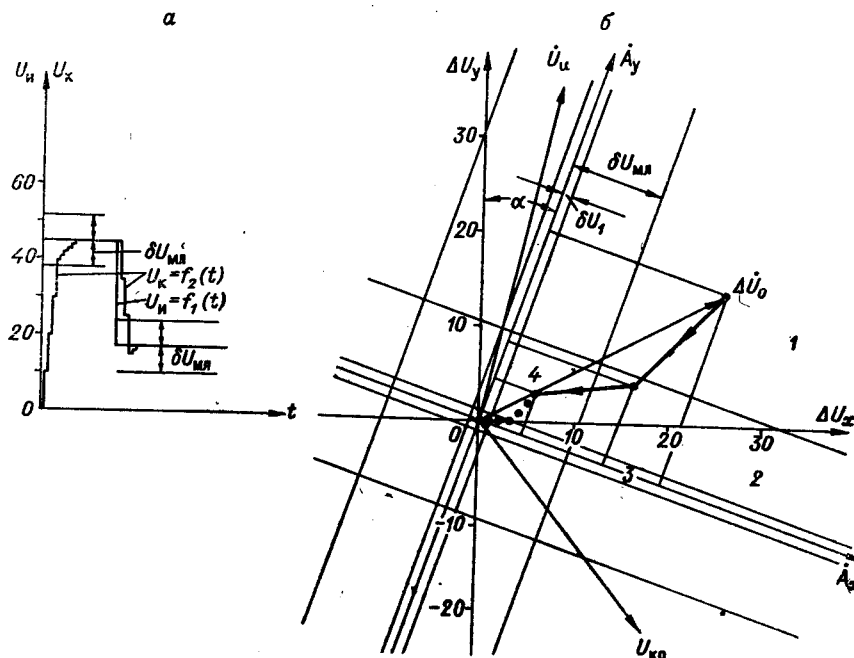


Рис. 1.

Как известно [2], компенсаторам переменного тока, представляющим собой двухканальные системы регулирования, свойственна взаимосвязь контуров уравнивания. Она вызывается изменением параметров измерительной схемы, нестабильностью фазовых сдвигов в нуль-индикаторе, неточной установкой фазы опорных напряжений фазочувствительного детектора и т. д. и приводит к повороту векторов опорных напряжений фазочувствительных детекторов (именуемых также векторами фазовой чувствительности) \dot{A}_x и \dot{A}_y на некоторый угол α (см. рис. 1, б) относительно векторов ортогональных составляющих компенсирующих напряжений (или напряжений небаланса). В дальнейшем для краткости будем их именовать осями ΔU_x и ΔU_y .

Из рис. 1, б видно, что, когда проекции вектора $\Delta \dot{U}_0$ на \dot{A}_x и \dot{A}_y превышают пороги чувствительности амплитудных анализаторов младшей декады обеих осей ΔU_x и ΔU_y или же оказываются меньше их, уравнивание по каждой оси ведется степенями одноименных деkad, т. е. под углом 45° к осям ΔU_x и ΔU_y (зоны 1 и 4). Если же

проекция ΔU на направление, например, вектора A_x больше порога чувствительности амплитудного анализатора, а проекция на A_y — меньше, то уравнивание идет под углом $\operatorname{arctg}(\pm 0,1)$ к оси ΔU_x (зона 2). Наконец, если проекция на A_y меньше порога чувствительности самого компенсатора, уравнивание ведется параллельно оси ΔU_x (зона 3). Подобные же рассуждения справедливы и для оси ΔU_y .

Знание направления и величины шага уравнивания (отработки) из любой точки плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$ дает возможность разбить всю плоскость на области равного числа шагов отработки до положения равновесия. Определив графически соотношение между площадями областей с различным числом шагов и принимая, что на вход компенсатора любое измеряемое напряжение (в пределах плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$) может быть подано с одинаковой вероятностью, можно найти среднее число шагов отработки $n_{\text{ср}}$ при данном угле взаимосвязи α . Определяя $n_{\text{ср}}$ для различных значений α , можно построить графическую зависимость $n_{\text{ср}} = f(\alpha)$, характеризующую влияние взаимосвязи контуров уравнивания на быстродействие цифрового прямоугольно-координатного компенсатора [3].

Ниже приводится последовательность графических построений для определения этой зависимости. Здесь же следует указать, что для обеспечения устойчивой работы компенсатора (в смысле отсутствия периодических режимов) в диапазоне углов $\alpha = 0 \div 45^\circ$ порог чувствительности компенсатора по каждой оси δU_i берется равным 0,707 ступени младшей декады [4].

В применении к цифровому двухдекадному компенсатору последовательность построений такова.

1. Плоскость $\Delta U_x - \Delta U_y$, ограниченная пределами измерения компенсатора, при заданном значении α разбивается на так называемые эквидистантные области старшей декады (в дальнейшем именуемые просто эквидистантными областями). Эквидистантной будем называть область, которой принадлежат точки — концы вектора ΔU , удаленные на одинаковое число шагов от квадрата, образованного пересечением зон нечувствительности (т. е. удвоенных порогов чувствительности $\delta U_{\text{мл}}$) амплитудных анализаторов младшей декады оси ΔU_x и оси ΔU_y (квадрата нечувствительности старшей декады, или старшего квадрата). Внутри этого квадрата отработка производится ступенями младшей декады.

Поскольку, как указывалось выше, направление отработки определяется тем, из какой области она производится, границы областей, из которых осуществляется отработка в пределы старшего квадрата, находятся посредством обратного движения, т. е. перемещением старшего квадрата (с помощью, например, шаблона из кальки) в направлениях, противоположных всем возможным направлениям отработки, на расстояние ml , где l — длина одного шага в каждом случае отработки (при отработке под углом 45° к осям ΔU_x и ΔU_y $l = 10\sqrt{2}$; при отработке под углом $\operatorname{arctg}(\pm 0,1)$ $l = 10,05$; при отработке параллельно одной из осей $l = 10$), а m — количество шагов до соответствующей эквидистантной области, номер которой равен m .

Проследим это построение для случая $\alpha = 27^\circ 45'$ (рис. 2). При перемещении шаблона старшего квадрата под углом 45° к отрицательному направлению ΔU_x и положительному направлению ΔU_y на расстояние $10\sqrt{2}$ строится часть эквидистантной области $1a$, обозначенная 1_1 . Здесь же оговоримся, что при построении эквидистантных областей любой декады необязательно производить разбиение всей

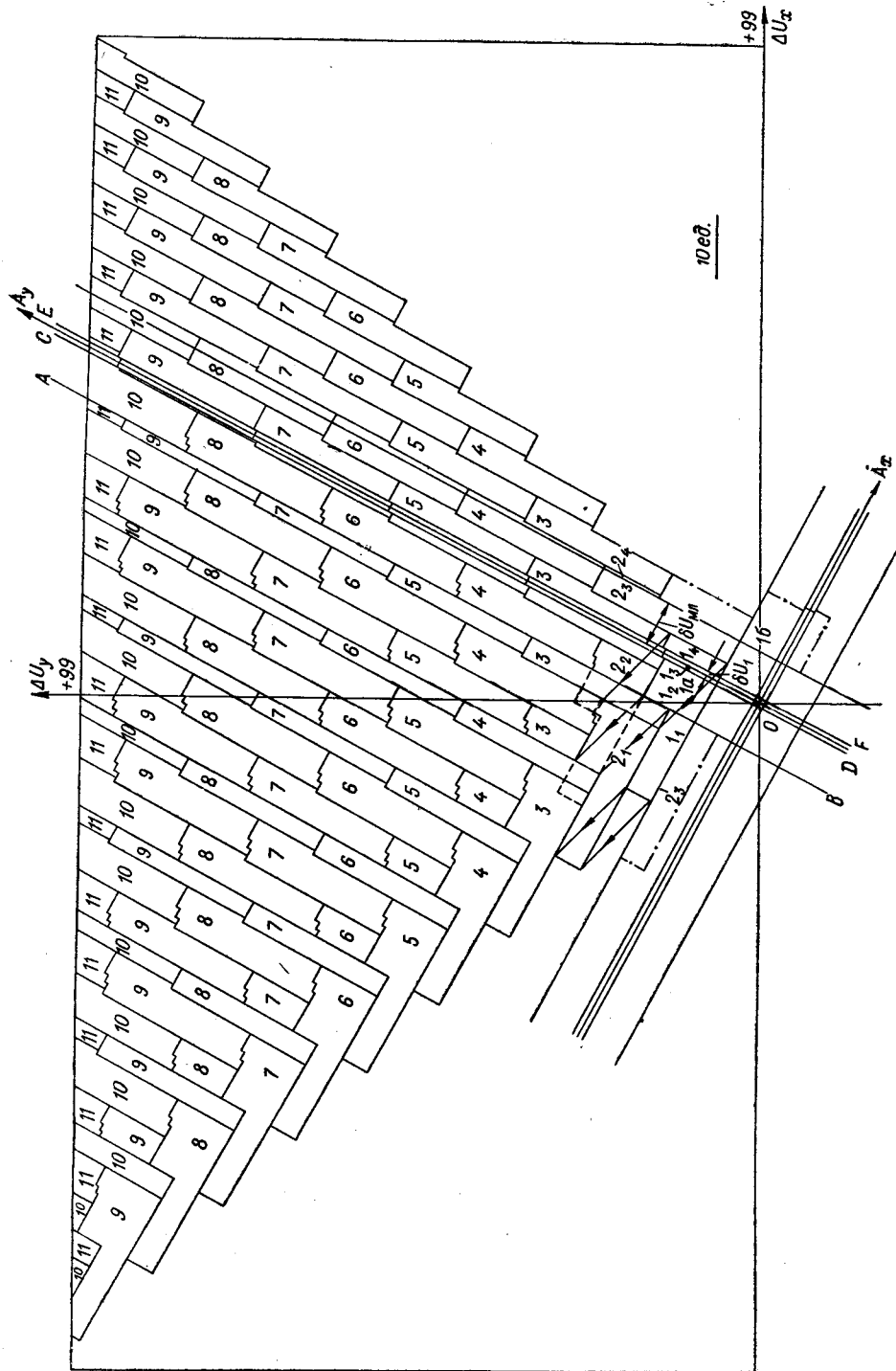


Рис. 2.

плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$. Достаточно воспользоваться 1/4 частью плоскости, ведя построение вдоль одного из четырех направлений векторов фазовой чувствительности A , поскольку все эти четвертые части по площади, конфигурации и расположению относительно начала координат и направлений векторов A идентичны.

При перемещении шаблона под углом $\text{arctg}(-0,1)$ к оси ΔU_y на расстояние 10,05 строится часть I_2 , при перемещении вдоль оси ΔU_y на расстояние 10 — часть I_3 , наконец, при перемещении под углом $\text{arctg}(+0,1)$ к ΔU_y на расстояние 10,05 строится I_4 . Эквидистантная область $I a$ равна

$$I a = I_1 + I_2 + I_3 + I_4.$$

Все рассмотренные перемещения старшего квадрата при построении области $I a$ представляют собой 1/4 часть всех возможных направлений его перемещения на один шаг.

Построение эквидистантной области 2 производится по полученным частям $I_1 - I_4$ области $I a$.

При построении области 2 (состоящей для данной четверти плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$ из частей $2_1, 2_2, 2_3, 2_4$) производится перемещение уже не старшего квадрата, а области $I a$. При перемещении области $I a$ (т. е. каждой точки, лежащей на границе этой области) под углом 45° к отрицательному направлению ΔU_x и положительному направлению ΔU_y на расстояние $10\sqrt{2}$ получаем область 2_1 . На рис. 2 стрелками показано, куда при этом попадают те или иные точки на границе области $I a$.

При перемещении области $I a$ под углом $\text{arctg}(-0,1)$ к оси ΔU_y на расстояние 10,05 часть полученной области (обозначена штриховой линией) оказывается за пределами зоны нечувствительности амплитудного анализатора младшей декады оси ΔU_x , т. е. левее прямой AB . Из этой части области срабатывание производится под углом 45° к осям ΔU , т. е. из нее обратно в область $I a$ попасть нельзя. Поэтому указанная часть не учитывается (отбрасывается), а остается только область 2_2 .

При перемещении области $I a$ параллельно оси ΔU_y на расстояние 10 ни одна часть этой области не попадет в пределы зоны нечувствительности компенсатора по оси ΔU_x (эта зона ограничена прямыми CD и EF), откуда срабатывание производится параллельно оси ΔU_y . Тот же результат получается и при перемещении области $I a$ под углом $\text{arctg}(+0,1)$ к ΔU_y на расстояние 10,05. В обоих случаях новых областей 2 не получаем.

В область $I a$ можно попасть также и при срабатывании под углом $\text{arctg}(+0,1)$ к отрицательному направлению ΔU_x , т. е. из области 2_3 . Для большего удобства изображения указанная область (а также все построенные по ней последующие области) представлена на рис. 2 областью 2_3 , полученной при перенесении на расстояние 10,05 под углом $\text{arctg}(+0,1)$ к оси ΔU_y области $I b$, аналогичной по расположению и форме области $I a^*$.

Наконец, часть 2_4 области 2 получена при перемещении области $I a$ на расстояние $10\sqrt{2}$ под углом 45° к положительным направлениям ΔU_x и ΔU_y .

Эквидистантная область 3 строится по области 2 и т. д., до достижения границ плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$.

* Сама область $I b$ в дальнейшем при подсчете площадей не учитывается, так как мы ограничиваемся, как было указано выше, 1/4 частью плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$.

2. Старший квадрат разбивается на области с одинаковым числом шагов до положения равновесия — эквидистантные области младшей декады, или эквипотенциальные области (так как точки, принадлежащие этим областям, представляют собой концы равных по модулю значений напряжения ΔU , т. е. равных потенциалов — с погрешностью, не превышающей порога чувствительности компенсатора). Для того чтобы найти общую площадь каждой эквипотенциальной области, необходимо определить содержание и расположение различных эквипотенциальных областей в каждой эквидистантной области. С этой целью эквипотенциальные области старшего квадрата переносятся на шаблон. Шаблон перемещают параллельно самому себе относительно старшего квадрата в направлениях, указанных в п. 1. После перемещения на один шаг подсчитывается содержание эквипотенциальных областей в эквидистантной области $1a$. При подсчете номер каждой эквипотенциальной области увеличивается на единицу по сравнению с соответствующими областями, расположенными в старшем квадрате, так как к числу шагов, которому соответствует номер данной области, прибавляется один шаг при перенесении этой эквипотенциальной области в эквидистантную область $1a$. Аналогичным образом, при подсчете содержания эквипотенциальных областей в m -й эквидистантной области номер каждой эквипотенциальной области увеличивается на m .

3. Шаблон из различных частей эквидистантной области $1a$ перемещается на один шаг обработки во всех направлениях, в которых возможен переход в данную часть области $1a$ из области 2. Подсчитывается общая площадь каждой эквипотенциальной области в эквидистантной области 2. Так же производится подсчет для областей 3, 4, 5 и т. д., вплоть до достижения границ плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$, определяемых пределами измерения компенсатора.

4. Подсчитывается суммарная площадь каждой эквипотенциальной области в плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$. Отношение суммарной площади m -й эквипотенциальной области к площади плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$, ограниченной пределами измерения, представляет собой вероятность появления напряжения небаланса, число шагов уравнивания которого равно m .

5. Среднее число шагов уравнивания $n_{\text{ср}}$ при заданном α подсчитывается по известной формуле [5] математического ожидания:

$$n_{\text{ср}} = \frac{\sum_{m=1}^k m S_m}{\sum_{m=1}^k S_m}.$$

Здесь m — число шагов из m -й эквипотенциальной области до положения равновесия; S_m — площадь m -й эквипотенциальной области; $\sum_{m=1}^k S_m$ — площадь плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$ (1/4 части в пределах измерения компенсатора).

6. Последовательность действий, описанная в пп. 1—5, повторяется для других значений α . В результате строится графическая зависимость среднего числа шагов в цифровом двухдекадном компенсаторе переменного тока от угла взаимосвязи контуров уравнивания. Указанная зависимость представлена на рис. 3. Здесь же приведены значения максимального числа шагов для различных α .

Из рис. 3 видно, что возможна ситуация, когда два цифровых прямоугольно-координатных компенсатора, различающихся только углом взаимосвязи контуров, имеют одинаковое максимальное число шагов. Между тем, большим быстродействием обладает компенсатор с меньшей взаимосвязью контуров, так как у него n_{cp} меньше. Таким образом, в тех случаях, когда количество шагов, отводимое на одно измерение, определяется уравновешиваемой величиной, n_{cp} является наиболее объективной характеристикой быстродействия данного алгоритма уравновешивания.

В то же время описанная методика определения n_{cp} оказывается необходимой и при определении n_{max} (особенно при взаимосвязи контуров) для тех случаев, когда цикл измерения (и регистрации) является величиной постоянной.

При исследовании k -декадного цифрового прямоугольно-координатного компенсатора последовательность построений принципиально не меняется и выглядит следующим образом.

Плоскость $\Delta U_x - \Delta U_y$, ограниченная снаружи пределами измерения компенсатора, а внутри — квадратом нечувствительности старшей (k -й) декады (k -м квадратом), при заданном α разбивается на эквидистантные области k -й декады, построение которых было описано выше. Затем часть плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$, ограниченная снаружи границами k -го квадрата, а внутри — границами $(k-1)$ -го квадрата, разбивается на эквидистантные области $(k-1)$ -й декады, после чего часть плоскости, ограниченная $(k-1)$ -м и $(k-2)$ -м квадратами, разбивается на эквидистантные области $(k-2)$ -й декады и т. д. Наконец, внутри квадрата нечувствительности амплитудного анализатора младшей декады строятся эквидистантные области младшей декады, т. е. эквипотенциальные области.

После того как произведена эта часть графических построений, определяется расположение и подсчитывается содержание каждой эквидистантной области (начиная с эквипотенциальных областей), принадлежащей соответствующему квадрату, в эквидистантных областях следующей, более старшей декады. Суммированием находится общая площадь каждой эквипотенциальной области. Умножив полученную площадь на число шагов из нее до положения равновесия, просуммировав найденные произведения и разделив сумму на общую площадь графических построений ($1/4$ часть плоскости $\Delta U_x - \Delta U_y$, внутри пределов измерения), находим среднее число шагов для данного значения α .

Производя такие же графические построения и вычисления для других α , можно построить зависимость $n_{cp} = f(\alpha)$ для k -декадного цифрового прямоугольно-координатного компенсатора с описанным выше алгоритмом уравновешивания.

На наш взгляд, оценка быстродействия различных алгоритмов по n_{cp} и определение для них зависимости $n_{cp} = f(\alpha)$ с целью выбора алгоритма, обеспечивающего высокое быстродействие и малую зависимость быстродействия от взаимосвязи контуров, могут оказаться полезными при исследовании не только цифровых прямоугольно-координатных компенсаторов, но и любой дискретной автоматической измерительной системы с уравновешиванием по двум параметрам, в которой число шагов зависит от напряжения небаланса.

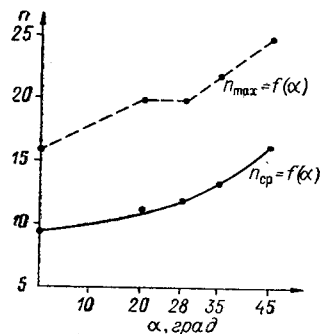


Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. П. Орнатский. Автоматические измерительные приборы. Киев, «Техника», 1965.
2. Л. Ф. Куликовский, А. М. Мелик-Шахназаров. Компенсаторы переменного тока. М.—Л., Госэнергоиздат, 1960.
3. В. Б. Канторович. Исследование сходимости процесса уравнивания цифровых автоматических прямоугольно-координатных компенсаторов переменного тока. Автореф. канд. дисс. Баку, 1966.
4. В. Б. Канторович, А. М. Мелик-Шахназаров, И. Л. Шайн. Исследование процесса уравнивания в цифровых автоматических компенсаторах переменного тока.—Автометрия, 1965, № 2.
5. Е. С. Вентцель. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.

*Поступила в редакцию
26 июля 1966 г.,
окончательный вариант —
30 октября 1966 г.*