

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

УДК 681.142.07(088.8)

Ю. Я. ЛЮБАРСКИЙ

(Москва)

ГИБРИДНЫЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ УЗЛОВ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Эффективным средством повышения точности аналоговых измерительных и вычислительных устройств является сочетание в одном устройстве элементов дискретного и непрерывного действия. Повышение точности универсальных функциональных преобразователей является весьма актуальной задачей, о чем свидетельствует большое количество работ в области гибридных (аналого-цифровых) функциональных преобразователей (ГФП), опубликованных в последние годы [1, 2 и др.]. Основным недостатком существующих ГФП, большинство из которых осуществляет линейную интерполяцию между заданными значениями функции, является равномерное расположение узлов интерполяции; это не позволяет с достаточной точностью аппроксимировать заданную функцию.

Метод построения аналоговых функциональных преобразователей с произвольным расположением узлов описан в [3]; эти преобразователи позволяют удобно настраивать функцию, допуская независимое изменение каждой координаты любого узла. В данной работе описан ГФП с линейной интерполяцией и произвольным расположением узлов. В преобразователе цифровое запоминание координат узлов и дискретный способ поиска интервала сочетаются с аналоговой интерполяцией внутри найденного интервала.

Пусть некоторая произвольная функция $y=f(x)$ задана координатами узлов интерполяции $(y_0, x_0), (y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots$ (рис. 1, а). Далее, пусть существует дискретное устройство поиска интервала интерполяции, которое для каждого значения аргумента x определяет координаты узлов x_i и x_{i+1} такие, что $x_i \leq x \leq x_{i+1}$. Тогда задача воспроизведения функции сводится к линейной интерполяции внутри найденного интервала. При этом переменная x заменяется переменной $x - x_i$, т. е. воспроизводится функция

$$y = f_1(x - x_i) \text{ при } x_i \leq x \leq x_{i+1}. \quad (1)$$

Основная трудность состоит в том, что диапазон изменения переменной $x - x_i$, не постоянен, а для различных интервалов интерполяции (т. е. для разных номеров) его величина различна. Эту трудность

можно преодолеть, осуществив замену переменной $x - x_i$ на переменную x^* , диапазон изменения которой для всех интервалов постоянен: $-1 \leq x^* \leq 0$ (за 1 принята максимальная по модулю величина выходного напряжения используемых в схеме операционных усилителей). Связь переменных x и x^* иллюстрирует рис. 1, б. Определение переменных x и y через новую переменную x^* (т. е. представление заданной функции в параметрической форме; параметр x^*) дает:

$$x = \varphi(x^*); \quad y = f[\varphi(x^*)] = F(x^*). \quad (2)$$

Совместное решение уравнений (2) — исключение x^* — позволяет воспроизвести заданную функцию $y = f(x)$. Воспроизведение функции

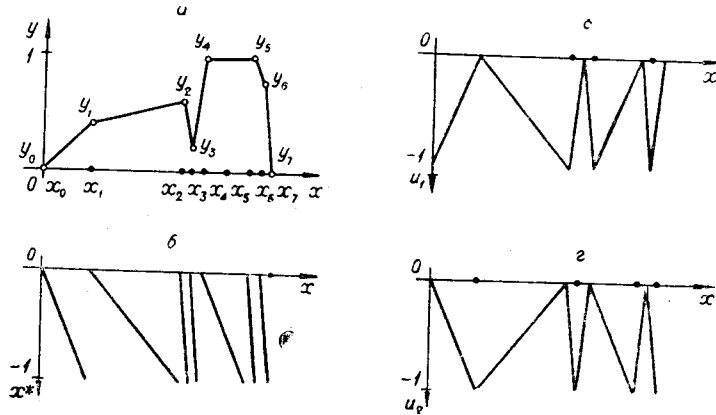


Рис. 1. Образование интерполирующих множителей: а — пример заданной функции; б — вспомогательная переменная x^* , используемая для интерполяции; в и г — интерполирующие множители u_1 и u_2 .

(2) не вызывает затруднений, так как сводится к интерполяции на интервале постоянной ширины. Удобно использовать формулы для линейной интерполяции, которые обеспечивают возможность независимого изменения координат узлов интерполяции:

$$\begin{aligned} x &= x_{2j} u_1(x^*) + x_{2j \pm 1} u_2(x^*); \\ y &= y_{2j} u_1(x^*) + y_{2j \pm 1} u_2(x^*); \quad j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Функции $u_1(x^*)$, $u_2(x^*)$ являются интерполяционными множителями. На каждом интервале интерполяции одна из этих функций равна x^* , а другая образуется в соответствии с равенством $u_1 + u_2 = -1$.

Функции $u_1(x^*)$, $u_2(x^*)$ изображены на рис. 1, в, г. Функция u_1 равна -1 в узлах с четными номерами ($2j$) и равна 0 в узлах с нечетными номерами ($2j \pm 1$), а функция u_2 — наоборот.

Можно показать, что формулы (3) являются частными случаями интерполяционной формулы Лагранжа (для линейной интерполяции внутри одного интервала) [4].

Функции x^* , u_1 , u_2 могут быть использованы не только для интерполяции внутри одного интервала, но и для поиска этого интервала. В самом деле, условие $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ соблюдается, если переменная x^* лежит в диапазоне $0, -1$, или, что то же самое, если обе функции u_1 и u_2 отрицательны (см. рис. 1, б — г). Поэтому поиск интервала интерполяции может быть организован путем перебора номеров

интервалов (изменение номера i) до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$\max(u_1, u_2) \leq 0. \quad (4)$$

Очевидно, что при соблюдении условия (4) выполняется условие $x_i \leq x \leq x_{i+1}$. Знак переменной x^* дает возможность определить направление поиска: если

$$x^* > 0, \quad (5)$$

то номер i интервала интерполяции следует уменьшать; если же $x^* < 0$ и условие (4) не соблюдается, то номер следует увеличивать.

Схема ГФП, реализующая изложенные выше принципы, изображена на рис. 2. Схема состоит из четырех основных блоков: устройства поиска (УП) интервала интерполяции 1, запоминающего устройства (ЗУ) для хранения координат узлов интерполяции 2, интерполятора (И) 3 для линейной интерполяции внутри найденного интервала и блока оценки (БО) 4, определяющего, попала ли текущая координата x внутрь данного i -го интервала. Ниже описывается устройство и работа блоков ГФП.

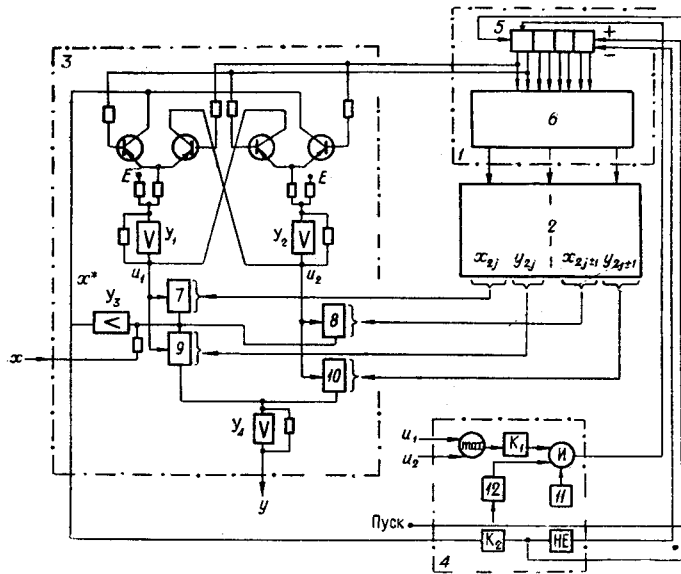


Рис. 2. Схема ГФП:

1 — устройство поиска; 2 — запоминающее устройство; 3 — интерполятор; 4 — блок оценки; 5 — реверсивный счетчик; 6 — устройство адресации; 7—10 — цифро-аналоговые преобразователи; 11 — генератор импульсов; 12 — одновибратор.

Устройство поиска. Устройство поиска состоит из реверсивного счетчика 5 и устройства адресации 6. Состояние триггеров счетчика 5 определяет код номера i интервала интерполяции. Поэтому число разрядов этого кода μ определяется, как $\mu = \log_2 m$, где m — число интервалов интерполяции. Устройство адресации преобразует код в сигналы на адресных шинах запоминающего устройства 2 так, чтобы обеспечить выбор из ЗУ координат двух узлов интерполяции, принадлежащих данному интервалу (x_i, y_i и x_{i+1}, y_{i+1}). Устройство адресации реали-

зуется с помощью диодных или транзисторных логических схем по формулам, не отличающимся от приведенных в [4] для ГФП с равномерным расположением узлов интерполяции.

Запоминающее устройство. Для достижения удовлетворительной точности и удобства ввода функции целесообразно использовать полуфиксированное цифровое ЗУ. Оно может быть выполнено в виде диодной матрицы, в которой диоды коммутируются с помощью оцифрованных штеккеров или перфокарт [2]. Так же, как в ГФП с равномерным расположением узлов [4], ЗУ разделено на две секции, в которых хранятся соответственно координаты узлов интерполяции с четными и нечетными номерами. В описываемом ГФП абсциссы узлов не фиксированы, поэтому в ЗУ хранятся не только ординаты, но и абсциссы узлов интерполяции: $x_{2j}, y_{2j}; x_{2j \pm 1}, y_{2j \pm 1}$.

Необходимость задания двух значений (абсциссы и ординаты) для каждого узла интерполяции не всегда приводит к увеличению объема ЗУ по сравнению с ГФП с равномерным расположением узлов. Для воспроизведения функций со сравнительно небольшим числом экстремумов необходимое число узлов при неравномерной аппроксимации оказывается обычно значительно меньшим, чем при равномерной аппроксимации с той же точностью, и, таким образом, объем ЗУ не увеличивается.

При воспроизведении многоэкстремальных функций, требующих большого числа узлов, неравномерная аппроксимация не приводит к уменьшению числа узлов. В этом случае, чтобы не увеличивать объема ЗУ, целесообразно использовать ГФП с равномерным расположением узлов.

Интерполятор. В интерполятор вводятся из ЗУ координаты узлов интерполяции, принадлежащих интервалу, код которого записан в счетчике 5 УП, а также входная величина x . Координаты узлов вводятся в И в цифровой форме, величина x — в аналоговой. Интерполятор содержит схемы для образования интерполирующих множителей u_1 и u_2 , включающие четыре транзистора и два операционных усилителя постоянного тока u_1 и u_2 , а также схемы для реализации и совместного решения (относительно x^*) уравнений (3), включающие цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП) 7—10 и операционные усилители u_3 и u_4 .

Функции u_1 и u_2 образуются путем реализации формул:

$$\begin{aligned} u_1 &= -1 - \min [\max (T_1, x^*); \max (\bar{T}_1, u_2)]; \\ u_2 &= -1 - \min [\max (\bar{T}_1, x^*); \max (T_1, u_1)], \end{aligned} \quad (6)$$

где T_1 и \bar{T}_1 — выходы триггера младшего разряда в реверсивном счетчике 5 УП. Из формул (6) следует, что функция u_1 на интервалах с четными номерами ($T_1=0, \bar{T}_1=1$) равна $-1-x^*$, а на интервалах с нечетными номерами ($T_1=1, \bar{T}_1=0$) — x^* ; функция u_2 , наоборот, на интервалах с четными номерами равна x^* , а на интервалах с нечетными номерами $-1-x^*$; это соответствует требуемому виду функций u_1 и u_2 (см. рис. 1, б — г).

Логические операции (выбор максимума и минимума), необходимые для реализации формул (6), выполняются с помощью транзисторных схем (две схемы, каждая на двух транзисторах), а операция инвертирования (перемены знака) и алгебраического суммирования осуществляются с помощью операционных усилителей U_1 и U_2 , на выходах которых образуются интерполирующие множители u_1 и u_2 .

Для перемножения аналоговых и цифровых величин удобно использовать ЦАП, у которого аналоговая переменная величина служит

опорным напряжением [1, 2]. Поэтому для перемножения аналоговых интерполирующих множителей u_1 и u_2 на цифровые величины координат узлов [см. формулу (3)] в описываемом ГФП используются аналого-цифровые преобразователи 7—10. Выходы ЦАП 7 и 8 соединяются с суммирующей точкой усилителя $У_3$, а выходы ЦАП 9 и 10 — суммирующей точкой усилителя $У_4$; таким образом реализуются формулы (3). Схема реализации формулы для x [первая из формул (3)] включена в цепь обратной связи усилителя $У_3$, на вход которого подана входная переменная x ; таким образом осуществляется замена переменных: x на x^* . На выходе усилителя $У_3$ образуется напряжение, соответствующее величине x^* , на выходе усилителя $У_4$ — напряжение, соответствующее выходной величине ГФП y .

Схема рис. 2 позволяет воспроизводить функции только одного знака. Для воспроизведения двуполярных функций перед выходным усилителем $У_4$ включается усилитель-инвертор, и выходы ЦАП 9 и 10 ключами, управляемыми знаковыми разрядами кодов $У_{2j}$ и $У_{2j+1}$; присоединяются ко входу усилителя-инвертора или непосредственно к выходному усилителю [4].

Блок оценки. Этот блок управляет работой реверсивного счетчика 5 в УП, пропуская на него импульсы от генератора 11, если значение входной переменной не «попадает» в интервал, код которого записан в счетчике 5, и определяет направление счета. Как уже указывалось, это управление поиском осуществляется на основе оценки знака функций x^* , u_1 и u_2 [условия (4) и (5)]. Условие (4) реализуется с помощью схемы выбора максимума, после которой включен компаратор K_1 (усилитель-инвертор; он может быть реализован с помощью одного транзистора), управляющий вентилем И; выход вентиля связан со счетчиком 5. Условие (5) реализуется с помощью компаратора K_2 , присоединенного к выходу усилителя $У_3$; выход этого элемента и выход последовательно с ним включенного элемента НЕ управляют направлением счета в счетчике 5.

Возможны два режима работы ГФП: 1) следящий режим; 2) «работа по команде».

Следящий режим целесообразен, когда входное напряжение ГФП изменяется относительно плавно; при этом содержимое счетчика 5 (код номера интервала) «следит» за изменением входной величины. При быстром, особенно при скачкообразном, изменении входной величины более высокое быстродействие обеспечивает «работа по команде». При этом перед функциональным преобразованием на ГФП подается командный импульс «пуск», который устанавливает счетчик 5 в состояние, соответствующее среднему интервалу интерполяции; тем самым обеспечивается сокращение времени поиска интервала интерполяции в два раза по сравнению с максимальным временем поиска при следящем режиме. Для улучшения динамики работы ГФП вблизи «точек переключения» кода в счетчике 5 используется одновибратор 12, работающий по команде «пуск» и присоединенный ко входу вентиля И; длительность импульса одновибратора рассчитана так, чтобы разрешить пропускание на счетчик 5 не более $m/2$ импульсов (m — число интервалов интерполяции). Таким образом, предотвращаются длительные колебания кода счетчика 5 между кодами двух интервалов при входном напряжении x , равном координате x узла на границе этих интервалов.

Очевидно, что режим «работа по команде» целесообразен при многократном использовании ГФП, которое применяется в ряде специализированных вычислительных устройств (см., например, [5]).

Максимальное время функционального преобразования при «работе по команде» составляет $\tau \frac{m}{2}$, где τ — период генератора импульсов 11 в БО; величина τ зависит от быстродействия операционных усилителей $У_1 — У_3$ в И: τ должно быть не меньше, чем время реакции этих усилителей на ступенчатое изменение входного напряжения.

Макет ГФП, основанный на изложенных выше принципах, осуществлен и испытан во Всесоюзном научно-исследовательском институте электроэнергетики (ВНИИЭ) в 1967 году. Макет предназначен для воспроизведения функций, аппроксимированных восьмизвенной ломаной с произвольным расположением узлов. Диапазон входного и выходного напряжений $0 — 50$ в. Максимальная крутизна функции 100. Испытания макета показали, что максимальное отклонение узлов воспроизводимых функций от заданных значений равно 0,25% от диапазона изменения выходного напряжения, а время функционального преобразования около 1,5 мсек.

Выводы

Благодаря произвольному расположению узлов интерполяции описанный ГФП обеспечивает возможность воспроизведения функций, аппроксимированных с достаточной точностью. Наиболее целесообразно использование ГФП для воспроизведения функций со сравнительно небольшим числом экстремумов.

ГФП обеспечивает высокое удобство ввода функции: функция вводится непосредственно координатами узлов интерполяции, причем каждая координата любого узла может быть изменена независимо от координат других узлов.

Сочетание дискретного поиска интервала интерполяции с аналоговой интерполяцией внутри найденного интервала в широком диапазоне изменения интерполяционных множителей, а также запоминание значений координат узлов в цифровой форме обеспечивают более высокую точность воспроизведения функций, чем в аналоговых преобразователях, использующих те же интерполяционные формулы [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. H. S m i d. Combined analog — digital computing elements. Proc. West Joint Comp. Conf., 1961, May.
2. В. Б. С м о л о в. Вычислительные преобразователи с цифровыми управляемыми сопротивлениями. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961.
3. Ю. Я. Л ю б а р с к и й. Универсальные функциональные преобразователи одной и двух переменных с произвольным расположением узлов интерполяции.— Труды ВНИИЭ, вып. 18. М., «Энергия», 1964.
4. С. А. Г и н з б у р г, Ю. Я. Л ю б а р с к и й. Гибридный функциональный преобразователь.— Автоматика и телемеханика, 1966, № 8.
5. Б. В. Б о р о з и н е ц и др. Аналого-цифровая вычислительная машина для расчетов экономических режимов в энергосистемах.— В сб. «Вычислительная техника в управлении». М., «Наука», 1966.

Поступила в редакцию
5 марта 1968 г.,
окончательный вариант
9 августа 1968 г.