

Е. Ю. НЕБОЛЮБОВ
(Фрунзе)

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРЯМЫХ МЕТОДОВ
ДЛЯ РАСЧЕТА МОСТОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ
С ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫМИ ПЛЕЧАМИ***

Измерительные цепи автоматических мостов переменного тока с индуктивно связанными плечами отличаются значительной сложностью, что часто затрудняет их расчет и исследование, в особенности при учете различных остаточных параметров. Применение для этой цели известных методов расчета электрических цепей приводит к весьма громоздким и трудоемким вычислениям. В связи с этим представляет определенный интерес выявление более простых способов решения поставленной задачи.

Профессором Г. Е. Пуховым в [1, 2] предложена группа методов, позволяющих довольно просто рассчитывать электрические цепи. Эти методы получили название прямых. В зависимости от характера неизвестных используется прямой метод токов, напряжений и смешанный [1, 2]. Основными достоинствами прямых методов следует считать, во-первых, значительное снижение (по сравнению с классическими методами) порядка системы расчетных уравнений, так как этот порядок определяется числом искомых величин, и, во-вторых, возможность рассмотрения вместо сложной цепи нескольких более простых цепей (подсхем) [1, 2], что делает анализ более удобным и в ряде случаев более наглядным. До настоящего времени прямые методы еще не применялись для расчета мостовых измерительных цепей с индуктивно связанными плечами, несмотря на то, что эти методы обладают неоспоримым преимуществом — возможностью непосредственного определения токов и напряжений, специфичных для мостовых измерительных цепей.

Задача настоящей статьи — показать целесообразность использования прямых методов для расчета трансформаторных измерительных цепей.

Прямой метод напряжений и в общем случае прямой смешанный метод требуют предварительного получения эквивалентной цепи без индуктивных связей, что для современных схем трансформаторных мостов, в особенности при учете паразитных связей, является достаточно сложной задачей; это обстоятельство затрудняет применение указанных методов для расчета цепей с индуктивными связями и, следовательно,

* Материал доложен на VIII Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1966 года в Новосибирске.

трансформаторных мостов. Наиболее приемлемым для расчета трансформаторных мостов является прямой метод токов с предварительным разделением цепи на подсистемы.

Система уравнений, составленных по прямому методу токов для цепи, изображенной на рис. 1, а, имеет вид:

$$\begin{aligned} U_{11} i_1 + U_{12} i_2 + \dots + U_{1N} i_N + U_{10} i &= 0; \\ U_{21} i_1 + U_{22} i_2 + \dots + U_{2N} i_N + U_{20} i &= 0; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ U_{N1} i_1 + U_{N2} i_2 + \dots + U_{NN} i_N + U_{N0} i &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

где i — ток базисного источника. Коэффициенты при неизвестных токах представляют собой напряжения во вспомогательной цепи, полученной из заданной путем размыкания проводников, ветвей,

в которых определяются токи [1, 2]. Цепь, полученная таким образом из заданной к расчету, называется основной [1, 2]. Составляющие столбца свободных членов $U_{10}, U_{20}, \dots, U_{n0}$ получают на основании активной основной цепи и представляют собой напряжения на парах полюсов, образовавшихся при разрезании ветвей, в которых находятся токи, от действия источника напряжения заданной цепи (см. рис. 1, б). Коэффициенты при неизвестных представляют собой напряжения,

появляющиеся на полюсах пассивной основной цепи в результате действия вспомогательного источника тока i (базисного источника) [1, 2], включаемого поочередно в каждую пару полюсов. На рис. 1, в показано определение коэффициентов при неизвестном i_1 , а на рис. 1, г при неизвестном i_2 .

Сущность прямого метода токов с разделением заданной цепи на подсистемы [1, 2] сводится к следующему. Предположим, что заданная

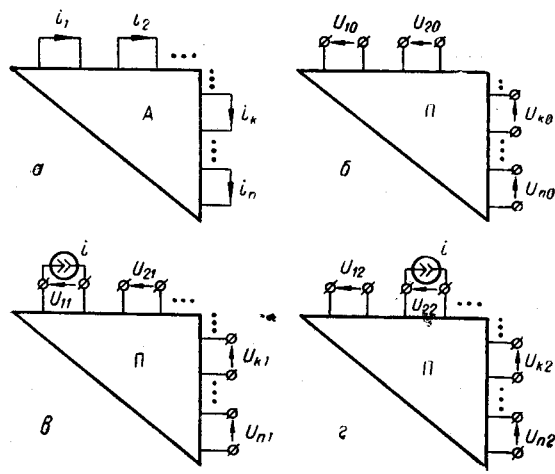


Рис. 1.

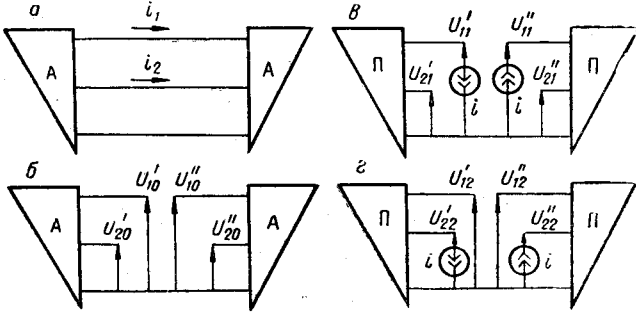


Рис. 2.

для расчета цепь (рис. 2, а) может быть разделена на две части, соединенные в нашем случае тремя проводниками. Производят разрез заданной цепи и каждую из частей преобразуют в основные цепи; из активной основной цепи определяют коэффициенты столбца свободных членов (см. рис. 2, б). Используя базисные источники тока, как показано на рис. 2, в, определяют составляющие коэффициентов при неизвестном i_1 , а включая базисные источники тока, как показано на рис. 2, г, — составляющие коэффициентов при неизвестном i_2 . Слагающие коэффициентов при неизвестных представляют собой напряжения U'_{11} и U'_{21} на полюсах $1'$ и $2'$ соответственно при подключении базисного источника тока к полюсу $1'$, а U''_{11} и U''_{21} — на полюсах $1''$ и $2''$ при подключении базисного источника к полюсу $1''$. Система уравнений прямого метода токов при разделении на подсхемы заданной цепи имеет вид:

$$\begin{cases} (U'_{11} - U''_{11}) i_1 + (U'_{12} + U''_{12}) i_2 + (U'_{10} - U''_{10}) i = 0, \\ (U'_{21} - U''_{21}) i_1 + (U'_{22} - U''_{22}) i_2 + (U'_{20} - U''_{20}) i = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где i — базисный ток. Рассмотренный способ распространяется на общий случай любого числа подсхем и числа связей между ними [1, 2]. Подсхемы заданной цепи после разделения не должны иметь электрической и магнитной связей между собой. Необходимо только учитывать один общий полюс, относительно которого отсчитываются напряжения.

В качестве примера рассмотрим применение прямого метода токов с разделением цепи на подсхемы для определения выходного напряжения мостовой цепи с двумя парами плеч отношения, которая представлена на рис. 3, а, где Z_1 и Z_{II} — сравниваемые комплексные сопротивления; L_{II} — обмотка питания; L_1, L_2 — плечевые обмотки трансформатора

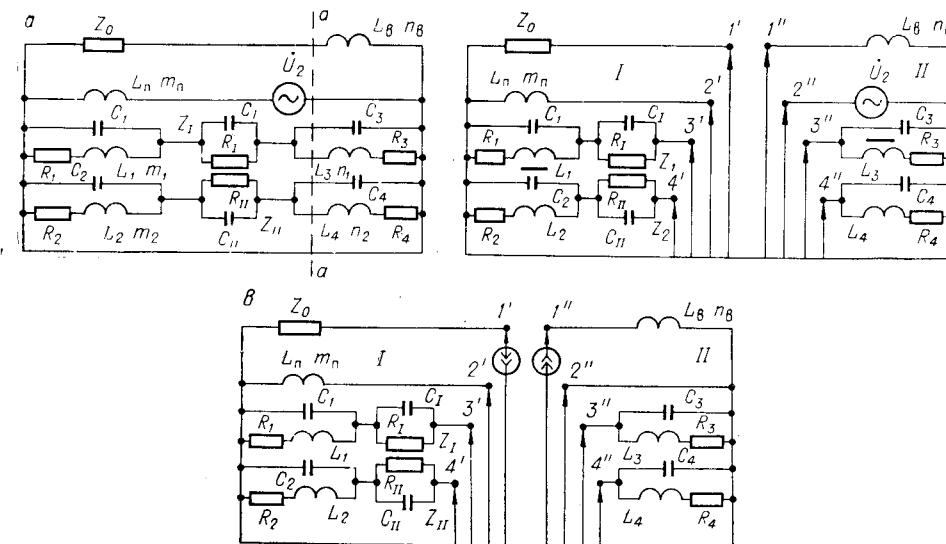


Рис. 3.

тора напряжения; L_3, L_4 — обмотки компаратора токов, включенные так, что при равновесии сумма ампервитков равна нулю; L_B — выходная обмотка; Z_0 — сопротивление указателя; R_1, R_2, R_3, R_4 — активные сопротивления обмоток; C_1, C_2, C_3, C_4 — собственные емкости плечевых обмоток; U_2 — источник питания схемы с напряжением U_2 .

Если предположить, что сопротивление $Z_0 = \infty$, то можно использовать следующий порядок определения $\dot{U}_{\text{вых}}$ для трансформаторного моста при помощи прямого метода токов: заданная измерительная мостовая цепь преобразуется в основную таким образом, чтобы в качестве неизвестных в уравнения вошли токи ветвей, имеющих индуктивную связь с выходной обмоткой, или токи, которые позволили бы легко найти токи в названных элементах схемы; определяются составляющие столбца свободных членов и коэффициенты при неизвестных; составляется система уравнений (1) или (2) в зависимости от вида цепи. После решения системы выявляются зависимости для токов, протекающих по плечевым обмоткам, и, следовательно, может быть найдено напряжение, индуктируемое ими на указательной обмотке. Для схемы (см. рис. 3, а) искомыми в данном случае являются токи, протекающие по обмоткам L_3 и L_4 .

Возможен и другой способ определения выходного напряжения схемы. При этом предполагается, что $Z_0 \neq \infty$. Определив ток, протекающий через L_B и Z_0 (см. рис. 3, а), можно найти

$$\dot{U}_{\text{вых}} = Z_0 i_{L_B}.$$

Такой способ более удобен, чем ранее рассмотренный, особенно при учете большего количества паразитных параметров моста, чем в схеме рис. 3, а. Учет токораспределения по основным и паразитным элементам в этом случае осуществляется автоматически.

Рассматриваемую цепь преобразуем в основную (см. рис. 3, б). В данном случае, для того чтобы найти ток i_1 через Z_0 и L_B , нужно решить систему уравнений четвертого порядка. Если бы разрез был сделан по точкам $a' - a''$, пришлось бы решать систему шестого порядка.

Переходим к определению составляющих столбца свободных членов. Для этого нужно найти напряжения, вызванные действием источника питания схемы \dot{U}_2 , на полюсах $1', 1'', 2', 2'', 3', 3'', 4', 4''$ (см. рис. 3, б), образовавшихся в результате разделения цепи на подсхемы. В данном случае напряжение между полюсом $1'$ и общим (нулевым полюсом) $U'_{10} = 0$. Для полюса $1''$ и общего можно записать $U''_{10} = 0$. Напряжение $U'_{20} = U$, а остальные напряжения $U'_{20} = U'_{30} = U'_{30} = U'_{40} = U'_{40} = 0$.

Столбец свободных членов, согласно (2), имеет вид

$$\begin{vmatrix} U'_{10} - U''_{10} \\ U'_{20} - U''_{20} \\ U'_{30} - U''_{30} \\ U'_{40} - U''_{40} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ U \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (3)$$

Далее преобразуем основную цепь в пассивную (удалим источник напряжения) и приступим к определению составляющих коэффициентов при неизвестных. Найдем составляющие коэффициентов при известном токе $i_1 : U'_{11}, U''_{11}, U'_{21}, U''_{21}, U'_{31}, U''_{31}, U'_{41}, U''_{41}$. Для этого присоединим к полюсам $1'$ и $1''$ базисные источники тока i (см. рис. 3, в) и определим напряжения между общим полюсом и полюсами $1', 1'', 2', 2'', 3', 3'', 4', 4''$, вызванные протеканием базисного тока i . Легко заметить, что $U'_{11} = Z_0 i$ (см. рис. 3, в), а остальные напряжения $U'_{21}, U'_{31}, U'_{41}$ равны нулю.

При подключении базисного источника тока к полюсу $1''$ ток i , протекая по обмотке L_B , связанной индуктивно с L_3 и L_4 , наводит напряжения и, следовательно, токи в замкнутых контурах, образованных элементами L_3, R_3, C_3 (i_c) и L_4, R_4, C_4 (i_b). Для того чтобы найти напряжения $U_{11}, U_{21}, U_{31}, U_{41}$, нужно знать величины i_c и i_b .

Применим для определения i_c и i_b прямой метод токов. Тогда подсьема Π преобразуется в основную цепь (рис. 4, а) и определяются напряжения на полюсах $c'-c''$, $b'-b''$ — U_{c0} и U_{b0} , которые являются

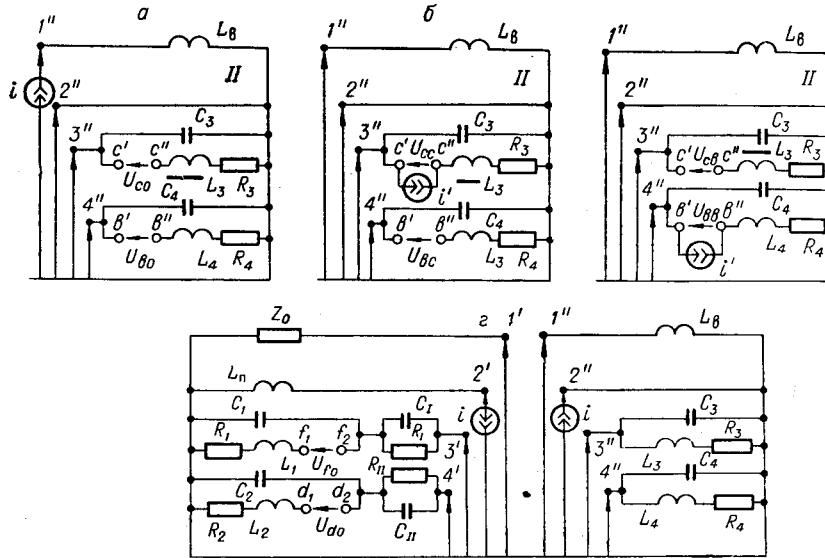


Рис. 4.

составляющими столбца свободных членов и вызваны действием тока i базисного источника, подключенного к полюсу $1''$. Столбец свободных членов имеет вид

$$\begin{bmatrix} U_{c0} \\ U_{b0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ij \omega \sqrt{L_3 L_B} \\ -ij \omega \sqrt{L_4 L_B} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Преобразуем основную цепь в пассивную, т. е. отключим базисный источник тока i от полюса $1''$, и приступим к определению коэффициентов при неизвестных токах i_c и i_b . Подключаем базисный источник тока i' к полюсам $c'-c''$ (см. рис. 4, б). Оказывается, что напряжение на его зажимах равно

$$U_{cc} = i' \left(\frac{1}{j \omega C_3} + R_3 + j \omega L_3 \right),$$

а напряжение на полюсах $b'-b''$ от наличия взаимной индуктивности —

$$U_{bc} = -j \omega \sqrt{L_3 L_4} i'.$$

Отсоединим источник тока i' от полюсов c и, включая его к полюсам $b'-b''$ (см. рис. 4, в), получим

$$U_{cb} = -j \omega \sqrt{L_3 L_4} i'.$$

а на полюсах источника тока

$$U_{bb} = i' \left(j \omega L_4 + R_4 + \frac{1}{j \omega C_4} \right).$$

Результатом этих операций является система уравнений второго порядка относительно неизвестных токов i_c и i_b

$$\begin{array}{|c|c|} \hline j \omega L_3 + R_3 + \frac{1}{j \omega C_3} & -j \omega \sqrt{L_3 L_4} \\ \hline -j \omega \sqrt{L_3 L_4} & j \omega L_4 + R_4 + \frac{1}{j \omega C_4} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline i_c \\ \hline i_b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline i j \omega \sqrt{L_3 L_B} \\ \hline -i j \omega \sqrt{L_4 L_B} \\ \hline \end{array} \quad (5)$$

Решая систему, получаем:

$$i_c = i \frac{-j \omega \sqrt{L_3 L_B} \left(R_4 + \frac{1}{j \omega C_4} \right)}{j \omega L_4 \left(R_3 + \frac{1}{j \omega C_3} \right) + \left(R_4 + \frac{1}{j \omega C_4} \right) \left(j \omega L_3 + R_3 + \frac{1}{j \omega C_3} \right)};$$

$$i_b = i \frac{j \omega \sqrt{L_4 L_B} \left(R_3 + \frac{1}{j \omega C_3} \right)}{j \omega L_4 \left(R_3 + \frac{1}{j \omega C_3} \right) + \left(R_4 + \frac{1}{j \omega C_4} \right) \left(j \omega L_3 + R_3 + \frac{1}{j \omega C_3} \right)}.$$

И приступаем к определению составляющих U_{11}^* , U_{21}^* , U_{31}^* , U_{41}^* :

$$U_{11}^* = i j \omega L_B + i_c j \omega \sqrt{L_3 L_B} - i_b j \omega \sqrt{L_4 L_B} = -i j \omega L_B \frac{A_3 A_4}{\Delta};$$

$$U_{21}^* = 0;$$

$$U_{31}^* = i j \omega \sqrt{L_3 L_B} + i_c (R_3 + j \omega L_3) - i_b j \omega \sqrt{L_3 L_4} =$$

$$= i_c \frac{1}{j \omega C_3} = -i \frac{j \omega \sqrt{L_3 L_B} A_4}{j \omega C_3 \Delta};$$

$$U_{41}^* = i_b \frac{1}{j \omega C_4} = i \frac{j \omega \sqrt{L_4 L_B} A_3}{j \omega C_4 \Delta},$$

где $A_3 = R_3 + \frac{1}{j \omega C_3}$; $A_4 = R_4 + \frac{1}{j \omega C_4}$; $\Delta = A_4 (j \omega L_3 + A_3) + j \omega L_4 A_3$.

Найдем составляющие коэффициентов при неизвестном I_2 . С этой целью базисные источники i подключаем к полюсам $2'$ и $2''$. Из рис. 4, з можно заметить, что напряжения U_{12}^* , U_{22}^* , U_{32}^* , U_{42}^* равны нулю, так как сопротивление току i равно нулю. Чтобы определить напряжения U_{12}^* , U_{22}^* , U_{32}^* , U_{42}^* , нужно располагать значениями токов i_f и i_d (см. рис. 4, з). Для этого, как и для подсхемы II, используем прямой метод токов.

На рис. 4, з представлена подсхема I, преобразованная в основную цепь прямого метода токов. Из активной основной цепи определяем напряжения на полюсах f_1-f_2 и d_1-d_2 , наведенные током базисного источника i . В связи с наличием взаимной индукции

$$U_{f0} = i j \omega \sqrt{L_1 L_n}; \quad U_{d0} = i j \omega \sqrt{L_2 L_n}.$$

Преобразовав основную цепь в пассивную, отключая базисный источник тока i , можно после присоединения к полюсам f_1-f_2 вспомогательного базисного источника i' найти напряжение на полюсах f_1-f_2 по второму закону Кирхгофа

$$U_{ff} = i' \left(j \omega L_1 + R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right)$$

и напряжение на полюсах d_1-d_2

$$U_{df} = i' j \omega \sqrt{L_1 L_2}$$

от действия взаимной индукции.

Отключаем источник i' от полюсов f_1-f_2 и присоединяем к полюсам d_1-d_2 . По второму закону Кирхгофа напряжение на полюсах d_1-d_2 равно

$$U_{dd} = i' \left(j \omega L_2 + R_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right)$$

и на полюсах f_1-f_2 в связи с наличием взаимной индуктивности —

$$U_{fd} = i' j \omega \sqrt{L_1 L_2}.$$

Следовательно, для определения токов i_f и i_d нужно решить систему уравнений

$$\begin{array}{|c|c|} \hline j \omega L_1 + R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} & j \omega \sqrt{L_1 L_2} \\ \hline j \omega \sqrt{L_1 L_2} & j \omega L_2 + R_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline i_f \\ \hline i_d \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline i j \omega \sqrt{L_1 L_n} \\ \hline i j \omega \sqrt{L_2 L_n} \\ \hline \end{array} \quad (6)$$

В результате этого получаем:

$$i_f = i \frac{j \omega \sqrt{L_1 L_n} \left(R_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right)}{j \omega L_2 \left(R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right) + j \omega L_1 \left(R_2 + j \omega L_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right)};$$

$$i_d = i \frac{j \omega \sqrt{L_2 L_n} \left(R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right)}{j \omega L_2 \left(R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right) + j \omega L_1 \left(R_2 + j \omega L_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right)}.$$

Соответственно $U'_{12} = 0$;

$$\begin{aligned} U'_{22} &= i j \omega L_n + i_f j \omega \sqrt{L_1 L_n} + i_d j \omega \sqrt{L_2 L_n} = \\ &= \frac{i j \omega L_n \left(R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right) \left(R_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right)}{j \omega L_2 \left(R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right) + j \omega L_1 \left(j \omega L_2 + R_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right)}; \end{aligned}$$

$$U'_{32} = i_f \frac{1}{j \omega C_1} = \frac{i j \omega \sqrt{L_1 L_n} \left(R_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right)}{j \omega C_1 \left[j \omega L_2 \left(R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right) + j \omega L_1 \left(R_2 + j \omega L_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right) \right]};$$

$$U'_{42} = i_d \frac{1}{j \omega C_2} = \frac{i j \omega \sqrt{L_2 L_{\Pi}} \left(R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right)}{j \omega C_2 \left[j \omega L_2 \left(R_1 + \frac{1}{j \omega C_1} \right) + j \omega L_1 \left(R_2 + j \omega L_2 + \frac{1}{j \omega C_2} \right) \right]}$$

Подобным образом находятся и остальные составляющие коэффициентов при неизвестных $U'_{13}, U''_{13}, U'_{23}, U''_{23}, U'_{33}, U''_{33}, U'_{43}, U''_{43}, U'_{14}, U''_{14}, U'_{24}, U''_{24}, U'_{34}, U''_{34}, U'_{44}, U''_{44}$. Отметим, что в системах уравнений (5) и (6) меняются только столбцы свободных членов. Так, для системы (5) при подключении базисного источника тока i к полюсу $3'$ столбец сво-

бодных членов может быть записан в виде
$$\begin{array}{|c|} \hline \frac{i}{j \omega C_1} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array},$$

а при подключении источника к полюсу $4'$

$$\begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \frac{i}{j \omega C_2} \\ \hline \end{array}.$$

Подобным образом для системы (6) при присоединении источника

тока к полюсу $3''$
$$\begin{array}{|c|} \hline \frac{i}{j \omega C_3} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array},$$

а к полюсу $4''$
$$\begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \frac{i}{j \omega C_4} \\ \hline \end{array}.$$

Легко убедиться в том, что составляющие коэффициентов при неизвестных равны соответственно:

$$\begin{aligned} U'_{11} &= Z_0 i; & U''_{11} &= -j \omega L_B \frac{A_3 A_4}{\Delta}; \\ U'_{21} &= 0; & U''_{21} &= 0; \\ U'_{31} &= 0; & U''_{31} &= -j \omega \sqrt{L_3 L_B} \frac{A_4}{j \omega C_3 \Delta}; \\ U'_{41} &= 0; & U''_{41} &= j \omega \sqrt{L_4 L_B} \frac{A_3}{j \omega C_4 \Delta}; \\ U'_{12} &= 0; & U''_{12} &= 0; \\ U'_{22} &= i \frac{j \omega L_{\Pi} A_1 A_2}{\Delta_1}; & U''_{22} &= 0; \\ U'_{32} &= i \frac{j \omega \sqrt{L_1 L_{\Pi}} A_2}{j \omega C_1 \Delta_1}; & U''_{32} &= 0; \\ U'_{42} &= i \frac{j \omega \sqrt{L_2 L_{\Pi}} A_1}{j \omega C_2 \Delta_1}; & U''_{42} &= 0; \\ U'_{13} &= 0; & U''_{13} &= -j \omega \sqrt{L_3 L_B} \frac{A_4}{j \omega C_3 \Delta}; \\ U'_{23} &= i \frac{j \omega \sqrt{L_1 L_{\Pi}} A_2}{j \omega C_1 \Delta_1}; & U''_{23} &= 0; \end{aligned}$$

$$U'_{33} = i \left[\frac{A_2 B_1 + R_1 j \omega L_2}{j \omega C_1 \Delta_1} + Z_1 \right]; \quad U''_{33} = -i \frac{B_3 A_4 + R_3 j \omega L_4}{j \omega C_3 \Delta};$$

$$U'_{43} = i \frac{j \omega \sqrt{L_1 L_2}}{j \omega C_1 j \omega C_2 \Delta_1}; \quad U''_{43} = i \frac{j \omega \sqrt{L_3 L_4}}{j \omega C_3 j \omega C_4 \Delta};$$

$$U'_{14} = 0; \quad U''_{14} = j \omega \sqrt{L_4 L_B} \frac{A_3}{j \omega C_4 \Delta};$$

$$U'_{24} = i \frac{j \omega \sqrt{L_2 L_B} A_1}{j \omega C_2 \Delta_1}; \quad U''_{24} = 0;$$

$$U'_{34} = i \frac{j \omega \sqrt{L_1 L_2}}{j \omega C_1 j \omega C_2 \Delta_1}; \quad U''_{34} = i \frac{j \omega \sqrt{L_3 L_4}}{j \omega C_3 j \omega C_4 \Delta};$$

$$U'_{44} = i \left[\frac{A_1 B_2 + R_2 j \omega L_1}{j \omega C_2 \Delta_1} + Z_2 \right]; \quad U''_{44} = -i \frac{A_3 B_4 + R_4 j \omega L_3}{j \omega C_4 \Delta};$$

$$A_1 = R_1 + \frac{1}{j \omega C_1}; \quad B_1 = R_1 + j \omega L_1; \quad \Delta_1 = A_1 (j \omega L_2 + A_2) + j \omega L_1 A_2;$$

$$A_2 = R_2 + \frac{1}{j \omega C_2}; \quad B_2 = R_2 + j \omega L_2;$$

$$A_3 = R_3 + \frac{1}{j \omega C_3}; \quad B_3 = R_3 + j \omega L_3; \quad \Delta = A_4 (j \omega L_3 + A_3) + j \omega L_4 A_3;$$

$$A_4 = R_4 + \frac{1}{j \omega C_4}; \quad B_4 = R_4 + j \omega L_4.$$

Составляя матрицу по образцу (2), получим

$Z_0 - j \omega L_B \frac{A_3 A_4}{\Delta}$	0	$\frac{j \omega \sqrt{L_3 L_B} A_4}{j \omega C_3 \Delta}$
0	$j \omega L_B \frac{A_1 A_2}{\Delta_1}$	$\frac{j \omega \sqrt{L_1 L_B} A_2}{j \omega C_1 \Delta_1}$
$\frac{j \omega \sqrt{L_3 L_B} A_4}{j \omega C_3 \Delta}$	$\frac{j \omega \sqrt{L_1 L_B} A_2}{j \omega C_1 \Delta_1}$	$\frac{A_2 B_1 + j \omega L_2 R_1}{j \omega C_1 \Delta_1} + Z_1 + \frac{A_4 B_3 + j \omega L_4 R_3}{j \omega C_3 \Delta}$
$\frac{j \omega \sqrt{L_4 L_B} A_3}{j \omega C_4 \Delta}$	$\frac{j \omega \sqrt{L_2 L_B} A_1}{j \omega C_2 \Delta_1}$	$\frac{j \omega \sqrt{L_1 L_2}}{j \omega C_1 j \omega C_2 \Delta_1} - \frac{j \omega \sqrt{L_3 L_4}}{j \omega C_3 j \omega C_4 \Delta}$

$$\begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} \begin{matrix} \frac{j \omega \sqrt{L_4 L_B} A_3}{j \omega C_4 \Delta} \\ \frac{j \omega \sqrt{L_2 L_B} A_1}{j \omega C_2 \Delta_1} \\ \frac{j \omega \sqrt{L_1 L_2}}{j \omega C_1 j \omega C_2 \Delta_1} - \frac{j \omega \sqrt{L_3 L_4}}{j \omega C_3 j \omega C_4 \Delta} \\ \frac{A_1 B_2 + j \omega L_1 R_2}{j \omega C_2 \Delta_1} + Z_2 + \frac{A_3 B_4 + j \omega L_3 R_4}{j \omega C_4 \Delta} \end{matrix} \times \begin{matrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ \dot{U} \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Решаем систему уравнений относительно тока I_1 :

$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta_c} = \frac{\Delta I_1}{Z_0 \Delta'_c + \Delta''_c},$$

где Δ_c — общий определитель системы уравнений, представляющий собой сумму, некоторые слагаемые которой (Δ'_c) зависят от величины Z_0 , а другие (Δ''_c) от Z_0 не зависят.

Выражение для выходного напряжения имеет вид

$$U_{\text{вых}} = \frac{Z_0 \Delta I_1}{Z_0 \Delta'_c + \Delta''_c} = \frac{\Delta I_1}{\Delta'_c + \frac{\Delta''_c}{Z_0}}.$$

Таким образом, напряжение $U_{\text{вых}}$ определяется путем решения системы уравнений четвертого порядка, в то время как при обычном решении методом контурных токов потребовалось бы решение системы уравнений восьмого порядка.

В заключение заметим, что с помощью прямого метода токов были получены численные решения для характеристик ряда мостовых измерительных цепей с двумя парами плеч с тесной индуктивной связью при одновременном учете всех активных и реактивных остаточных параметров. Сравнение их с экспериментальными данными показало удовлетворительное совпадение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Е. Пухов. Прямые методы расчета электрических цепей.— Электричество, 1963, № 10.
2. Г. Е. Пухов. Избранные вопросы теории математических машин. Киев, Изд-во АН УССР, 1964.

*Поступила в редакцию
19 сентября 1966 г.,
окончательный вариант —
4 марта 1968 г.*