

А. О. ЕГОРШИН, Н. П. ФИЛИПОВА
(Новосибирск)

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Задача построения математического описания динамических объектов относится к числу так называемых обратных задач, которые формулируются в виде операторного уравнения

$$Kx = y. \quad (1)$$

Это выражение можно рассматривать как уравнение относительно x («входной сигнал» [1]) или относительно K («прибор» [2, 3]). В случае линейной стационарной системы, т. е. когда (1) есть уравнение типа свертки, эти два типа обратных задач эквивалентны.

Вследствие того, что исходные данные задачи известны всегда с конечной точностью, при отсутствии достаточных априорных сведений об объекте задача идентификации становится некорректной [2]. А. Н. Тихоновым показано [4], что достаточным условием устойчивости (регулярности) решения обратной задачи при вполне непрерывном операторе является компактность выпуклого множества m , в котором отыскивается решение. Это условие определяет характер априорных сведений об объекте, достаточных для корректного решения задачи. Введение ограничений на множество, в котором отыскивается решение, с целью обеспечения его устойчивости называется регуляризацией. В [5] А. Н. Тихоновым предложен эффективный метод регуляризации с использованием сглаживающего функционала, который обеспечивает поиск решения уравнения (1) в классе корректности данной задачи. Этот метод регуляризации с успехом может быть использован для нахождения импульсной переходной функции линейных объектов с постоянными параметрами путем численного решения уравнения (1) на ЦВМ [6].

Уравнение (1) может быть решено также путем построения физической или математической модели объекта K . Именно этот путь и используется в основном при исследовании и построении систем управления (например, метод подстраиваемой модели). В отличие от вышеупомянутого вычислительного метода, регуляризация задачи в этом случае обеспечивается априорным заданием структур моделей, среди множества импульсных переходных функций которых отыскивается решение уравнения (1). Решением задачи здесь считается модель простейшей структуры, импульсная переходная функция которой удовлетворяет с известной точностью уравнению (1):

$$\|Kx - y\| \leq \Delta, \quad (2)$$

где Δ — минимальная различимая величина принятого критерия в соответствующей норме.

Регуляризация задачи (1) позволяет из всех функций, удовлетворяющих условию (2) и принадлежащих некоторому множеству M , выбрать единственное решение, принадлежащее некоторому множеству m . Ясно, что m является подмножеством множества M . Точное решение K — истинная весовая функция объекта — принадлежит M . Чаще всего нет возможности обеспечить $K \in m$ вследствие недостаточности априорных сведений об объекте. Из-за технических трудностей минимальная размерность пространства, содержащего m , конечна и меньше размерности пространства, содержащего множество M , которому принадлежит точное решение.

Из сказанного ясно, что ошибка решения $\Delta K = K - \tilde{K}$ содержит компоненты, принадлежащие дополнению $M - m$. Нетрудно увидеть аналогию рассматриваемой ситуации с задачами аппроксимации и наилучшего приближения, когда для $K \in M$ отыскивается приближение в виде $\tilde{K} \in m$, где m является подмножеством M . Отсюда становится понятным известный из опыта факт, что основные погрешности идентификации весовой функции объекта сосредоточены в местах резких ее изменений. Применительно к стационарным линейным задачам это означает, что основные ошибки аппроксимации передаточной функции объекта сосредоточены в области высоких частот, в «хвосте» его частотной характеристики.

Все сказанное выше свойственно для всех обратных задач, регуляризуемых с помощью реальных критериев. Специфичность объектов систем управления состоит в наличии обратных связей в системе. Стабилизирующее действие отрицательных обратных связей приводит к тому, что начинают проявляться тонкости структуры объекта, при идентификации которых в результате регуляризации были допущены наибольшие погрешности. Вследствие этого удовлетворяющая условию (2) модель объекта K , будучи охваченной обратной связью, не обеспечивает достаточно точного описания работы объекта в таком же замкнутом контуре. Более того, разность в выходных сигналах замкнутого объекта и замкнутой модели может стать сколь угодно большой при достаточно большом коэффициенте усиления контура. Это хорошо иллюстрируется таким примером, как приближение объекта 2-го порядка с одной очень малой постоянной времени моделью первого порядка. Для разомкнутого объекта и модели может быть выполнено условие (2) при любом сколь угодно малом Δ , однако замкнутые объект и модель при достаточно большом коэффициенте усиления контура будут вести себя совершенно различно. Объект 2-го порядка станет колебательным (проявит себя малая постоянная времени), а модель останется апериодической. Аналогичная ситуация возникает в случае объекта 3-го, а модели 2-го порядка. Неучтенная малая постоянная времени приведет к неустойчивой системе при достаточно большом коэффициенте усиления контура, в то время как контур с моделью будет оставаться устойчивым.

Из вышеизложенного следует, что, используя модель, полученную с помощью уравнения (1) (т. е. модель разомкнутого объекта), для описания работы замкнутой системы необходимо учитывать специфические ошибки в малых параметрах объекта, характерные для регулярного решения.

Здесь и далее мы под моделью понимаем решение задачи идентификации, полученное в любом виде, а не обязательно физическую, например аналоговую, модель. Использование же терминов, характерных

для физической модели, диктуется исключительно требованиями наглядности и простоты изложения.

Пусть имеется объект O с неизвестной импульсной переходной функцией $K(t, \tau)$. Идентификация осуществляется на сигнале $x(t)$ с помощью модели M , имеющей импульсную переходную функцию $\tilde{K}(t, \tau)$ (рис. 1). Точность идентификации характеризуется ошибкой разомкнутой модели

$$e_p = y_p - \tilde{y}_p, \quad (3)$$

а точнее — функционалом от e_p .

Далее объект и модель охватывают обратной связью k_0 с коэффициентом усиления в прямой цепи λ (рис. 2). Входным сигналом служит

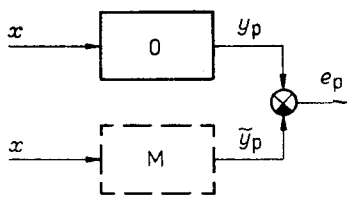


Рис. 1.

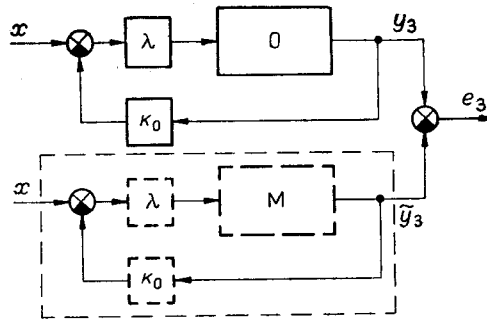


Рис. 2.

тот же сигнал $x(t)$. В результате неточности идентификации объекта, проведенной по схеме рис. 1, замкнутые объект и модель будут иметь выходные сигналы, отличающиеся сигналом ошибки замкнутой модели:

$$e_3 = y_3 - \tilde{y}_3. \quad (4)$$

Выведем уравнение связи между e_p и e_3 в случае линейной стационарной системы. Выходной и входной сигналы объекта связаны известными соотношениями типа (1):

$$y_p = K x; \quad (5)$$

$$y_p = \tilde{K} x, \quad (5a)$$

где K и \tilde{K} — обозначения интегральных операторов типа свертки. Отсюда

$$e_p = (K - \tilde{K}) x = \Delta K x. \quad (6)$$

В замкнутой системе на вход объекта действует сигнал

$$u = \lambda(x - k_0 y_3).$$

Используя (5), получаем

$$y_3 = \lambda K(x - k_0 y_3)$$

или

$$y_p = \left(\frac{1}{\lambda} I + k_0 K \right) y_3 = K y_3. \quad (7)$$

Для модели получаем аналогичное уравнение

$$\tilde{y}_p = \left(\frac{1}{\lambda} I + k_0 \tilde{K} \right) \tilde{y}_3 = \tilde{K} \tilde{y}_3. \quad (7a)$$

Подставим в уравнение (7) выражения для y_p и y_3 из соотношений (3) и (4). Тогда, учитывая (7а), найдем

$$e_p = K e_3 + k_0 \Delta K y_3.$$

Применим к обеим частям этого равенства оператор K . Тогда с учетом ассоциативности свертки

$$\frac{1}{\lambda} e_p + k_0 K e_p = K \tilde{K} e_3 + k_0 K \Delta K y_3. \quad (8)$$

Пользуясь снова свойствами коммутативности и ассоциативности свертки, можем так преобразовать последнее слагаемое в правой части:

$$k_0 K \Delta K y_3 = k_0 \Delta K K y_3 = k_0 \Delta K y_p.$$

Используя выражение для y_p , получим, что

$$k_0 \Delta K y_p = k_0 \Delta K K x = k_0 K \Delta K x = k_0 K e_p.$$

Подставляя этот результат в (8), окончательно найдем уравнение, связывающее ошибку разомкнутой модели (ошибка идентификации) с ошибкой замкнутой модели:

$$e_p = \lambda K \tilde{K} e_3 = \lambda P e_3. \quad (9)$$

Раскрывая обозначения K и \tilde{K} , можно уравнение для ошибок записать в виде уравнения Фредгольма 2-го рода

$$e_p = \left[\frac{1}{\lambda} I + k_0 (K + \tilde{K} + k_0 \lambda K \tilde{K}) \right] e_3.$$

Решение этого уравнения может быть записано в виде, аналогичном [9]:

$$e_3 = \frac{1}{\lambda} Q e_p,$$

где оператор Q , как известно, может быть записан так:

$$Q = \lambda^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-\lambda k_0)^n (K + \tilde{K} + k_0 \lambda K \tilde{K})^n.$$

Приведем выражение для обратного оператора Q , дающее другой способ получения последовательных приближений решения уравнения (9) непосредственно по степеням λk_0 . Запишем решения уравнений (7) и (7а) в обычном виде с учетом выражений (5) и (5а):

$$y_3 = H y_p = \lambda \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-\lambda k_0)^n K^n \right] y_p = \lambda \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-\lambda k_0)^n K^{n+1} \right] x; \quad (10)$$

$$\tilde{y}_3 = \tilde{H} \tilde{y}_p = \lambda \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-\lambda k_0)^n \tilde{K}^n \right] \tilde{y}_p = \lambda \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-\lambda k_0)^n \tilde{K}^{n+1} \right] x. \quad (10a)$$

Вычитая (10а) из (10), получим

$$e_3 = \lambda \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-\lambda k_0)^n (K^{n+1} - \tilde{K}^{n+1}) \right] x.$$

Общие свойства свертки и обычного умножения позволяют использовать для преобразования членов этого ряда известное соотношение

$$a^{n+1} - b^{n+1} = (a - b) \sum_{r=0}^n a^r b^{n-r}.$$

Поэтому можно записать

$$e_3 = \frac{1}{\lambda} \left[\lambda^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-\lambda k_0)^n \sum_{r=0}^n (K^r \tilde{K}^{n-r}) \right] e_p = \frac{1}{\lambda} Q e_p. \quad (11)$$

Производя замену переменных в суммировании: $n - r = q$, можно решение (11) представить в виде, аналогичном уравнению (9):

$$e_3 = \frac{1}{\lambda} H \tilde{H} e_p, \quad (12)$$

где H и \tilde{H} определяются из формул (10) и (10а).

Полученные соотношения представляют собой конечные выражения для определения ошибки математического описания работы замкнутой системы по известной ошибке идентификации. Однако сигнал ошибки $e_p(t)$ известен в большинстве случаев только с точностью до нормы. Более того, часто известно лишь, что $\|e_p(t)\| \leq \Delta$, где Δ — предел точности идентифицирующей системы по данному критерию (2). Поэтому для дальнейшего более детального исследования $e_3(t)$ с помощью приведенных выше формул необходимо конкретизировать характер ошибки $e_p(t)$.

Как уже отмечалось ранее, основные ошибки в идентификации импульсной переходной характеристики сосредоточены в местах резких ее изменений. Это вполне естественно, поскольку при реальных критериях качества идентификации нет возможности использовать достаточное число производных выходного сигнала. В случае стационарного линейного объекта это означает, что ошибка регулярного решения e_p существенно отлична от нуля в области частот Ω , где

$$\sqrt{\int_{\Omega} |K(\omega)|^2 d\omega} \ll 1; \quad \sqrt{\int_{\Omega} |\tilde{K}(\omega)|^2 d\omega} \ll 1. \quad (13)$$

Обычно это «хвост» частотной характеристики, т. е. часто, но не всегда (см. ниже) одновременно выполняются:

$$|K(\omega)| \ll 1; \quad |\tilde{K}(\omega)| \ll 1; \quad |\Delta K(\omega)| \ll 1. \quad (13a)$$

Это позволяет использовать в формуле (11) лишь нулевое приближение для e_3 . Действительно, потребуем выполнения

$$\|e_{30} - e_{31}\| \ll \|e_{30}\| \quad (14)$$

(здесь имеется в виду норма L^2). Это означает, что

$$\lambda k_0 \| (K + \tilde{K}) e_p \| \ll \| e_p \|.$$

Эти нормы можно вычислить с помощью преобразования Фурье

$$\lambda k_0 \| [K(\omega) + \tilde{K}(\omega)] e_p \| \ll \| e_p(\omega) \|.$$

Учитывая указанное выше свойство $e_p(\omega)$, это неравенство можно записать так:

$$\lambda k_0 \sqrt{\int_{\Omega} |[\mathbf{K}(\omega) + \tilde{\mathbf{K}}(\omega)] e_p(\omega)|^2 d\omega} \ll \sqrt{\int_{\Omega} |e_p(\omega)|^2 d\omega}. \quad (14a)$$

То, что это выполнено, ясно из оценок, использующих неравенство Коши — Буняковского, и неравенство треугольника

$$\sqrt{\int_{\Omega} |[\mathbf{K}(\omega) + \tilde{\mathbf{K}}(\omega)] e_p(\omega)|^2 d\omega} \leq \sqrt{\int_{\Omega} (|\mathbf{K}(\omega)| + |\tilde{\mathbf{K}}(\omega)|)^2 d\omega} \sqrt{\int_{\Omega} |e_p(\omega)|^2 d\omega}.$$

Усиливая с помощью этого неравенства (14a), будем иметь

$$\lambda k_0 \sqrt{\int_{\Omega} [|\mathbf{K}(\omega)|^2 + 3|\tilde{\mathbf{K}}(\omega)|^2 + 2|\mathbf{K}(\omega)| |\Delta \mathbf{K}(\omega)|] d\omega} \ll 1.$$

С учетом (13a) можно записать еще более сильное неравенство, выполнение которого при определенных λk_0 следует из (13):

$$2\lambda k_0 \sqrt{\int_{\Omega} |\mathbf{K}(\omega)|^2 d\omega} \ll 1; \quad 2\lambda k_0 \sqrt{\int_{\Omega} |\tilde{\mathbf{K}}(\omega)|^2 d\omega} \ll 1. \quad (15)$$

Таким образом, мы получили, что в случае ошибки идентификации, удовлетворяющей условиям (13) и (13a), можно при оценке ошибки математического описания работы замкнутой системы пользоваться нулевым приближением в формуле (11). Мы показали также, что при увеличении λk_0 это возможно до тех пор, пока сохраняется характер ошибки замкнутой модели. Это следует из аналогичности условий (13) и (15).

Полученный результат легко объясним. Он получен для того случая, когда из (13) следует (13a), т. е. одновременно с (15) выполнено:

$$2\lambda k_0 |\mathbf{K}(\omega)| \ll 1; \quad 2\lambda k_0 |\tilde{\mathbf{K}}(\omega)| \ll 1; \quad \omega \in \Omega. \quad (15a)$$

Но это означает, что на этих частотах при таких λk_0 действием обратной связи можно пренебречь и, следовательно, выходные сигналы объекта и модели определяются структурой прямой цепи. Поэтому понятен результат, следующий из выполнения условия (14):

$$\|e_s\| = \lambda \|e_p\|. \quad (16)$$

Используя (16), мы можем получить оценку для относительной ошибки

$$\varepsilon = \frac{\|e\|}{\|\tilde{y}\|}.$$

Применяя неравенства треугольника и Коши—Буняковского к уравнению (7a), получим оценку

$$\|y_p\| \leq \frac{1}{\lambda} \|\tilde{y}_3\| + k_0 \|\mathbf{K}\| \|\tilde{y}_3\|$$

или

$$\|\tilde{y}_3\| \geq \frac{\lambda \|\tilde{y}_p\|}{1 + k_0 \lambda \|\mathbf{K}\|}.$$

Объединяя это с (16), найдем, что

$$\varepsilon_s \leq (1 + \lambda k_0 \|\mathbf{K}\|) \varepsilon_p. \quad (17)$$

Полученные выводы могут быть проиллюстрированы на примере весьма типичной ситуации, когда объект описывается дифференциальным уравнением с малым параметром при старшей производной. Неучет этого коэффициента в модели объекта ведет к большой ошибке (на $\frac{\pi}{2}$) в идентификации фазовой характеристики, что решающим образом сказывается на правильности математического описания работы замкнутой системы. Передаточная функция объекта имеет вид

$$K(s) = \frac{K}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1} = \frac{K}{(Ts + 1)(a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1)}. \quad (18)$$

Это означает, что

$$\frac{1}{T} \gg |\operatorname{Re}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1})|, \quad (19)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$ — корни полинома $a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1$. Объект такого вида идентифицируется как

$$\tilde{K}(s) = \frac{k}{a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1}. \quad (18a)$$

Подсчитаем значения величин $\|e_p\|$ и $\|\tilde{y}\|$ в случае сигнала на входе типа δ -функции, используя среднеквадратичную норму:

$$\|e_p\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |K(j\omega) - \tilde{K}(j\omega)|^2 d\omega; \quad \|\tilde{y}\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |K(j\omega)|^2 d\omega. \quad (20)$$

Для объектов второго порядка условие (19) означает

$$T \ll a_1, \text{ т. е. } a_2 \ll a_1^2. \quad (19a)$$

Расчеты по формулам (20) дают с учетом условий (19a):

$$\|e_p\|^2 = k \pi \frac{a_2}{a_1^3}; \quad \|\tilde{y}\|^2 = k \frac{\pi}{a_1},$$

поэтому получаем

$$\varepsilon_p = \frac{a_2}{a_1^2} \ll 1. \quad (21)$$

Передаточные функции замкнутого объекта и модели (см. рис. 2) имеют вид (18) и (18a) с коэффициентами:

$$[a_i]_z = \frac{a_i}{1 + \lambda k_0 k}; \quad [k]_z = \frac{\lambda k}{1 + \lambda k_0 k}. \quad (22)$$

Подставляя (22) в формулы для $\|e_p\|$ и ε_p , определим соответствующие выражения для этих величин в замкнутой системе:

$$\|e_3\| = \lambda \|e_p\|; \quad (16)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_p \sqrt{1 + \lambda k_0 k}. \quad (23)$$

Границы применимости этих формул определяются условиями типа (19). В данном случае, как следует из (19), эти условия означают, что для

разомкнутой и замкнутой системы должно быть выполнено неравенство

$$\varepsilon^2 \ll 1. \quad (24)$$

Условию (24) может быть дана геометрическая интерпретация с помощью частотных годографов объекта и модели, отнесенных к величине статического коэффициента усиления k . Отличие годографа объекта от годографа модели проявляется лишь на высоких частотах, соответствующих фазовым сдвигам в объекте, близким и большим 90° , а

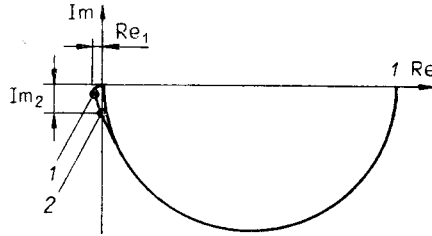


Рис. 3.

именно: в заходе годографа объекта в 3-й квадрант плоскости Re, Im (рис. 3). Если подсчитать величину максимального расстояния Re_1 годографа объекта от мнимой оси в 3-м квадранте (точка 1 на рис. 3) и амплитуду частотной характеристики при пересечении годографом мнимой оси (Im_2), что соответствует сдвигу фаз в объекте, равному 90° (точка 2) (эти два параметра наглядно характеризуют отличие го-

дографа объекта от находящегося целиком в 4-м квадранте годографа модели), то получим с учетом условия (19а):

$$Re_1 = \varepsilon^2; \quad Im_2 = \varepsilon.$$

Таким образом, из (24) следует, что

$$Re_1 = (Im_2)^2 \ll 1.$$

Совершенно аналогично можно показать, что формулы (16) и (23) имеют место для объекта 3-го, а модели 2-го порядка. Условия (19) в этом случае означают:

$$T \ll \frac{a_2}{a_1}; \quad T \ll a_1;$$

отсюда следует, что $a_3 = Ta_2$ и, следовательно,

$$a_3 \ll a_1 a_2. \quad (25)$$

Расчеты показывают, что в общем случае, т. е. при любых значениях коэффициентов a_{n-1}, \dots, a_1 формула (23) имеет место только для объектов до 4-го порядка включительно. Соотношение же (16) перестает быть справедливым в общем случае уже для $n=4$. Это объясняется тем, что, как было показано выше, нулевым приближением формулы (11) для ошибки замкнутой модели можно пользоваться только в том случае, когда из малости ошибки передаточной функции модели по среднеквадратичной норме следует и ее соответствующая малость по норме пространства S , т. е. когда из (13) следует (13а). Для объектов 2-го и 3-го порядков выполнение неравенств вида (19) обеспечивает это и тогда имеет место формула (16). Тот факт, что эта формула не справедлива в общем случае для объектов выше 3-го порядка, свидетельствует о том, что, если характеристическое уравнение объекта, кроме корня $-\frac{1}{T}$, определяемого малым параметром, имеет еще более двух корней, наличие соотношения (19) не обеспечивает выполнения условий, при которых справедливо соотношение (16) и вытекающие из него следствия; существенны еще соотношения между этими корнями. Напри-

мер, для объекта 4-го порядка формула (16) сохраняет силу, если, кроме (19), выполнено условие

$$a_3 \ll a_1 a_2,$$

что совпадает с (25).

Изложенные результаты относятся к тому случаю, когда в качестве меры уклонения используется среднеквадратичная норма. Как известно, получаемые таким образом результаты справедливы как в частотной, так и во временной области. Можно показать, что если в качестве нормы сигнала используется не норма L^2 , а норма пространства C , т. е.

$$\|e\|^* = \max_{0 \leq t < \infty} |e(t)|; \quad \|y\|^* = \max_{0 \leq t < \infty} |y(t)|,$$

то для ошибки выходного сигнала модели объекта 2-го порядка при скачкообразном входном сигнале выполняется соотношение (16), а вместо (23) будем иметь

$$\varepsilon_3^* = (1 + \lambda k_0 k) \varepsilon_p^*, \quad (26)$$

т. е. (26) имеет вид, более сходный с общей оценкой (17). В этом случае

$$\varepsilon_p^* = \frac{a_2}{a_1^2}. \quad (27)$$

Формулы (23) и (26) служат для оценки разности выходных сигналов замкнутого объекта и замкнутой модели при данных параметрах λ и k_0 . Эти формулы служат также для оценки допустимого диапазона изменения параметров обратной связи при заданной максимальной относительной ошибке математического описания замкнутого объекта. При квадратичной мере ошибки идентификации импульсной переходной функции для объекта 2-го порядка получаем

$$\lambda k_0 k \leq \left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_p} \right)^2 - 1. \quad (28)$$

В случае оценки по максимальному отклонению при скачке на входе будем иметь

$$\lambda k_0 k \leq \frac{\varepsilon_3^*}{\varepsilon_p^*} - 1. \quad (29)$$

Может показаться, что первое из этих равенств (использование квадратичного критерия для импульсной характеристики) накладывает менее жесткие требования на точность системы идентификации, чем оценка (29) для максимального отклонения выходных сигналов при скачке на входе. Однако это не так. В численном отношении неравенства (28) и (29) эквивалентны. Это непосредственно вытекает из соотношений (21) и (27). Из (28), (29) следует, однако, что в рассматриваемых случаях при одинаковых численных значениях ε и ε^* использование квадратичной меры ошибки дает больший допустимый диапазон изменения параметров обратной связи.

Авторы выражают признательность А. И. Шеломанову за ценные дискуссии при постановке задачи и обсуждении результатов.

Выводы

При корректном решении задачи идентификации погрешности в решении обусловлены, главным образом, параметрами объекта, определяющими компоненты точного решения, которые не принадлежат множе-

ству поиска приближенного решения. Эти компоненты суть неидентифицируемые тонкости структуры объекта. Включение объекта в замкнутую систему приводит к «проявлению» этих тонкостей структуры тем больше, чем больше коэффициент усиления контура.

Для стационарных линейных систем получено уравнение, связывающее ошибку идентификации с ошибкой математического описания замкнутой системы. Показано, что специфический характер ошибки регулярного решения задачи идентификации в ряде случаев заключается в том, что она оценивается по норме нулевым приближением полученной формулы, зависит только от структуры прямой цепи и, следовательно, при введении обратной связи не уменьшается.

Подробно исследован случай, когда коэффициент при старшей производной дифференциального уравнения является малым параметром. Приводятся расчетные формулы, позволяющие оценивать точность математического описания замкнутого объекта по квадратичному и равномерному критерию при различных коэффициентах усиления контура.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. И. Хургин, В. П. Яковлев. Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике. М., Физматгиз, 1962.
2. М. М. Лаврентьев. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
3. Р. В. Борисова, Г. М. Уланов. Оценка параметров стационарных управляемых объектов в задаче идентификации.— Автоматика и телемеханика, 1966, № 11.
4. А. Н. Тихонов. Об устойчивости обратных задач.— Докл. АН СССР, 1943, т. 39.
5. А. Н. Тихонов. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации.— Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 3.
6. Ю. Б. Рождественский, В. М. Бабурин. Использование метода регуляризации для решения интегрального уравнения Винера—Хопфа по данным эксперимента.— Автоматика (Киев), 1966, № 5.

*Поступила в редакцию
8 января 1968 г.*