

ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ЦЕПИ

УДК 621.372.061

Г. Е. ПУХОВ

(Киев)

ДИНАМИЧЕСКИЕ КВАЗИРЕЗИСТОРЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО ВВОДА ИНФОРМАЦИИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

1. Ввод информации в различные устройства автоматики, вычислительной и измерительной техники часто реализуется посредством установки определенных величин омических сопротивлений в соответствующих электрических цепях. Автоматизация процесса ввода осуществляется при этом путем применения электромеханических следящих систем или управляемых цифровых сопротивлений. Оба эти способа оказываются, однако, малоприменимыми, когда число изменяемых в процессе ввода сопротивлений велико. В этом случае автоматический ввод информации, как будет ниже показано, целесообразно производить при помощи элементов, которые далее будем называть динамическими квазирезисторами (ДКР).

2. Квазирезистором мы называем двухполюсник, содержащий такое постоянное омическое сопротивление \bar{R} и регулируемый источник напряжения φ , что сопротивление двухполюсника по отношению к

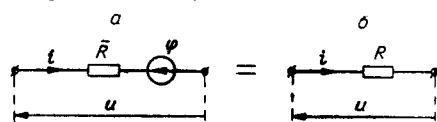


Рис. 1. Квазирезистор и его эквивалентная схема.

внешней цепи оказывается равным требуемой величине (рис. 1). Величина R квазирезистора, равная отношению напряжения u на полюсах двухполюсника к его току i , называется квазисопротивлением, а обратная величина, т. е. $G=R^{-1}$, — квазипроводимостью. Квазисопротивления и проводимости могут быть постоянными, переменными и нелинейными.

Связи между напряжениями u и φ при постоянных и переменных квазисопротивлениях определяются зависимостью

$$\varphi = (1 - RG)u, \quad (1)$$

причем в случае переменных квазисопротивлений величина $G = G(t)$ представляет собой заданную функцию времени. Если квазисопротивление должно быть нелинейным, то аналогичная зависимость имеет вид

$$\varphi = u - \bar{R}J(u), \quad (2)$$

где $J(u)$ — известная функция напряжения u .

В определенных случаях в качестве квазирезисторов могут применяться просто источники напряжения ($\bar{R} \rightarrow 0$) и источники тока ($\bar{G} \rightarrow 0$), регулируемые соответствующим образом.

Динамические квазирезисторы отличаются от рассмотренных тем, что вместо регулируемых источников напряжения применяются запоминающие конденсаторы C (рис. 2, а). Система таких квазирезисторов обслуживается одним переключаемым кодоуправляемым функциональным преобразователем (П), реализующим в момент присоединения к точкам α, β, γ уравнение (1) или (2). Схема П строится так, чтобы при подаче на его вход напряжения u на его выходе получалось напряжение φ (см. рис. 2, б).

Коэффициент передачи Θ преобразователя П равен при реализации линейных квазисопротивлений

$$\Theta = 1 - \bar{R}G, \quad (3)$$

а в случае нелинейных

$$\Theta = 1 - \bar{R} \frac{J(u)}{u} \quad (4)$$

и зависит от напряжения u .

Заметим, что возможно построение квазирезисторов с отличными от (3) и (4) выражениями для коэффициентов передачи. Один из таких случаев будет описан далее в п. 6 при рассмотрении способа построения цепей для моделирования дифференциальных уравнений.

Ввод в переключаемый функциональный преобразователь величин G и коэффициентов, характеризующих функцию $J(u)$, производится при помощи кодов N , поступающих из соответствующего запоминающего устройства.

3. Электрическая цепь с квазирезисторами (рис. 3) представляет собой многосвязный объект, в котором роль управляющих воздей-

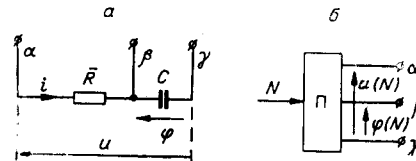


Рис. 2. Динамический квазирезистор (ДКР) и переключаемый преобразователь для обслуживания системы ДКР.

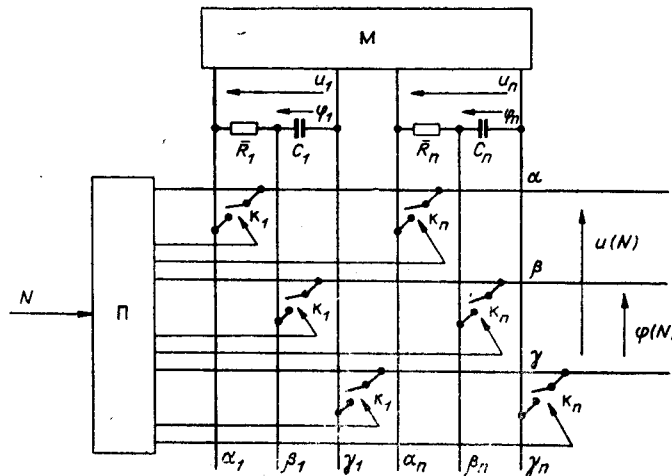


Рис. 3. Электрическая цепь с динамическими квазирезисторами.

вий играют напряжения $\varphi_1, \dots, \varphi_n$, а роль рассогласований ρ_1, \dots, ρ_n — разности между действительными и требуемыми величинами квазисопротивлений, т. е.

$$\rho_k = \frac{u_k}{i_k} - R_k \quad (k = 1, \dots, n), \quad (5)$$

где u_k, i_k — напряжение и ток на полюсах k -го квазирезистора. Более удобно, однако, понимать под рассогласованиями разности не сопротивлений, а соответствующих им напряжений вида

$$\epsilon_k = \rho_k i_k = u_k - R_k i_k = (1 - R_k \bar{G}_k) u_k + R_k \bar{G}_k \varphi_k \quad (k = 1, \dots, n) \quad (6)$$

или напряжений вида

$$\epsilon_k^* = \bar{R}_k G_k \epsilon_k = \bar{R}_k (G_k u_k - i_k) = (R_k G_k - 1) u_k + \varphi_k \quad (k = 1, \dots, n). \quad (7)$$

При регулировании напряжений φ_k таким образом, чтобы любые из указанных рассогласований приняли нулевые значения, будем получать требуемые величины квазисопротивлений.

Состояние цепи, при котором норма вектора невязок оказывается меньше некоторого наперед заданного числа, называется уравновешенным. Достижение такого состояния возможно при выполнении определенных условий (мы будем называть их условиями сходимости процесса ввода квазисопротивлений), зависящих как от способа уравновешивания, так и от характера и параметров многополюсников M и Π , а также от параметров \bar{R}_k и C динамических квазирезисторов. В связи с этим далее будут рассмотрены условия сходимости применительно к определенным электрическим цепям, имеющим значение в вычислительной и измерительной технике.

4. Рассмотрим, по-видимому, наиболее простой случай, когда в схеме рис. 3 многополюсник M представляет собой электрическую

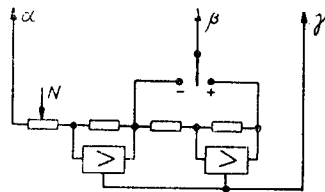


Рис. 4. Переключаемое кодоуправляемое масштабное звено.

цепь, состоящую из омических сопротивлений и источников тока и напряжения, а преобразователь Π является кодоуправляемым масштабным звеном, принципиальная схема которого показана на рис. 4. Полюс β присоединяется к точке «+» или «-» в зависимости от знака коэффициента передачи Θ для вводимого квазисопротивления. Будем считать далее, что путем переключения преобразователя Π необходимо получить на конденсаторах C такие напряжения $\varphi_1, \dots, \varphi_n$, чтобы средние за цикл отношения напряжений u_1, \dots, u_n к токам i_1, \dots, i_n равнялись заданным величинам R_1, \dots, R_n . Уравнения многополюсника M могут быть записаны в виде

$$i = -G_M u + \bar{i}, \quad (8)$$

где i — вектор токов; G_M — матрица собственных и взаимных проводимостей; u — вектор напряжений; \bar{i} — вектор i при условии, что $u=0$.

Для системы динамических квазирезисторов вектор токов определяется выражением

$$i = \bar{G}(u - \varphi), \quad (9)$$

где \bar{G} — диагональная матрица проводимостей $\bar{G}_1, \dots, \bar{G}_n$.

Для суждения о сходимости процесса ввода квазисопротивлений необходимо иметь уравнения связи невязок $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ с уравновешивающими величинами $\varphi_1, \dots, \varphi_n$. Эти уравнения получаются из (6) и имеют вид

$$\varepsilon = u - Ri = \varphi + (\bar{R} - R)i, \quad (10)$$

где R — диагональная матрица квазисопротивлений R_1, \dots, R_n ; $\bar{R} = \bar{G}^{-1}$. Из составленных уравнений можно исключить все переменные, кроме ε и φ . Пропедевывая это, получаем уравнение

$$P\varphi + \bar{\varepsilon} = \varepsilon, \quad (11)$$

в котором матрица P и вектор $\bar{\varepsilon}$ определяются выражениями:

$$P = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = (E + RG_M)(E + \bar{R}G_M)^{-1}; \quad (12)$$

$$\bar{\varepsilon} = (E - R\bar{G})(\bar{G} + G_M)^{-1}\bar{i}, \quad (13)$$

где E — единичная матрица. Из теории уравновешиваемых цепей известно, что матрица P позволяет судить о сходимости процесса при поочередном уравновешивании, если уравновешивающими являются идеальные источники напряжения или тока. В нашем случае роль таких источников играют конденсаторы C , поочередно заряжаемые до требуемых напряжений $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ при посредстве преобразователя Π , если обеспечена достаточно большая частота его переключения. Предполагая последнее, можем утверждать, что для сходимости процесса необходимо и достаточно, чтобы матрица P могла быть представлена в форме

$$P = D_1 W D_2, \quad (14)$$

где D_1 и D_2 — любые неособенные диагональные матрицы, а W — симметричная и положительно определенная матрица.

Для разбираемой цепи матрица P имеет вид (12). При ее преобразованиях следует учитывать, что матрица G_M всегда симметричная и положительно определенная, а матрицы $R = G^{-1}$ и $\bar{G} = \bar{R}^{-1}$ диагональные и неособенные.

Учитывая это, матрицу P легко представить в виде

$$\begin{aligned} P &= (E - R\bar{G}) [(G - \bar{G})^{-1} + (\bar{G} + G_M)^{-1}] \bar{G} = \\ &= R [(\bar{G} - G)^{-1} + (G + G_M)^{-1}]^{-1} (E - \bar{R}G)^{-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь, очевидно, матрицы

$$D_1 = E - R\bar{G}, \quad D_2 = \bar{G}, \quad D_3 = R, \quad D_4 = (E - \bar{R}G)^{-1} \quad (16)$$

диагональные, а матрицы

$$W_1 = (G - \bar{G})^{-1} + (\bar{G} + G_M)^{-1}, \quad W_2^{-1} = (\bar{G} - G)^{-1} + (G + G_M)^{-1} \quad (17)$$

симметричные. При $R < 0$ W_1 и W_2 необязательно являются положительно определенными и поэтому автоматический ввод в многополюсник M отрицательных сопротивлений ($R_1 < 0, \dots, R_n < 0$) не всегда возможен.

Что же касается ввода положительных сопротивлений ($R_1 > 0, \dots, R_n > 0$), то он всегда возможен, так как матрицы W_1 и W_2 будут положительно определенными соответственно при $0 < R < \bar{R}$ и при $\bar{R} < R$. Отсюда непосредственно уже видно, что автоматический ввод неотрицательных сопротивлений любой величины будет иметь место, если во всех квазирезисторах сопротивления $\bar{R}_1, \dots, \bar{R}_n$ взять нулевыми.

Приведенные выше результаты получены в предположении линейности вводимых квазисопротивлений. В случае ввода в многополюсник M нелинейных квазисопротивлений сходимость процесса уравнивания устанавливается при помощи уравнений вида

$$\varepsilon = \varepsilon(\varphi). \quad (18)$$

Для этого сначала вычисляется вектор φ_0 , при котором $\varepsilon = 0$, а затем находится якобиан

$$P = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi}. \quad (19)$$

Сходимость процесса вблизи уравновешенного состояния цепи будет иметь место, если матрица P будет иметь вид, аналогичный выражению (14), т. е.

$$P_0 = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right)_{\varphi = \varphi_0} = (D_1 W D_2)_{\varphi = \varphi_0}. \quad (20)$$

5. Рассмотрим теперь более сложную цепь, когда многополюсник M содержит, кроме омических сопротивлений и задающих источников тока и напряжения, еще пропорциональные электронные усилители для образования в некоторых узлах потенциально-нулевых точек.

Без ограничения общности можно предположить, что цепь в целом представляет собой $2n$ -полюсник, составленный из квазирезисторов так, что к одной половине полюсов присоединены входы, а ко второй — выходы усилителей. Поскольку распределение и характер задающих источников не оказывают влияния на сходимость процесса уравнивания, наличие их можно учесть эквивалентными источниками токов, присоединенными ко входам усилителей.

Сказанному соответствует схема $2n$ -полюсника, приведенная на рис. 5, где u_1, \dots, u_n и e_1, \dots, e_n — напряжения на выходах и входах усилителей с большими отрицательными коэффициентами усиления; i_1, \dots, i_n — токи задающих источников тока; C — конденсаторы, поочередно заряжаемые при помощи переключаемого кодоуправляемого масштабного звена до таких напряжений, чтобы эквивалентные сопротивления ветвей многополюсника имели желаемые величины.

Рис. 5. $2n$ -Полюсник с динамическими квазирезисторами и усилителями.

$\overset{v}{E}$ — матрица, равная

$$\overset{v}{E} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & \cdot & 1 & & & & & & \\ \hline & & & 1 & \cdot & 1 & & & \\ \hline & & & & & & & 1 & \cdot & 1 \\ \hline \end{array}; \quad (24)$$

\bar{B} — квадратная неособенная матрица, составленная из компонент матрицы \bar{G} и равная

$$\bar{B} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bar{G}_1 & \cdot & \bar{G}_n \\ \hline \bar{G}_{n+1} & \cdot & G_{2n} \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \bar{G}_{n(n-1)+1} & \cdot & G_{n^2} \\ \hline \end{array}. \quad (25)$$

Первая строка этой матрицы составлена из проводимостей $\bar{G}_1, \dots, \bar{G}_n$ ветвей, сходящихся к узлу e_1 , вторая — к узлу e_2 и т. д.

Полученное выражение (22) для матрицы P позволяет выяснить в каждом конкретном случае вопрос о сходимости автоматического ввода квазисопротивлений в электронные цепи рассмотренного вида, т. е. в цепи, состоящие из омических проводимостей, усилителей и задающих источников токов и напряжений. При этом следует заметить, однако, что при рассмотрении конкретных схем матрицу P бывает проще получить путем непосредственного составления уравнений цепи и уравнений невязок подобно тому, как это было сделано при выводе общего выражения (22).

В качестве примера получим матрицу для схемы алгебраического преобразователя, приведенной на рис. 6. Назначение преобразователя состоит в преобразовании вектора напряжений f в вектор напряжений x , согласно выражению

$$Ax = Sf, \quad (26)$$

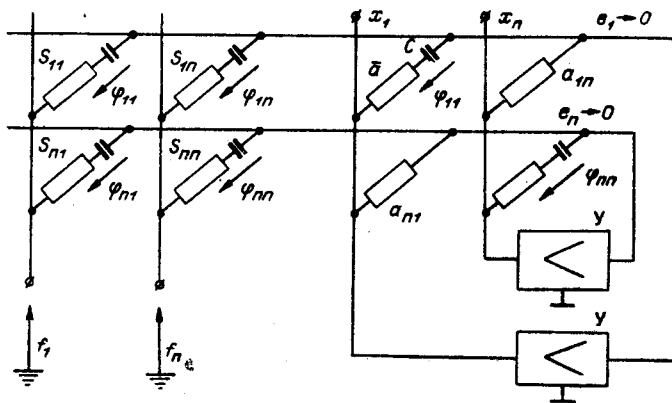


Рис. 6. Алгебраический преобразователь с динамическими квазирезисторами.

где A и S — матрицы проводимостей, причем матрица A неособенная, а матрица S может быть особенной и даже прямоугольной. В матрице S все компоненты реализуются посредством динамических квазирезисторов, а в матрице A — только компоненты, стоящие на главной диагонали. Все квазирезисторы обслуживаются одним переключаемым кодоуправляемым масштабным звеном (см. рис. 4).

Цепь (см. рис. 6) не будет самовозбуждаться, если выбрать проводимости \bar{a} так, чтобы $\bar{a} \gg a_{ij}$, где a_{ij} — проводимости, соответствующие побочным коэффициентам матрицы A . Предполагая это, можем считать, что напряжения e_1, \dots, e_n на входах усилителей имеют нулевые значения. Учитывая далее, что напряжения f_1, \dots, f_n являются задающими, легко устанавливаем, что ввод коэффициентов s_{ij} матрицы S будет происходить без нарушения устойчивости работы цепи как при положительных, так и при отрицательных значениях s_{ij} . Ввод же диагональных коэффициентов a_{ij} матрицы A из-за того, что напряжения x_1, \dots, x_n не являются задающими, оказывается возможным лишь при выполнении условий сходимости процесса подбора напряжений $\varphi_{11}, \dots, \varphi_{nn}$. Для того чтобы выяснить условия сходимости, получим матрицу P . Полагая $e_1 = \dots = e_n = 0$, составим уравнения:

$$i = \bar{a}(\varphi - x) = S\bar{f} - A\varphi + a\varphi; \quad (27)$$

$$e = x - a^{-1}i, \quad (28)$$

где a — диагональная матрица, составленная из компонент главной диагонали матрицы A , т. е.

$$a = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a_{11} & & \\ \hline & \cdot & \\ \hline & & a_{nn} \\ \hline \end{array} \quad (29)$$

Исключая из полученных уравнений векторы x и i , найдем уравнение вида (11), в котором

$$P = a^{-1}A + \frac{A - a}{a} \approx a^{-1}A, \quad (30)$$

так как по условию $\bar{a} \gg a_{ij}$. Сравнивая полученное выражение для матрицы P с выражением (11), видим, что для рассматриваемого алгебраического преобразователя матрица $W \approx A$, а это говорит о том, что процесс ввода коэффициентов a_{11}, \dots, a_{nn} при помощи динамических квазирезисторов будет сходиться, если матрицу A можно представить в виде (14).

6. Рассмотрим еще электронную цепь (рис. 7), состоящую из динамических квазирезисторов, емкостей C, C_0, C_1, \dots, C_n , переключаемого усилителя U и переключаемого кодоуправляемого функционального преобразователя Π (кружками указаны места расположения ключей; схема управления ключами на рис. 7 не приведена). Данная цепь может служить основой построения различных устройств для преобразования непрерывных напряжений x_0, x_1, \dots, x_n при ограничениях вида

$$\tau_k \frac{dx_k}{dt} + \sum_{l=0}^{l=n} a_{kl} \varepsilon_{kl}(x_0, x_1, \dots, x_n, t) = 0 \quad (k = 1, \dots, n). \quad (31)$$

Подробное рассмотрение процессов, протекающих в данной цепи при достаточно общих предположениях относительно функций $\varepsilon_{kl}(x_0, x_1, \dots, x_n, t)$, вряд ли возможно. Ниже мы ограничимся доказатель-

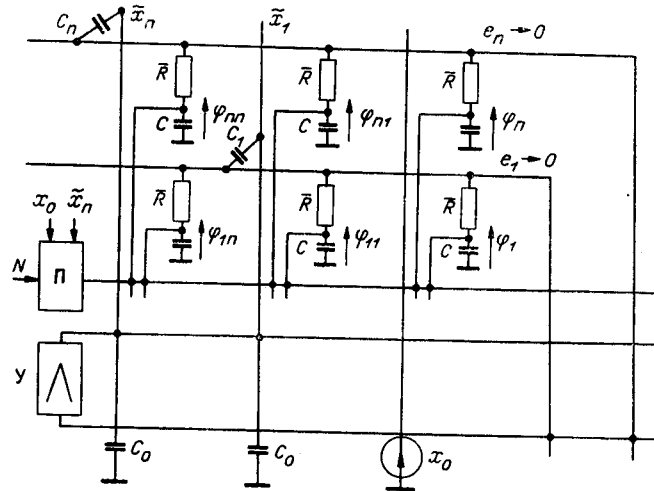


Рис. 7. Принципиальная схема универсальной в классе обыкновенных дифференциальных уравнений цепи с динамическими квазирезисторами.

ством принципиальной возможности работы цепи в случае, когда ограничения на переменные x_1, \dots, x_n имеют вид обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, т. е.

$$\tau_k \frac{dx_k}{dt} + \sum_{l=1}^{l=n} a_{kl} x_l = f_k(t) \quad (k = 1, \dots, n), \quad (32)$$

где a_{kl} — некоторые постоянные, а $f_k(t)$ — непрерывные и достаточно медленно изменяющиеся во времени функции. Точное решение системы уравнений (32), очевидно, имеет вид

$$x(t) = e^{-\tau^{-1} A t} x(0) + \int_0^t e^{-\tau^{-1} A (t-\eta)} \tau^{-1} f(\eta) d\eta. \quad (33)$$

Для выяснения возможности автоматического ввода коэффициентов a_{kl} и правых частей f_k при помощи динамических квазирезисторов составим уравнения, определяющие зависимость напряжений $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n$ от времени. При этом сделаем следующие допущения: 1) переключение усилителя Y обеспечивает благодаря запоминающим свойствам емкостей C_0, C_1, \dots, C_n близкие к нулевым значения напряжений e_1, \dots, e_n ; 2) емкости C и сопротивления \bar{R} динамических квазирезисторов выбраны такими, что за время одного цикла переключения пре-

образователя Π напряжения φ_k и φ_{kl} на емкостях C практически не изменяются.

При сделанных допущениях уравнения цепи, определяющие изменение вектора напряжений \tilde{x} внутри любого цикла переключения Π , могут приближенно быть записаны так:

$$\tilde{C} \frac{d \tilde{x}_{(s+1)}}{dt} + \frac{\Phi_{(s)}}{\bar{R}} = \frac{\varphi_{(s)}}{\bar{R}}, \quad (34)$$

где s — номер цикла; \tilde{C} — диагональная матрица интегрирующих емкостей C_1, \dots, C_n , равная

$$\tilde{C} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline C_1 & & \\ \hline & \cdot & \\ \hline & & C_n \\ \hline \end{array} \quad (35)$$

а Φ и φ — векторы, причем

$$\Phi = \begin{array}{|c|} \hline \varphi_{11} + \varphi_{12} + \dots + \varphi_{1n} \\ \hline \cdot \\ \hline \varphi_{n1} + \varphi_{n2} + \dots + \varphi_{nn} \\ \hline \end{array}; \quad \varphi = \begin{array}{|c|} \hline \varphi_1 \\ \hline \cdot \\ \hline \varphi_n \\ \hline \end{array} \quad (36)$$

Переключаемый преобразователь Π выполняем так, чтобы он обеспечивал следующие зависимости между компонентами векторов \tilde{x} , Φ и φ :

$$\varphi_{kl} = g_0 \bar{R} a_{kl} \tilde{x}_k; \quad \varphi_k = g_0 \bar{R} f_k \quad (k = 1, \dots, n), \quad (37)$$

где g_0 — некоторая масштабная проводимость. Подставляя эти выражения в (34), будем иметь

$$\frac{\tilde{C}}{g_0} \frac{d \tilde{x}_{(s+1)}}{dt} + A \tilde{x}_{(s)} = f_{(s)}. \quad (38)$$

Естественно выбрать \tilde{C} и g_0 так, чтобы отношение $\frac{\tilde{C}}{g_0}$ равнялось диагональной матрице τ , входящей в выражение (33). Делая это, получаем дифференциальное уравнение цепи

$$\tau \frac{d \tilde{x}_{(s+1)}}{dt} + A \tilde{x}_{(s)} = f_{(s)}, \quad (39)$$

приближенно определяющее изменение вектора \tilde{x} внутри каждого цикла.

Сравнение решений дифференциального уравнения (39) с точным решением уравнений (32) дает возможность определить накопленную за s циклов методическую погрешность

$$\delta = \tilde{x}_{(s+1)} - x. \quad (40)$$

Полагая $\tilde{x}_{(0)} = x(0)$, легко установить, что

$$\tilde{x}_{(s+1)} = (E - h\tau^{-1}A)^{s+1}x(0) + \sum_{k=0}^{k=s} (E - h\tau^{-1}A)^k h\tau^{-1}f_{(s-k)}. \quad (41)$$

При большом числе циклов $(s+1)h \approx t$ и поэтому

$$\tilde{x}_{(s+1)} = \left(E - \frac{\tau^{-1}At}{s+1}\right)^{s+1}x(0) + \sum_{k=0}^{k=s} \left(E - \frac{\tau^{-1}At}{s+1}\right)^k \tau^{-1}f_{(k-s)}h. \quad (42)$$

Подставляя это выражение в (40), просто определить накопленную за s циклов погрешность. Учитывая

$$\lim_{(s+1) \rightarrow \infty} \left(E - \frac{\tau^{-1}At}{s+1}\right)^{s+1} = e^{-\tau^{-1}At}, \quad (43)$$

видим, что погрешность δ стремится к нулевому значению при увеличении частоты переключения преобразователя П, так как при этом $\tilde{x}_{(s+1)} \rightarrow x_{(s+1)}$, определяемому зависимостью (33).

Поступила в редакцию
22 февраля 1967 г.