

между количеством информации и затрачиваемой энергией. Величина дроби $\frac{R_i}{R_{вх}}$ может быть как угодно близка к нулю. Для получения значения энергетической платы, равного «порогу» Л. Бриллюэна ($0,28 \cdot 10^{-20}$ Дж за один бит при комнатной температуре), достаточно иметь $R_{вх} = 8,7 R_i$, чего нетрудно достичь. Несколько слов о втором пути. Для его реализации следует данную энергию расходовать частями на несколько измерений, между которыми должны быть достаточно продолжительные паузы, позволяющие уменьшить корреляцию между соседними отсчетами. При этом за один отсчет получается в среднем небольшое количество информации, но за ту же энергетическую цену можно получить большее количество информации, чем при одном измерении. Отметим, что такая возможность достаточно формальна, так как получаемое таким образом количество информации характеризует ИВ в разные моменты времени. Физическая интерпретация этого пути может представлять самостоятельный интерес.

В данной работе рассматривался простейший случай измерения с помощью аналогового преобразователя, имеющего единственную погрешность за счет тепловых шумов на входе. Однако полученные для данной модели результаты могут быть полезны и для более общего случая, так как его можно тем или иным образом свести к рассмотренной здесь модели. Полученные результаты могут представлять интерес при рассмотрении цифровых измерительных приборов, которые имеют дополнительную специфическую погрешность квантования. Минимальная энергетическая цена, вычисляемая по формуле (5), представляет собой нижнюю оценку энергетических затрат при измерении цифровыми измерительными приборами (в частности, вольтметрами).

В заключение хочу поблагодарить проф. М. П. Цапенко за постановку данной работы и за ценные советы в процессе ее выполнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Бриллюэн. Наука и теория информации. М., Физматгиз, 1960.
2. П. В. Новицкий. О тесной и принципиальной связи точности, чувствительности, потребления и быстродействия измерительных устройств.—Измерительная техника, 1964, № 1.
3. И. Т. Турбович. Метод близких систем. М., Изд-во АН СССР, 1961.
4. П. В. Новицкий. Понятие энтропийного значения погрешности.—Измерительная техника, 1966, № 7.
5. К. Шеннон. Работы по теории информации и кибернетике. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
6. И. М. Айнбиндер. Вопросы теории и расчета УКВ каскадов радиовещательного приемника. М., Госэнергоиздат, 1958.
7. А. А. Харкевич. Борьба с помехами. М., Физматгиз, 1963.

Поступила в редакцию
11 апреля 1968 г.

УДК 681.142.82+681.142.34

С. С. ПОПОВ
(Ленинград)

КОРРЕЛЯТОРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВОЙСТВ ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ

Определение взаимно корреляционной функции процессов $x(t)$ и $y(t)$ требует вычисления выражения

$$K(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t - \tau) dt \quad (1)$$

при различных значениях параметра τ .

Вопросы, связанные с типом процессов, к которым применим такой способ вычисления корреляционной функции, с выбором конечного времени интегрирования T , преимуществами и недостатками параллельного и последовательного метода определения $K(\tau)$, достаточно подробно освещены в [1].

В настоящей работе рассматривается аналоговый коррелятор параллельного действия с использованием импульсной модуляции одного из входных процессов $x(t)$ или $y(t-\tau)$. Пусть модуляции подвергается процесс $x(t)$. Тогда он преобразуется в импульсную последовательность $x_1(t)$, состоящую из разнополярных в соответствии со знаком $x(t)$ импульсов одинаковой амплитуды. В этом случае операция умножения заменяется модуляцией амплитуды импульсной последовательности по закону $y(t-\tau)$, а сложные множительные устройства — простыми ключевыми схемами.

Существует ряд преобразований, при которых близки интегралы:

$$K(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t-\tau) dt;$$

$$K_1(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x_1(t) y(t-\tau) dt. \quad (2)$$

Ими могут быть время-импульсная, частотно-импульсная и модифицированная δ -модуляция. Исследуем более подробно время-импульсную модуляцию, чтобы оценить близость выражений (2). При время-импульсной модуляции значения функции через равные промежутки времени Δt , называемые интервалами квантования, преобразуются в прямоугольные импульсы постоянной амплитуды, длительности, пропорциональной величине $x(t)$, и знака, соответствующего знаку $x(t)$. Импульсы образуются в начале интервала и оканчиваются при сравнении процесса $x(t)$ с линейно изменяющейся функцией $a_i(t-t_i)$. Здесь t_i — начало интервала Δt_i . Постоянная a выбирается такой, чтобы при всех значениях $x(t)$ длительность импульса не превышала Δt . Знак постоянной a_i соответствует знаку $x(t)$ на интервале Δt_i . Пусть время интегрирования кратно Δt , т. е. $T=N\Delta t$. Для удобства выкладок обозначим $y(t-\tau)=z(t)$. Амплитуду импульсов в последовательности считаем равной единице. Тогда

$$K_1(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x_1(t) z(t) dt = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} \text{sign}[x(n\Delta t)] \int_{\Delta t_n}^{\Delta t_n + \theta_n} z(t) dt. \quad (3)$$

Здесь θ_n — длительность импульса в интервале $\Delta t_n = [\Delta t_n, \Delta t_{(n+1)}]$. Представим $x(t)$ на Δt_n в виде $x(t)=x(n\Delta t) + x'(\xi_{1n})(t-n\Delta t)$, где ξ_{1n} — точка из интервала Δt_n — изменяется в зависимости от t . θ_n найдем из соотношения

$$\theta_n = \frac{x(n\Delta t)}{a_n - x'(\xi_n)},$$

где ξ_n — некоторая фиксированная точка из того же интервала. Рассмотрим интеграл

$$I = \int_{\Delta t_n}^{\Delta t_n + \theta_n} z(t) dt. \quad (4)$$

На интервале Δt_n функцию $z(t)$ запишем как

$$z(t) = z(n\Delta t) + z'(\eta_{1n})(t-n\Delta t), \quad (5)$$

где η_{1n} — точка из указанного интервала. С учетом (5) перепишем (4) следующим образом:

$$I = \int_{\Delta t_n}^{\Delta t_n + \theta_n} z(n\Delta t) dt + \int_{\Delta t_n}^{\Delta t_n + \theta_n} z'(\eta_{1n})(t-n\Delta t) dt =$$

$$= z(n\Delta t)\theta_n + z'(\eta_n) \frac{\theta_n^2}{2}.$$

При вычислении второго интеграла применена обобщенная теорема о среднем [2]. В по-

лученном выражении η_n — фиксированная точка на интервале Δt_n . Перепишем корреляционный интеграл (3), используя выражение для θ_n :

$$K_1(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{z(n \Delta t) x(n \Delta t)}{|a_n|} + \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{z(n \Delta t) x(n \Delta t) x'(\xi_n)}{|a_n| [a_n - x'(\xi_n)]} + \\ + \frac{1}{2T} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\text{sign}[x(n \Delta t)] z'(\eta_n) x^2(n \Delta t)}{[a_n - x'(\xi_n)]^2}.$$

Первая сумма есть формула прямоугольников [2] приближенного вычисления интеграла:

$$\frac{1}{T a \Delta t} \int_0^T x(t) z(t) dt.$$

Поэтому

$$K_1(\tau) = \frac{1}{T a \Delta t} \left[\int_0^T x(t) z(t) dt - R \right] + \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{z(n \Delta t) x(n \Delta t) x'(\xi_n)}{a [a_n - x'(\xi_n)]} + \\ + \frac{1}{2T} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\text{sign}[x(n \Delta t)] z'(\eta_n) x^2(n \Delta t)}{[a_n - x'(\xi_n)]^2}.$$

Здесь

$$R = \frac{T^3}{24 N^2} f''(\xi); \quad a = |a_n|; \quad f(t) = x(t) z(t)$$

— дополнительный член формулы прямоугольников [2], который при $N \rightarrow \infty$ или, что тоже при стремлении интервала квантования Δt к нулю, стремится к нулю, как $\frac{4}{N^2}$.

Для оценки оставшихся членов воспользуемся неравенством Коши — Буняковского:

$$\left| \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{z(n \Delta t) x(n \Delta t) x'(\xi_n)}{a [a_n - x'(\xi_n)]} \right| \leq \frac{1}{a T} \sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} z^2(n \Delta t) x^2(n \Delta t)} \times \\ \times \sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{x'(\xi_n)}{a_n - x'(\xi_n)} \right]^2} \leq \frac{1}{a a_1} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} z^2(n \Delta t) x^2(n \Delta t)} \times \\ \times \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} [x'(\xi_n)]^2}.$$

Здесь

$$a_1 = \inf_{\xi_n \in [0, T]} \{ |a_n - x'(\xi_n)| \};$$

$$\left| \frac{1}{2T} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\text{sign}[x(n \Delta t)] z'(\eta_n) x^2(n \Delta t)}{[a_n - x'(\xi_n)]^2} \right| \leq \\ \leq \frac{\Delta t^2}{2 \sqrt{T}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} [z'(\eta_n)]^2}.$$

Суммы под корнями ограничены для исследуемых процессов, а потому выбором величин a и Δt выражения (2) могут быть сделаны как угодно близкими.

Функциональная схема устройства для определения величин $K(\tau)$ при фиксированном τ с применением время-импульсного преобразования приведена на рис. 1. Часть устройства, выделенная на рис. 1 штриховой линией, представляет собой стандартную схему генератора треугольных напряжений. Импульсной последовательностью $x_1(t)$ является сумма напряжений с выходов 1-го и 2-го пороговых устройств. На входе первого порогового устройства действуют напряжения $x(t)$ и треугольное напряжение, а на входе второго — только треугольное. Графики напряжений в различных точках схемы приведены на рис. 2. Особенностью данной схемы коррелятора является возможность замены операции умножения операцией амплитудной модуляции импульсной последовательности, полученной преобразованием одного из сомножителей по закону второго сомножителя.

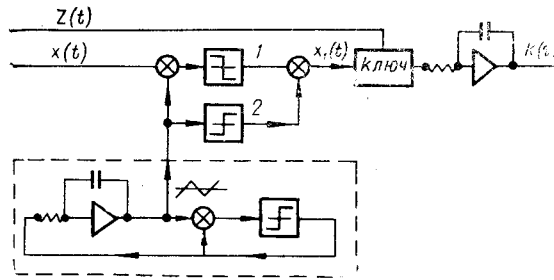


Рис. 1.

В работе [3] также показана возможность подобной замены.

На основе общей теории квантования в [3] получен алгоритм определения $K(\tau)$, при котором квантуется один из входных процессов, а второй остается в аналоговой форме. Схемно наиболее проста так называемая вторая аналоговая форма Стильтесова коррелятора. В этом устройстве результат квантования с постоянным шагом одного из сомножителей дифференцируется и подается на схему амплитудного модулятора, на управляющий вход которого поступает напряжение, равное интегралу от второго сомножителя. Интегрирование напряжения с выхода модулятора на интервале времени $[0, T]$ дает величину, пропорциональную $K(\tau)$. Схема позволяет увеличивать точность определения $K(\tau)$ с уменьшением шага квантования, т. е. с увеличением числа уровней квантования. В [3] показано, что корреляционная обработка случайных процессов производится достаточно точно даже при грубом квантовании (на 3 уровня). Однако в задачах определения $K(\tau)$ импульсных сигналов сложной формы для получения удовлетворительных результатов приходится применять более тонкое квантование (до 10—15 уровней). Для решения этих задач целесообразно применять предлагаемое в настоящей работе корреляционное устройство.

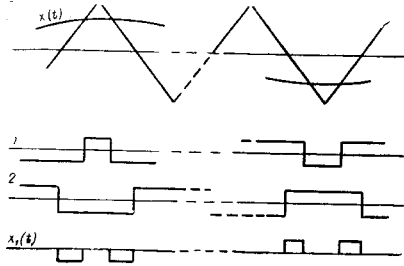


Рис. 2.

Действительно, по количеству оборудования коррелятор с применением время-импульсной модуляции эквивалентен второй аналоговой форме Стильтесова коррелятора с 4-уровневым квантованием. А поэтому всегда, когда необходима высокая точность и соответственно тонкое квантование при вычислении $K(\tau)$ по Стильтесову алгоритму, коррелятор с время-импульсной модуляцией требует меньшего оборудования. Интересно отметить, что в сравниваемые схемы входят одни и те же элементы: интегратор и пороговые устройства.

К достоинству описанной схемы следует отнести возможность применения цифровых линий задержки в задачах определения взаимно корреляционных и автокорреляционных функций.

Методы замены операции умножения амплитудной модуляцией успешно применяются и при определении автокорреляционных функций случайных процессов по методике Лампарда [4].

Таким образом, предложенная схема коррелятора с использованием свойств импульсной модуляции выгодно отличается от сходного по способу выполнения операции умножения Стильтесова коррелятора и допускает различные модификации в зависимости от способа получения задержки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. С. Синицын. Автоматические корреляторы и их применения. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
2. Г. М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. II. М., «Наука», 1966.

3. D. S. W a t t s. A General Theory of Amplitude Quantisation with Applications to Correlation Determination.— Proc. IEE, 1962, pt. C, v. 109, № 15.
 4. D. C. L a m p a r d. A New Method of Determining Correlation Functions of Stationary Time Series.— Proc. IEE, 1955, pt. C, v. 102.

Поступило в редакцию
 23 февраля 1967 г.,
 окончательный вариант —
 21 июня 1967 г.

УДК 621.317.772.5

Е. А. ОБИДЕНКО
 (Москва)

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОЦЕНКИ ФУНКЦИИ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ В ИМПУЛЬСНЫХ ПОТОКАХ

Существует множество случайных процессов, характеризующихся лишь моментами появления какого-либо события. Примером могут служить рассматриваемые теорией массового обслуживания потоки однородных событий, потоки ошибок при передаче сообщений, импульсные помехи в системах связи, импульсная активность нервных клеток и многое другое. Статистическая обработка таких потоков предусматривает, в частности, и корреляционный анализ, позволяющий выявлять скрытые периодичности. Непосредственные вычисления функций автокорреляции случайных импульсных потоков по записям их реализаций достаточно трудоемки. В связи с этим несомненный интерес представляет аппаратная оценка функций автокорреляции. Известно большое количество разного рода коррелографов, но, к сожалению, лишь немногие исследователи имеют возможность пользоваться приборами, пригодными для анализа импульсных потоков. Между тем существует относительно простая возможность оценки функции автокорреляции импульсных потоков с помощью достаточно широко распространенных анализаторов временных интервалов и амплитудных анализаторов (с преобразованием время — амплитуда). Рассмотрим эту возможность.

В общем случае поток случайных по моментам появления событий можно представить в виде

$$f(t) = \delta(t - t_k), \quad (1)$$

где t — текущее время; t_k — момент появления k -то события; $k=0, 1, 2, 3, \dots$, причем

$$\delta(t - t_k) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \neq t_k; \\ 1 & \text{при } t = t_k. \end{cases}$$

Функция автокорреляции потока (для эргодических потоков) выражается уравнением

$$K(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \delta(t - t_k) \delta(t - t_k - \tau) dt, \quad (2)$$

причем

$$\delta(t - t_k) \delta(t - t_k - \tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau \neq t_{k+i} - t_k; \\ 1 & \text{при } \tau = t_{k+i} - t_k, \end{cases}$$

где $i=0, 1, 2, 3, \dots$. Фиксируя i , получаем

$$K(\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \delta(t - t_k) \delta(t - t_{k+i}) dt. \quad (3)$$

Легко видеть, что выражение под знаком суммы представляет собой плотность распределения длительности промежутка времени между k -м и $(k+i)$ -м импульсами,