

П. Т. СМИРНОВ

(Ленинград)

ИССЛЕДОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ЦИФРОВЫХ ФАЗОМЕТРОВ

В последнее время для измерения фазовых сдвигов все шире применяются цифровые фазометры с постоянным временем измерения. Существенными преимуществами этих фазометров перед другими приборами для измерения фазы являются удобство отсчета и автоматизации измерений, а также возможность измерения фазовых сдвигов в случаях исследования однократных и импульсных процессов, обусловленная тем, что результат измерения может сохраняться цифровым фазометром достаточно долго.

К сожалению, применение цифровых фазометров с постоянным временем измерения для исследования импульсных процессов, а также для измерений на низких частотах (например, при исследовании сервосистем) ограничено большим временем измерения, зависящим от частоты исследуемого процесса и допустимой погрешности измерения.

Так, при измерении фазовых сдвигов на частоте 50 гц с погрешностью, не превышающей $0,1^\circ$, необходимо иметь время измерения порядка 50 сек. Сокращение времени измерения приводит к возрастанию низкочастотной погрешности измерения, обусловленной тем, что за время измерения проходит дробное число периодов исследуемого процесса.

Исследованию низкочастотной погрешности измерения цифровых фазометров с постоянным временем измерения посвящен ряд работ. В [1] получены выражения для максимального значения низкочастотной погрешности, в [2] — выражения для среднеквадратичной погрешности в предположении, что частота следования счетных импульсов остается неизменной.

В настоящей работе рассматривается более общий случай, когда частота следования счетных импульсов изменяется во время измерения. Полученное общее выражение для низкочастотной погрешности позволило наметить путь для сокращения ее.

Как известно, принцип действия цифровых фазометров основан на измерении счетным способом временного сдвига между исследуемыми процессами. При этом в фазометре вырабатываются следующие с частотой исследуемого процесса «пачки» счетных импульсов, имеющие длительность, равную временному сдвигу между исследуемыми процессами [3]. Общее количество счетных импульсов за некоторое время из-

мерения, сосчитанное электронным счетчиком фазометра, пропорционально измеряемому фазовому сдвигу.

В случае малого количества пачек счетных импульсов, прошедших на счетчик за время измерения, присчет или недосчет пачки или доли пачки счетных импульсов в большой степени сказывается на результате измерения, что приводит к появлению значительной низкочастотной погрешности. Это имеет место как при малой величине времени измерения, так и при низких частотах исследуемых процессов.

Предположим, что огибающая пачек счетных импульсов $U(t)$ принимает значение 1 в момент, когда счетные импульсы проходят на электронный счетчик, и значение 0 в момент отсутствия счетных импульсов. Тогда общее количество счетных импульсов N , прошедших за время измерения Θ на электронный счетчик, может быть определено как

$$N = \int_{-\Theta/2}^{\Theta/2} U(t) f(t) dt. \quad (1)$$

При этом предполагается, что частота следования счетных импульсов $f(t)$ много выше частоты исследуемого процесса, и погрешностью, возникающей вследствие присчета или недосчета одного счетного импульса в каждой пачке, можно пренебречь.

Огибающая пачек счетных импульсов $U(t)$ может быть представлена рядом Фурье

$$U(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n(2\pi k F t + \psi), \quad (2)$$

где k — число полупериодов исследуемого процесса, используемых для измерения (равно 1 или 2);

F — частота исследуемого процесса;

ψ — сдвиг фазы первой гармонической составляющей $U(t)$ относительно момента середины измерения;

A — коэффициенты Фурье, зависящие от величины измеряемого угла φ и от количества полупериодов k , используемых для измерения;

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cos 2\pi k n F t dt = \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T\varphi}{4\pi}} \cos 2\pi k n F t dt = \frac{2}{\pi n} \sin \frac{k n \varphi}{2}; \end{aligned}$$

$$A_0 = \frac{k\varphi}{\pi} \left(T = \frac{1}{F} \right).$$

Общее количество импульсов, прошедших на счетчик за время измерения, может быть определено как

$$N = \frac{A_0}{2} \int_{-\Theta/2}^{\Theta/2} f(t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_{-\Theta/2}^{\Theta/2} f(t) \cos n(2\pi k F t + \psi) dt. \quad (3)$$

Первое слагаемое в выражении (3) соответствует величине измеряемого угла. Оно зависит лишь от величины угла и от общего количества счетных импульсов, генерированных за время измерения:

$$N_1 = \frac{A_0}{2} \int_{-\Theta/2}^{\Theta/2} f(t) dt = \frac{k\varphi}{2\pi} N_{\text{общ}}, \quad (4)$$

где $N_{\text{общ}} = \int_{-\Theta/2}^{\Theta/2} f(t) dt$. Остальная часть выражения (3) соответствует низкочастотной погрешности измерения.

Рассмотрим первый член ряда в выражении для погрешности, имеющий наибольшую величину

$$\Delta N_1 = A_1 \int_{-\Theta/2}^{\Theta/2} f(t) \cos(2\pi k F t + \psi) dt. \quad (5)$$

Так как счетные импульсы отсутствуют до момента начала и после окончания времени измерения, т. е.

$$f(t=0); \quad t \leq -\Theta/2; \quad t \geq \Theta/2.$$

Выражение (5) может быть представлено

$$\Delta N_1 = A_1 \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(2\pi k F t + \psi) dt.$$

Таким образом, выражение для основной составляющей низкочастотной погрешности соответствует интегралу Фурье от функции $f(t)$ и имеет тот же характер, что и спектральная плотность функции $f(t)$, связывающей частоту следования счетных импульсов со временем.

Следовательно, можно влиять на характер частотной зависимости погрешности и на ее величину путем соответствующего изменения частоты следования счетных импульсов в течение времени измерения.

В существующих цифровых фазометрах частота следования счетных импульсов во время измерения неизменна, т. е. функция $f(t)$ является прямоугольным импульсом. Это приводит к значительным погрешностям, так как прямоугольный импульс имеет относительно широкий спектр. Возможным путем сокращения погрешности является изменение частоты счетных импульсов по закону $f(t)$, имеющему более узкий спектр. В частности, к снижению погрешности должно привести изменение частоты следования счетных импульсов по закону параболы, полуволны синусоиды или равнобедренного треугольника.

Определим величину низкочастотной погрешности цифрового фазометра в случае изменения частоты следования счетных импульсов по закону равнобедренного треугольника. Для этого используем выражение (3).

Частота следования счетных импульсов может быть выражена следующим образом:

$$\begin{aligned} f(t) &= f_{\max} (1 + 2t/\Theta) \text{ при } -\Theta/2 \leq t \leq 0; \\ f(t) &= f_{\max} (1 - 2t/\Theta) \text{ при } 0 \leq t \leq \Theta/2; \\ f(t) &= 0 \text{ при } |t| \geq |\Theta/2|. \end{aligned}$$

Подставив в выражение (3) значения A_0, A_n и $f(t)$ и произведя необходимые преобразования, получим количество импульсов, зарегистрированное за время измерения счетчиком фазометра:

$$N = f_{\max} \left\{ \frac{k \varphi \theta}{4\pi} + \frac{16}{4\pi^3 \theta^2 k^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin k n \varphi/2}{n^3} \sin^2 k n \left(\frac{\pi F \theta}{2} \right) \cos k n \psi \right\},$$

откуда может быть получен результат измерения

$$\varphi_{\text{изм}} = \varphi + \frac{16}{k^3 \theta^2 F^2 \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin k n \varphi/2}{n^3} \sin^2 k n \left(\frac{\pi F \theta}{2} \right) \cos k n \psi$$

и величина низкочастотной погрешности измерения

$$\delta = \frac{16}{k^3 \theta^2 F^2 \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin k n \varphi/2}{n^3} \sin^2 k n \left(\frac{\pi F \theta}{2} \right) \cos k n \psi. \quad (6)$$

Для практических целей представляют интерес максимальное и среднеквадратичное значения погрешности измерения. Величина максимальной погрешности может быть получена из выражения (6) при $\psi=0$, что соответствует совпадению центра пачки счетных импульсов с моментом, соответствующим середине времени измерения:

$$\delta_{\max} = \frac{16}{k^3 \theta^2 F^2 \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin k n \varphi/2}{n^3} \sin^2 \left(k n \pi \frac{F \theta}{2} \right). \quad (7)$$

Величина среднеквадратичной погрешности измерения может быть также определена из выражения (6). Полагаем ψ случайной величиной с равномерным распределением. Тогда

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta^2(\psi) d\psi}$$

и в соответствии с равенством Парсеваля

$$\sigma = \frac{8\sqrt{2}}{k^3 \theta^2 F^2 \pi^2} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 k n \varphi/2}{n^6} \sin^4 \left(k n \pi \frac{F \theta}{2} \right)}. \quad (8)$$

Для большинства практических расчетов в выражениях (7) и (8) достаточно использовать лишь первый член разложения.

Расчет максимального и среднеквадратичного значений низкочастотной погрешности обычного цифрового фазометра с неизменной частотой следования счетных импульсов, произведенный также с помощью рядов Фурье, приводит к выражениям:

$$\varphi_{\max} = \frac{4}{k^2 \pi F \theta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin k n \varphi/2}{n^2} \sin(n k \pi F \theta); \quad (9)$$

$$\sigma = \frac{4}{\sqrt{2} k^2 F \theta \pi} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 k n \varphi/2}{n^4} \sin^2(k n \pi F \theta)}. \quad (10)$$

На рис. 1 приведены кривые максимальных и среднеквадратичных значений погрешности измерения для $k=1$ и $\varphi=180^\circ$, рассчитанные по формулам (7), (8) и (9), (10).

Сопоставление выражений (7), (8) и (9), (10) показывает, что погрешности измерения цифрового фазометра с изменением частоты следования счетных импульсов по закону треугольника в $k\theta F/4$ раз меньше погрешностей обычного фазометра. Это открывает широкие возможности для сокращения погрешности без увеличения времени измерения.

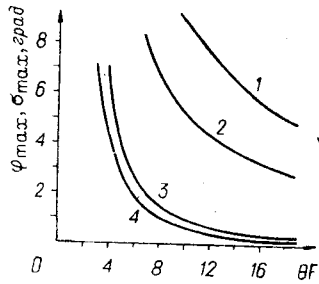


Рис. 1. Предельные значения погрешностей:

1 — максимальной для обычного фазометра; 2 — среднеквадратичной для обычного фазометра; 3 — максимальной с уменьшенным временем измерения; 4 — среднеквадратичной для фазометра с уменьшенным временем измерения.

На рис. 2 представлена блок-схема цифрового фазометра, реализующего предложенный метод [4]. Как и в обычных фазометрах, формирующее устройство фазометра вырабатывает прямоугольные импульсы с длительностью, равной временному интервалу между исследуемыми процессами. Эти импульсы совместно со счетными импульсами от генератора поступают на схему совпадения. Пачки счетных импульсов с выхода схемы совпадения поступают на электронный счетчик. Триггерный делитель частоты и электронный ключ ограничивают время измерения, обеспечивая подачу на схему совпадения заранее определенного числа счетных импульсов.

В отличие от обычных фазометров генератор счетных импульсов выполнен управляемым по частоте. Для изменения частоты следования счетных импульсов по закону равнобедренного треугольника с сохранением неизменным общего количества импульсов за время измерения используется цепь обратной связи, состоящая из триггерного делителя

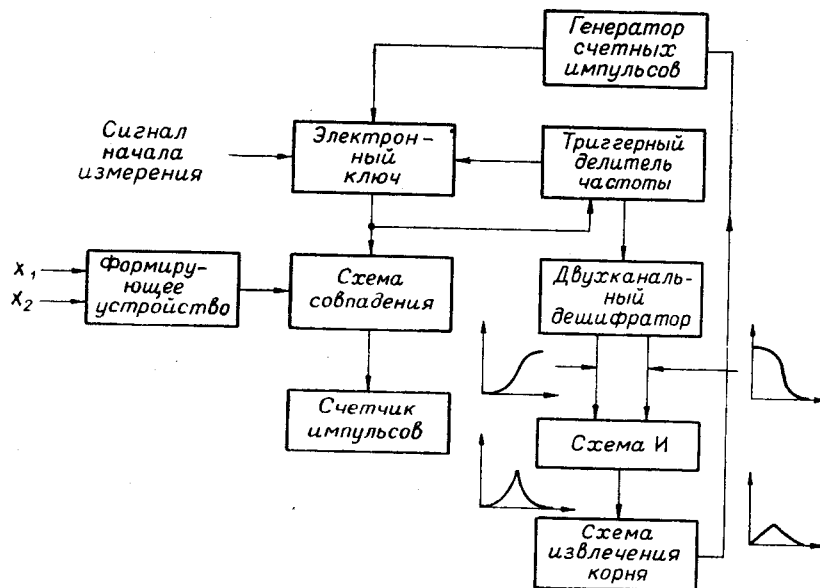


Рис. 2. Блок-схема цифрового фазометра с сокращенным временем измерения.

частоты, двухканального дешифратора, выполненного на сопротивлении, схемы И и схемы извлечения квадратного корня.

При подаче на вход триггерного делителя частоты счетных импульсов с линейно изменяющейся частотой с выходов двухканального дешифратора снимаются возрастающее и падающее напряжения, образованные отрезками парабол. Схема И и схема извлечения квадратного корня формируют из возрастающего и падающего напряжений треугольное напряжение, используемое для управления частотой генератора счетных импульсов.

Полученные в настоящей работе теоретические выводы были подтверждены путем проверки макета однополупериодного цифрового фазометра с изменением частоты счетных импульсов по закону равнобедренного треугольника. Макет имел время измерения $\Theta \cong 40$ мсек, общее количество счетных импульсов за время измерения $N_{\text{общ}} = 3600$.

Частота следования счетных импульсов изменялась за время измерения в пределах от 18 до 180 кГц. С помощью макета производилось измерение угла $\varphi = 180^\circ$ в диапазоне частот 250—310 Гц через каждые 10 Гц. На каждой частоте производилось 20 измерений, и по их результатам были определены среднеквадратичные значения погрешностей на каждой частоте. Значения погрешностей, полученные в результате эксперимента, а также рассчитанные по формулам (8) и (10), нанесены на графике рис. 3. Величины погрешностей, полученные в результате эксперимента, несколько превышают расчетные значения. Это объясняется двумя причинами: а) отклонением закона изменения частоты счетных импульсов от расчетного; б) наличием высокочастотной погрешности измерения, которая не учитывалась при проведении расчетов. Влияние высокочастотной погрешности может быть уменьшено путем повышения частоты следования счетных импульсов.

Приведенные расчеты и экспериментальные данные подтверждают возможность создания цифровых фазометров с уменьшенной низкочастотной погрешностью без увеличения времени измерения.

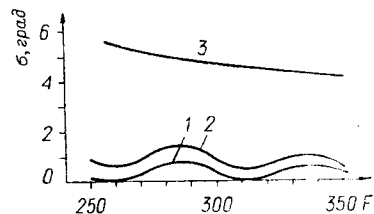


Рис. 3. Среднеквадратичная погрешность измерения однополупериодного фазометра с $\Theta = 38,5$ мсек, $N_{\text{общ}} = 3600$ имп.: 1 — расчетная для фазометра с сокращенным временем; 2 — экспериментальная для фазометра с сокращенным временем; 3 — расчетная для обычного фазометра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Поляков. Методические погрешности цифровых фазометров с постоянным измерительным временем. — Приборы и техника эксперимента, 1959, № 3.
2. С. С. Кузнецкий, М. К. Чмых. Статистические характеристики погрешностей цифровых фазометров. — Труды V конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Новосибирск, «Наука», 1965.
3. В. В. Ковалевская, Б. З. Беленький. Цифровой фазометр с постоянным измерительным временем. — Труды конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
4. П. Т. Смирнов, Б. З. Беленький, О. В. Мурашов. Цифровой фазометр с постоянным измерительным временем. Авторское свидетельство № 192932. — ИПОТЗ, 1967, № 6.

Поступила в редакцию
3 ноября 1967 г.