

И. И. ВЕРЗИН, Б. А. ФУРМАН
 (Харьков)

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ «ЧАСТОТА — НАПРЯЖЕНИЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА»

Расширение области применения частотных методов измерения, регулирования и управления приводит к необходимости построения высокоточных преобразователей частоты в напряжение.

В настоящей работе рассматриваются вопросы динамической точности прецизионного преобразователя «частота — напряжение постоянного тока», обеспечивающего статическую точность преобразования до 0.1% [1, 2].

Принцип действия преобразователя — выделение постоянной составляющей напряжения из последовательности прямоугольных импульсов, калиброванных по амплитуде и длительности, частота которых соответствует частоте входного сигнала.

Структурная схема преобразователя приведена на рис. 1. Формирователем выходного импульса служит транзисторный ключ, работающий в режиме переключения. Стабильность амплитуды перепада напряжений на выходе ключа достигается применением специального стабилизатора напряжения коллекторного питания и режима глубокого насыщения транзистора.

Калибровка длительности импульса производится генератором тактовой частоты, стабилизированным кварцем (КГ). Тактовая частота, по уровню значительно превышающая частоту входного сигнала, управляет работой ячейки синхронизации, состоящей из триггера памяти (ТП), триггера — формирователя (ТФ), потенциально-импульсной ячейки (И) и счетчика числа периодов тактовой частоты (С). Приход каждого импульса измеряемой частоты вызывает срабатывание триггера памяти, который открывает вентиль И для прохождения импульсов тактовой частоты на вход счетчика. Первый очередной импульс тактовой частоты запускает счетчик и опрокидывает триггер ТФ. После заполнения счетчика импульсами тактовой частоты вырабатывается импульс переполнения, возвращающий триггер ТФ и всю схему в исходное состояние. Соотношение между значениями тактовой и измеряемой частот, с одной стороны, и емкостью счетчи-

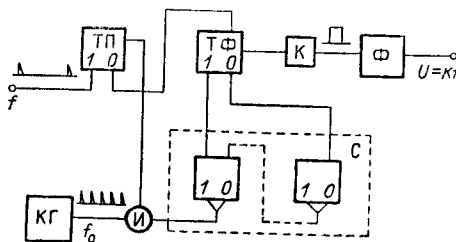


Рис. 1.

ка — с другой, определяется, как показано ниже, требованиями к динамической точности системы.

Управление состоянием ключа K производится с потенциального выхода триггера ТФ. Длительность существования высокого потенциала на выходе ключа, таким образом, определяется емкостью счетчика, выраженной в периодах частоты генератора, стабилизированного кварцем.

Все вышесказанное свидетельствует о том, что данная схема позволяет осуществить калибровку выходного импульса значительно точнее, чем в распространенных схемах различных измерителей частоты, где калибровка производится дифференцированием усиленного входного сигнала. Нестабильность последних определяется изменением параметров дифференцирующих цепей, а коэффициент преобразования оказывается значительно ниже ввиду малой скважности выходных импульсов остроугольной формы с экспоненциальным спадом заднего фронта.

Выделение постоянной составляющей напряжения на выходе ключа производится фильтром (Φ) среднего значения. Требования к частотной характеристике фильтра обусловлены спектральной характеристикой импульсного сигнала на выходе ключа и допустимым уровнем пульсаций на выходе преобразователя.

Уровень и частотный состав пульсаций выходного напряжения преобразователя являются важной его характеристикой для целого ряда применений, когда частота среза передаточной функции нагрузки выше возможной частоты пульсаций. Ниже приведен анализ спектрального состава выходного напряжения, связанного с особенностями цифроаналогового преобразования в описываемой схеме. Для определения переменной составляющей выходного сигнала преобразователя необходимо прежде всего провести гармонический анализ импульсной последовательности, имеющей место на выходе ключа K . Специфика работы ячейки синхронизации приводит к тому, что в спектре функции импульсной последовательности на выходе ключа кроме основной частоты, равной измеряемой, и ее высших гармоник содержится составляющая низкочастотных биений.

Между импульсами входной и тактовой частот отсутствует какая-либо фазовая связь, и поэтому существует принципиальная возможность совпадения во времени некоторой части импульсов измеряемой частоты и импульсов тактовой частоты. Периодичность этих совпадений определяется соотношением частот.

В момент времени совпадения двух импульсов клапан не успевает открываться в достаточной мере для пропуска импульса тактовой частоты, соответствующего этому моменту времени. В этом случае ячейка синхронизации запускается на следующем такте, т. е. с задержкой на один период тактовой частоты (t_0). Диаграмма напряжений на выходе схемы формирования длительности импульса при этом имеет вид, показанный на рис. 2, а. Как следует из диаграммы, $T_1 - T_2 = 2t_0$, где t_0 — период тактовой частоты. Появление мгновенного фазового сдвига в

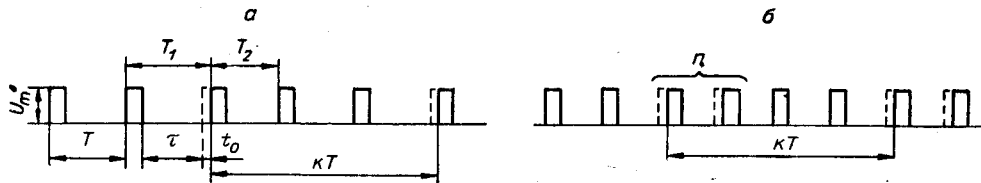


Рис. 2.

последовательности импульсов, поступающих на вход интегрирующего звена, не отразится на среднем значении постоянной составляющей выходного напряжения, т. е. не повлияет на статическую точность преобразователя. Однако наличие этого сдвига приводит к появлению низкочастотной составляющей биений в частотном спектре последовательности прямоугольных импульсов на выходе ключа

$$f_6 = f - \frac{f_0}{K_{\max}}, \quad (1)$$

где f — измеряемая частота; f_0 — тактовая частота; K_{\max} — максимальный целый коэффициент кратности измеряемой и тактовой частот.

Практически в реальной схеме диаграмма напряжений на выходе ключа имеет вид, показанный на рис. 2, б. В связи с конечным временем длительности переходных процессов, связанных с переключением вентиля И ячейки синхронизации преобразователя и с управлением его по импульсному входу, неравномерность последовательности импульсов, описанная выше, носит не одиночный, а групповой характер. Задержка в срабатывании ячейки синхронизации на один такт имеет место не на одном импульсе измеряемой частоты, а на целой серии импульсов до тех пор, пока временной разрыв в следовании входных и соответствующих тактовых импульсов не превысит времени переходного процесса.

Если период измеряемой частоты выразить как $T = mt_0 + \Delta T$, где m — целое число, то количество задержанных импульсов в серии составит

$$n = \frac{t_{\text{пер}}}{t_0 - \Delta T}, \quad (2)$$

где $t_{\text{пер}}$ — длительность переходного процесса переключения вентиля, в течение которой не происходит генерации импульса, способного вызвать срабатывание всей схемы. Тогда коэффициент низкочастотной гармоники определяется следующим образом:

$$k = \frac{t_0}{t_0 - \Delta T}; \quad (3)$$

при $m = \frac{T}{t_0}$ $k=1$, т. е. при кратных частотах неравномерность отсутствует.

Для анализа динамической точности рассматриваемого преобразователя необходимо определить низкочастотные гармонические составляющие функции напряжения на выходе ключа (см. рис. 2, б). Ограничимся нахождением амплитуды наиболее низкочастотной составляющей, частота которой определяется как $\frac{\omega}{k}$. Последнее сводится к отысканию амплитуды первой гармоники разложения в ряд Фурье функции $u(t)$ с периодичностью kT .

Для решения поставленной задачи в общем виде предлагается представить разложение функции $u(t)$ как сумму разложений ряда функций, период которых определяется периодом неравномерности (kT), а сдвиг во времени — определенными фазовыми сдвигами между импульсами в последовательности. При этом фактор неравномерности проявляется в величине дополнительного фазового сдвига.

Применение специального метода связано со сложностью вычислений в общем виде (для k -й кратности) коэффициентов ряда Фурье

обычным способом путем интегрирования в интервале kT для функции $u(t)$.

Определим амплитуду низкочастотной составляющей для импульсной последовательности, иллюстрируемой рис. 1, а. Последовательность содержит периодически повторяющийся фазовый сдвиг одного импульса относительно двух соседних. Рассмотрим исследуемую функцию с нарушаемой периодичностью для случая, когда фазовый сдвиг возникает на каждом третьем импульсе частоты ω . Разложение в ряд Фурье для суммарной функции

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) \quad (4)$$

может быть выполнено как сумма разложений четных функций:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= U_m \frac{\tau}{3T} + U_m \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{3T} \cos \frac{\omega t}{3} + \dots \\ u_2(t) &= U_m \frac{\tau}{3T} + U_m \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{3T} \cos \left(\frac{\omega t}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \\ u_3(t) &= U_m \frac{\tau}{3T} + U_m \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{3T} \cos \left(\frac{\omega t}{3} - \frac{\omega t_0}{3} - \frac{4\pi}{3} \right) + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Составляющая низшей гармоники суммарной функции определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} u^{31}(t) &= \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{3T} \left[\cos \frac{\omega t}{3} + \cos \left(\frac{\omega t}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ &+ \left. \cos \left(\frac{\omega t}{3} - \frac{\omega t_0}{3} + \frac{4\pi}{3} \right) \right] = \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{3T} \left\{ \left[\sin \frac{2\pi}{3} + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \sin \left(\frac{4\pi}{3} + \frac{2\pi t_0}{3T} \right) \right] \sin \frac{\omega t}{3} + \left[1 + \cos \frac{2\pi}{3} + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \cos \left(\frac{4\pi}{3} + \frac{2\pi t_0}{3T} \right) \right] \cos \frac{\omega t}{3} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогично можно получить выражения для низших гармоник в случае фазового сдвига на каждом втором, четвертом и т. д. импульсе в последовательности:

$$\begin{aligned} u^{21}(t) &= \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{2T} \left\{ \sin \left(\pi + \frac{\pi}{T} t_0 \right) \sin \frac{\omega t}{2} + \right. \\ &+ \left. \left[1 + \cos \left(\pi + \frac{\pi}{T} t_0 \right) \right] \cos \frac{\omega t}{2} \right\}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u^{41}(t) &= \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{4T} \left\{ \left[\sin \frac{\pi}{2} + \sin \pi + \sin \left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi t_0}{2T} \right) \right] \times \right. \\ &\times \left. \sin \frac{\omega t}{4} + \left[1 + \cos \frac{\pi}{2} + \cos \pi + \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi t_0}{2T} \right) \right] \cos \frac{\omega t}{4} \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из рассмотрения (6)—(8) можно получить общее выражение для низшей гармоники k -й кратности

$$u^{k1}(t) = a \cos \frac{\omega}{k} t + b \sin \frac{\omega}{k} t, \quad (9)$$

где

$$a = \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{kT} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{k} + \cos \frac{4\pi}{k} + \dots + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \frac{2\pi}{k} (k-2) + \cos \frac{2\pi}{k} \left(k-1 + \frac{t_0}{T} \right) \Big]; \\
b = & \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{kT} \left[\sin \frac{2\pi}{k} + \sin \frac{4\pi}{k} + \dots + \right. \\
& \left. + \sin \frac{2\pi}{k} (k-2) + \sin \frac{2\pi}{k} \left(k-1 + \frac{t_0}{T} \right) \right].
\end{aligned}$$

Выражения для коэффициентов a и b можно существенно упростить для четных значений k :

$$\begin{aligned}
a = & \left[-\cos \frac{2\pi}{k} + \cos \frac{2\pi}{k} \left(\frac{t_0}{T} - 1 \right) \right] \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{kT}; \\
b = & \left[\sin \frac{2\pi}{k} + \sin \frac{2\pi}{k} \left(\frac{t_0}{T} - 1 \right) \right] \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{kT}. \quad (10)
\end{aligned}$$

С учетом того, что амплитуда первой гармоники низкочастотной составляющей может быть определена как

$$U_m^{k-1} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (11)$$

и после ряда преобразований для четных значений k получим

$$U_m^{k1} = \frac{4}{\pi} U_m \sin \frac{\pi\tau}{kT} \sin \frac{\pi t_0}{kT}. \quad (12)$$

Полученное выражение позволяет определить амплитуду первой гармоники низкочастотных колебаний, вызванных периодическим нарушением равномерности импульсной последовательности на каждом k -м импульсе. Ограничение, накладываемое выбором только четных значений k , практически несущественно. Количественный анализ для нечетных значений k показывает, что погрешность расчетов по формуле (12) для $k=5$ при $\frac{t_0}{T} > 0,1$ не превышает 5% и уменьшается с ростом значений k . Таким образом, выражение (12) справедливо, практически как для четных, так и для нечетных значений k .

При наличии периодически повторяющейся неравномерности с числом задержанных импульсов в группе $n > 1$ применим метод анализа амплитуды низших гармоник, аналогичный предыдущему. Так, для изображенной на рис. 1, б последовательности при $k=4$ и $n=2$ суммарную функцию можно представить как суперпозицию следующих функций:

$$\begin{aligned}
u_1(t) &= U_m \frac{\tau}{4T} + U_m \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{4T} \cos \frac{\omega t}{4} + \dots \\
u_2(t) &= U_m \frac{\tau}{4T} + U_m \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{4T} \cos \left(\frac{\omega t}{4T} - \frac{\pi}{2} \right) + \dots \\
u_3(t) &= U_m \frac{\tau}{4T} + U_m \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{4T} \cos \left(\frac{\omega t}{4} - \pi - \frac{\omega t_0}{4} \right) + \dots \\
u_4(t) &= U_m \frac{\tau}{4T} + U_m \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{4T} \cos \left(\frac{\omega t}{4} - \frac{3}{2} \pi - \frac{\omega t_0}{4} \right) + \dots
\end{aligned} \quad (13)$$

Соответствующую разложениям (13) амплитуду низшей гармоники с частотой появления групповой неравномерности в общем виде можно записать так:

$$\begin{aligned}
U_{nm}^{k1} = & \frac{2}{\pi} U_m \sin \frac{\pi \tau}{k T} \left\{ \left[\sin \frac{2\pi}{k} + \sin \frac{4\pi}{k} + \dots + \sin \frac{2\pi}{k} (k-n-1) + \right. \right. \\
& + \sin \frac{2\pi}{k} \left(k-n - \frac{t_0}{T} \right) + \dots + \sin \frac{2\pi}{k} \left(k-1 - \frac{t_0}{T} \right) \left. \right]^2 + \\
& + \left[1 + \cos \frac{2\pi}{k} + \cos \frac{4\pi}{k} + \dots + \cos \frac{2\pi}{k} (k-n-1) + \right. \\
& \left. + \cos \frac{2\pi}{k} \left(k-n - \frac{t_0}{T} \right) + \dots + \cos \frac{2\pi}{k} \left(k-1 - \frac{t_0}{T} \right) \right]^2 \left. \right\}^{1/2}. \quad (14)
\end{aligned}$$

После ряда преобразований для четных значений k получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned}
U_{nm}^{k1} = & \frac{4}{\pi} U_m \sin \frac{\pi \tau}{k T} \sin \frac{\pi t_0}{k T} \times \\
& \times \sqrt{n + 2 \cos \frac{2\pi}{k} (n-1) + 4 \cos \frac{2\pi}{k} (n-2) + \dots + 2n \cos \frac{2\pi}{k}}. \quad (15)
\end{aligned}$$

Как следует из вышесказанного, практически приведенное соотношение распространяется и на биения, определенные для нечетных значений k . Количественный анализ выражения (15) показывает, что уже при $\frac{k}{n} \geq 6$ с погрешностью, не превышающей 4%, это выражение можно существенно упростить, заменив сумму членов, стоящих под корнем, пределом этой суммы для $\frac{k}{n} \rightarrow \infty$. При этом

$$U_{nm}^{k1} \simeq \frac{4n}{\pi} U_m \sin \frac{\pi \tau}{k T} \sin \frac{\pi t_0}{k T}. \quad (16)$$

Полученное соотношение позволяет в простой форме произвести количественный и качественный анализ зависимости низкочастотных составляющих спектра периодической импульсной последовательности как от параметров импульсного сигнала, так и от закона следования импульсов. Соотношение (16) в применении к описываемому преобразователю может быть существенно упрощено. Число импульсов в группе n связано с кратностью биений k следующим образом:

$$n = k \frac{t_{\text{неп}}}{t_0}. \quad (17)$$

Тогда

$$U_{nm}^{k1} = \frac{4kt_{\text{неп}}}{\pi t_0} U_m \sin \frac{\pi \tau}{k T} \sin \frac{\pi t_0}{k T}. \quad (18)$$

Практически уже для $k \geq 6$ в приведенном выражении синусы можно заменить их аргументами, т. е.

$$U_{nm}^{k1} = \frac{\tau}{T} U_m \frac{4\pi t_{\text{неп}}}{k T}. \quad (19)$$

Определим коэффициент пульсаций как

$$k_{p_k} = \frac{U_{nm}^{k1}}{U_0}.$$

где $U_0 = \frac{\tau}{T} U_m$ — постоянная составляющая выходного напряжения.

Из (19) получим

$$k_{pk} = 2t_{\text{пер}} \omega_k. \quad (20)$$

Полученный результат говорит о том, что коэффициент пульсации для k -й низкочастотной гармоники биений определяется только быстрым действием ячейки синхронизации преобразователя и пропорционален частоте рассматриваемой гармоники. При этом имеет лишь ширину полосы частот, ограниченную $k = k_0$, многократными кратными, а точнее, вероятность возникновения неравномерности k -й кратности.

Так, для тактовой частоты 100 кГц низкочастотная гармоника 10 Гц образуется при измеряемых частотах 99,99 и 999,9 Гц; для тактовой частоты 10 кГц та же гармоника образуется при частотах 99,9 и 999 Гц. Таким образом, при измерении в том или ином частотном диапазоне вероятность возникновения низкочастотных биений с заданной частотой ω снижается обратно пропорционально значению тактовой частоты.

При использовании описываемого преобразователя в непрерывном спектре измеряемых частот последнее практически несущественно. Анализ выражения (20) позволяет сделать следующий важный вывод с точки зрения схемы преобразователя: выбор тактовой частоты и емкости счетчика ячейки синхронизации определяется лишь максимальным использованием периода измеряемой частоты, так чтобы

$$\tau = (C - 1) t_0 \rightarrow \frac{2\pi}{\omega_{\text{max}}} \quad (22)$$

(здесь C — емкость счетчика). Коэффициент усиления преобразователя возрастает в 1,75 раза при увеличении общего числа триггеров в ячейке синхронизации с 2 до 5.

Существенное влияние на амплитуду биений оказывает быстрое действие схемы, что приводит к необходимости применения высокочастотных элементов в качестве триггера ТП и вентиля. И при повышенных требованиях к уровню колебательности на выходе преобразователя. При использовании логических элементов на низкочастотных транзисторах типа МП42 полное время переключения схемы $t_{\text{пер}} = (6 \div 10)$ мксек и коэффициент пульсаций для частоты биений 10 Гц по формуле (20) составляет около 0,001.

Рассмотрим условия работы интегрирующего звена на выходе преобразователя, в задачу которого входит подавление всех гармонических составляющих выходного напряжения и выделение постоянной составляющей, пропорциональной измеряемой частоте. На вход фильтра интегрирующего звена поступают как основные гармоники сигнала измеряемых частот, так и гармоники низкочастотных биений, анализ которых приведен выше. Определим максимальный уровень измеряемой частоты, при котором амплитуда низкочастотной гармоники ω_k этой частоты

$$U_m^{k1} = U_m \frac{1}{\pi} t_{\text{пер}} \omega_k \tau \omega_{\text{max}} \quad (23)$$

может быть равна амплитуде основной гармоники для случая, когда измеряемая частота равна ω_k :

$$U_{mk} = U_m \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi \tau}{k T}. \quad (24)$$

Из сравнения амплитуд гармоник получаем

$$\omega_{\max} = \frac{2 \sin \frac{\omega_k \tau}{2}}{\omega_k \tau t_{\text{пер}}}. \quad (25)$$

С точки зрения фильтрации необходимо сравнение для малых значений ω_k . При этом

$$f_{\max} \approx \frac{1}{2\pi t_{\text{пер}}}. \quad (26)$$

Таким образом, во всем диапазоне измеряемых частот, вплоть до предельных (по быстродействию схемы), амплитуды низкочастотных биений не превосходят амплитуд основных гармоник соответствующих измеряемых частот.

Последнее позволяет сделать вывод о том, что наличие специфических биений на выходе преобразователя не накладывает никаких специальных условий на расчет фильтра. Расчет фильтра производится по заданному коэффициенту пульсаций на выходе для нижней границы измеряемых частот. Коэффициент пульсаций для биений, частоты которых лежат ниже частоты среза фильтра, определяется по формуле (20) и уменьшается пропорционально частоте.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. P. Derrick, W. H. Watson. The T-100 Regulating System.— Westinghouse Engr., 1963, v. 23, № 1.
2. Б. А. Фурман. Прецизионный преобразователь частоты в напряжение постоянного тока.— Автоматизация производственных процессов и автоматизация управления производством. Доклады конференции НТО Приборпром. Харьков, 1966.

*Поступила в редакцию
16 июня 1967 г.,
окончательный вариант —
13 ноября 1967 г.*