

или отрицательной полярности в зависимости от того, преобладает сигнал с выходной обмотки измерительного трансформатора Тр1 или Тр2. Говоря о положительном или отрицательном сигнале на выходе суммирующего трансформатора Тр3, нужно помнить, что амплитуда сигнала на выходе является огибающей импульсов, которые идут с постоянной частотой задающего генератора 1.

Выходные характеристики устройства приведены на рис. 4. Кривая 1 изображает изменение напряжения в зависимости от перемещения чувствительного элемента (x мм), когда к выходу устройства присоединен высокоомный прибор, например катодный осциллограф или ламповый вольтметр, а кривая 2 показывает изменение тока при работе на низкоомную нагрузку типа низкоомного шлейфа осциллографа с внутренним сопротивлением $R_n = 10$ ом. Как видно из этих характеристик, линейная зона устройства лежит в пределах $\pm 0,7$ мм.

Порог чувствительности устройства $\pm 0,004$ мм. Основная погрешность устройства $\pm 1,5\%$. Испытания устройства на вибростенде на частотах от 0 до 90 гц (верхний предел частоты ограничивался техническими возможностями стенда) показали, что амплитудно-частотная характеристика устройства имеет постоянную амплитуду до 60 гц, а на частоте 90 гц наблюдается подъем характеристики на 1,5 дб.

Величину линейной зоны устройства можно изменить, изменяя сечение ферритового кольца. Применяя высокотемпературные ферритовые кольца, можно получить достаточную стабильность крутизны устройства при значительном перепаде окружающей температуры.

Поступило в редакцию
10 мая 1968 г.

УДК 621.391.519.2

В. Д. РОМАНОВ
(Ленинград)

ОБ ОЦЕНКЕ НЕКОТОРЫХ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА УЗКОПОЛОСНОГО СЛУЧАЙНОГО КОЛЕБАНИЯ

Измерение энергетических спектров случайных процессов является достаточно трудоемкой задачей. Однако для сравнительной оценки спектров достаточно знать их числовые характеристики, непосредственное измерение которых возможно благодаря их связи с параметрами исследуемого процесса. Известно [1], что средняя частота (ω_1) энергетического спектра нормального стационарного случайного процесса $x(t)$, определяемая в виде

$$\omega_1 = m_1 = \frac{\int_0^{\infty} F(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} F(\omega) d\omega}, \quad (1)$$

где $F(\omega)$ — функция распределения спектральной плотности мощности процесса $x(t)$, называемая энергетическим спектром [2], равна среднему значению мгновенной частоты:

$$\Omega = \frac{d\Phi}{dt}, \quad (2)$$

где Φ — фаза случайного процесса $x(t)$ при его записи в виде $x(t) = A(t)\cos\Phi(t)$; $A(t)$ — огибающая процесса.

В настоящей работе получена связь другой числовой характеристики энергетического спектра — относительной ширины δ^2 , определяемой выражениями:

$$\delta^2 = \left(\frac{\Delta}{\omega_1} \right)^2 \text{ и } \Delta^2 = m_2 - m_1^2, \quad (3)$$

где m_2 — второй абсолютный момент нормированного энергетического спектра случайного процесса, т. е.

$$m_2 = \frac{\int_0^{\infty} \omega^2 F(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} F(\omega) d\omega}, \quad (4)$$

с дисперсией коэффициента формы единичных волн, легко выделяемых в узкополосном колебании.

Вопрос измерения формы волн колебания был поднят в связи с обнаруженной высокой информативностью динамики формы волн биоэлектрических потенциалов мозга — электроэнцефалограммы (ЭЭГ) [3, 4]. Форму единичной волны можно характеризовать безразмерным коэффициентом, называемым коэффициентом асимметрии ε (рис. 1, а):

$$\pm \varepsilon = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}, \quad (5)$$

где τ_1 — длительность восходящего фронта волны; τ_2 — длительность нисходящего фронта, причем $\tau_1 + \tau_2 \approx T_1$, а $T_1 \approx \frac{2\pi}{\omega_1}$ — средний период колебаний.

Выражение (5) можно преобразовать следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{\tau - (T_1 - \tau)}{T_1} = \frac{2\tau}{T_1} - 1 = \eta - 1, \quad (6)$$

где τ — длительность восходящего фронта волны; $\eta = \frac{\tau}{0,5 T_1}$ — относительная длительность.

Заметим далее, что функция распределения длительностей восходящих фронтов волн процесса $x(t)$ будет совпадать с функцией распределения длительностей пребывания выше нулевой линии процесса $\xi(t)$, полученного путем дифференцирования $x(t)$. Процесс $\xi(t)$ также нормален и узкополосен [5]. Задача отыскания закона распределения длительностей положительных выбросов узкополосного нормального процесса решалась рядом авторов [6—9]. Воспользуемся результатами [6]. После преобразований выражение для функции распределения относительной длительности η можно записать так:

$$W(\eta) = \frac{m_{1\xi} \delta_\xi^2}{2\pi(1 + \delta_\xi^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{\eta}{\left[\left(\eta - \frac{1}{1 + \delta_\xi^2} \right)^2 + \frac{\delta_\xi^2}{(1 + \delta_\xi^2)^2} \right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (7)$$

где $m_{1\xi}$ и δ_ξ^2 — числовые характеристики энергетического спектра $\{F_\xi(\omega)\}$ процесса $\xi(t)$, определяемые соотношениями (1), (3), (4).

Известно, что для энергетических спектров исходного процесса $x(t)$ и полученного дифференцированием его справедлива связь [5]

$$F_\xi(\omega) = \omega^2 F_x(\omega). \quad (8)$$

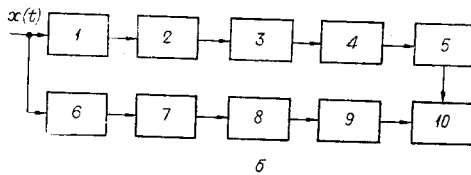
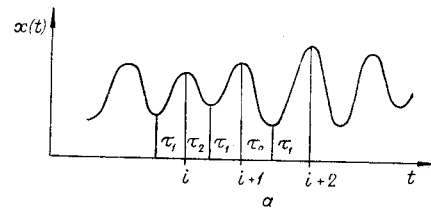


Рис. 1. Определение коэффициента асимметрии (а); блок-схема измерения дисперсии коэффициента асимметрии (б):

1 — дифференцирующий усилитель; 2 — усилитель-ограничитель; 3 — аperiodическое звено; 4 — детектор; 5 — интегратор; 6 — усилитель-ограничитель; 7 — частотный детектор; 8 — амплитудный детектор; 9 — интегратор; 10 — ЭЦР-1.

Выразим параметры $m_{1\xi}$ и δ_{ξ}^2 через соответствующие характеристики исходного процесса. Используя связь (8), а также соотношения (1), (3), (4), при выполнении условия узкополосности ($\delta_x^2 \ll 1$) получим приближенные равенства:

$$m_{1\xi} \approx m_{1x} = \omega_1; \quad \delta_{\xi}^2 \approx \frac{\delta_x^2 (1 - 3\delta_x^2)}{(1 + 3\delta_x^2)^2} \approx \delta_x^2. \quad (9)$$

Таким образом, полученное распределение (7) зависит от средней частоты энергетического спектра процесса $x(t)$ и от параметра δ_x^2 , определяемого шириной полосы. Математическое ожидание $M[\eta]=1$ при $\delta_x^2 \ll 1$.

Связь дисперсии распределения в области существования η ($0 \leq \eta \leq 2$) с параметрами ω_{1x} и δ_x^2 , если упустить промежуточные выкладки, выражается формулой

$$D_{\eta} = D_{\xi} = \frac{\omega_{1x}}{2\pi} \left[2\delta_x^2 \ln \left(1 + \frac{4}{\delta_x^2} \right) \right]. \quad (10)$$

Эта зависимость может использоваться для оценки ширины энергетического спектра стационарного или изменения текущего энергетического спектра нестационарного случайного процесса. Измерение дисперсии коэффициента асимметрии ε через (6), связанного с η , принципиально несложно осуществить по блок-схеме (рис. 1, б), реализуемой аналоговой вычислительной машиной.

Устройство для измерения оценок числовых характеристик энергетического спектра состоит из двух каналов: канала средней частоты и канала дисперсии асимметрии, набранных на аналоговой вычислительной машине МН-7. Измерение и регистрация величин на выходе каналов осуществляется электронным цифровым регистрирующим устройством (ЭЦР-1) с циклом, определяющим эпоху анализа.

На рис. 2 представлены результаты обработки отрезка записи электрической активности мозга кролика, представляющей собой нестационарный, близкий к нормальному процесс с пятисекундной эпохой анализа.

Хорошее совпадение результатов эксперимента с рассчитанной по формуле (10) кривой говорит о близости используемой модели и исследуемого реального процесса.

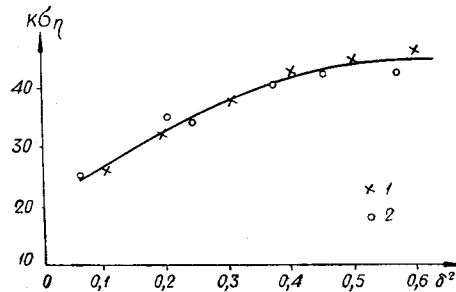


Рис. 2. Зависимость дисперсии коэффициента асимметрии от ширины энергетического спектра:

1 — расчетные, 2 — экспериментальные точки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Финк. Соотношения между спектром и мгновенной частотой сигнала.— Проблемы передачи информации, 1966, т. II, вып. 4.
2. В. И. Бунимович. Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах. М., «Советское радио», 1951.
3. А. А. Генкин, В. К. Захаров, В. И. Тарабукин. Автоматический анализ длительностей восходящих и нисходящих фаз колебаний электроэнцефалограммы.— Журнал высшей нервной деятельности, 1964, т. XIV, вып. 5.
4. И. П. Емельянов. О проявлениях релаксации в колебаниях биопотенциалов мозга.— Электрофизиологические исследования в клинике и экспертной практике. Л., «Медицина», 1964.
5. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. М., «Советское радио», 1966.
6. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. Л., Судпромгиз, 1961.
7. Л. И. Бялый. Плотность распределения интервалов между нулями узкополосного нормального стационарного процесса.— Радиотехника и электроника, 1959, № 3.

8. В. И. Тихонов. Плотности поверхностей для длительностей выбросов флюктуаций.— Радиотехника, 1960, № 9.
 9. А. А. Смердов. Распределение длительности выбросов частотно ограниченного случайного процесса.— В сб. «Методы отбора и передачи информации». Киев, «Наукова думка», 1965.

Поступило в редакцию
1 апреля 1968 г.

УДК 681.142.5.038

Е. Н. КАРЫШЕВ
(Новосибирск)

О ПОГРЕШНОСТЯХ ПОЛЯРНЫХ КОРРЕЛЯТОРОВ

Простые по структуре, наладке и эксплуатации могут быть созданы корреляторы при использовании полярного метода, предназначенного для обработки реализаций эргодических стационарных процессов с нормальным законом распределения [1, 2]. Он основан на связи нормированной корреляционной функции $\rho(\tau)$ и вероятности q совпадения знаков отклонений ординат центрированной случайной функции для двух моментов времени t и $t+\tau$. Для совпадения одинаковых знаков имеем

$$\rho_{--}(\tau) = \rho_{++}(\tau) = \sin \left\{ \frac{\pi}{2} [4 q_{\pm\pm}(\tau) - 1] \right\}, \quad (1)$$

для совпадения различных знаков —

$$\rho_{+-}(\tau) = \rho_{-+}(\tau) = \cos 2 \pi q_{\pm\mp}(\tau). \quad (2)$$

Легко видеть, что вероятности различных сочетаний знаков связаны следующими соотношениями:

$$q_{-+} = q_{+-}; \quad q_{++} = q_{--} = \frac{1}{2} - q_{-+} = \frac{1}{2} - q_{+-}.$$

В [3] описан одиннадцатиканальный фотоэлектронный полярный коррелятор, для которого исходные данные должны быть представлены в виде знаковой функции, т.е. в виде чередования темных и светлых полос на фотопленке шириной 35 мм. При получении знаковых функций центрированного случайного процесса преобразователь аналогового напряжения в последовательность прямоугольных импульсов, соответствующих знаку процесса, вносит погрешность, обусловленную конечным порогом чувствительности нелинейного элемента (например, усилителя — ограничителя). Эта погрешность эквивалентна погрешности от неточного центрирования случайного процесса.

Определим ее для всех возможных способов вычисления нормированных корреляционных функций, соответствующих выражениям (1)—(2). Для этого будем интегрировать двумерную плотность вероятности нормального случайного процесса с математическим ожиданием для процессов x_1 и x_2 одинаковым и не равным нулю; примем равными среднеквадратические отклонения $\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2} = \sigma$. Вероятность совпадения различных знаков равна

$$\begin{aligned} q_{\mp\pm} &= \int_{-\infty}^0 \int_0^{\infty} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^0 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^0 \int_0^{\infty} f(x_1) f(x_2/x_1) dx_1 dx_2 + \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^0 f(x_1) f(x_2/x_1) dx_1 dx_2 = \end{aligned}$$