

В. П. БУДЯНОВ, В. А. ИВАНОВ, А. И. ШЕЛОМАНОВ

(Новосибирск)

ИЗМЕРЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА МЕТОДОМ БЕСПОИСКОВОЙ АДАПТИВНОЙ МОДЕЛИ

При построении самонастраивающихся систем автоматического управления для объектов с изменяющимися динамическими характеристиками возникает необходимость непрерывного измерения параметров объекта с целью коррекции системы управления. Аналогичная задача возникает при проведении стендовых испытаний подобных объектов. Как правило, конечные результаты стендовых испытаний получают после последующей обработки данных. Получение динамических параметров испытуемого объекта непосредственно при испытании позволяет существенно интенсифицировать процесс испытаний и быстрее выявить наиболее неблагоприятные режимы работы объекта.

Наибольшее распространение в подобных задачах получил метод самонастраивающейся модели. Известно, что системы с моделью обратимы. Беспойсковые системы с моделью-эталонном замкнутой системы, в которых мгновенное значение ошибки в переходных процессах используется для перестройки регулятора, рассмотрены в [1]. В отличие от [1] в [2] была предложена иная методика построения беспойсковых адаптивных моделей. В основу этой методики положена качественная теория дифференциальных уравнений. Разработанные в [2] методы могут быть использованы для определения только одного динамического параметра. Целью исследования данной работы является теоретическая разработка и экспериментальная проверка методики построения беспойсковой адаптивной модели, предназначенной для определения в динамическом режиме двух параметров объекта — одного динамического и одного статического.

Постановка задачи. Пусть объект и модель описываются уравнениями:

$$Ty' + y = kx(t); \quad (1)$$

$$T_m(t) z' + z = k_m(t) x(t); \quad (2)$$

$$y(0) = z(0) = 0.$$

1. Для случая, когда $k_m(t) = k_m = k$ и $x(t) = X$ (скачкообразное воздействие), найдем такую функцию $T_m(t)$, при которой между моментом времени t_1 (этому моменту времени соответствует равенство $T_m(t_1) = T$) и моментом времени t_2 (когда $e(t_2) = y(t_2) - z(t_2) = 0$) суще-

ствовала бы пропорциональная зависимость вида $t_2 = nt_1$. После этого найдем, как влияет на величину n неравенство $k \neq k_m$, т. е. функцию $n(k, k_m)$.

II. Для случая, когда $T_m(t) = T_m = T$ и $x(t) = X$, найдем такую функцию $k_m(t)$, при которой между моментом времени t_3 (в этот момент времени $k_m(t_3) = k$) и моментом времени t_4 ($e(t_4) = 0$) существовала бы пропорциональная зависимость $t_4 = mt_3$. После этого найдем $m(T, T_m)$ при $T \neq T_m$.

На основании найденных зависимостей $n(k, k_m)$ и $m(T, T_m)$ будем строить алгоритм работы адаптивной модели. В качестве сигнала рассогласования, используемого для настройки параметров модели, где $\alpha(t) = \frac{1}{T_m(t)}$ (используем пары таких функций (или пары функций)), которые удовлетворяли бы следующим условиям:

$$\alpha(t_1) = \frac{1}{T}; \quad \int_0^{t_2} \alpha(\tau) d\tau = \frac{t_2}{T}; \quad t_2 = nt_1. \quad (4)$$

Из условий (4) получаем уравнение, которому должна удовлетворять искомая функция $\alpha(t)$ (индекс при t опускаем)

$$\int_0^{nt} \alpha(\tau) d\tau = \alpha(t) nt. \quad (5)$$

Это уравнение тождественное, поэтому, дифференцируя его, находим

$$t\alpha'(t) = \alpha(nt) - \alpha(t).$$

Не останавливаясь подробно на решении уравнения (6), отметим лишь, что это уравнение аналогично уравнениям Эйлера. Было найдено его частное решение, которое имеет вид

$$\alpha(t) = a \pm bt^h, \quad (7)$$

где a и b — произвольные постоянные, а $-1 < h \leq \infty$. При этом $n = \sqrt[h]{1+h}$. Если $h=1$, то $n=2$, а

$$T_m(t) = \frac{1}{a \pm bt}. \quad (8)$$

Этот частный случай и использовался в [2]. Для того чтобы исследовать зависимость $n(k, k_m)$ при $k \neq k_m$, запишем выражение для ошибки $e(t_2)$ и приравняем его нулю:

$$e(t_2) = kX \left(1 - e^{-\frac{t_2}{T}}\right) - k_m X \left(1 - e^{-at_2 - \frac{bt_2^2}{2}}\right) = 0. \quad (9)$$

Решить это уравнение относительно t_2 не представляется возможным. Однако учитывая, что предполагается высокое быстродействие системы, можно получить приближенное решение этого уравнения в области ма-

ных t_2 . Раскладывая (9) в ряд Тейлора по степеням t_2 , находим t_2 и далее

$$n = \frac{t_2}{t_1} = 2 \frac{\left(\frac{k}{k_m} \frac{1}{T} - a \right)}{\frac{1}{T} - a}. \quad (10)$$

Выражение (10) получено при следующих условиях:

$$T_m(t) = \frac{1}{a + bt}; \quad \frac{1}{T} > a; \quad b \gg a^2 - \frac{k}{k_m} \frac{1}{T^2}.$$

В том случае, когда

$$T_m(t) = \frac{1}{a - bt}; \quad a > \frac{1}{T}; \quad b \gg \frac{k}{k_m} \frac{1}{T^2} - a^2,$$

выражение для n имеет вид

$$n = 2 \frac{a - \frac{1}{T} \frac{k}{k_m}}{a - \frac{1}{T}}. \quad (11)$$

При определении параметра T можно воспользоваться также моделью «неидентичной» структуры [2]. Тогда уравнение модели имеет вид

$$\frac{1}{a + bt} z' + \left[1 - \frac{b}{(a + bt)^2} \right] z = k_m X. \quad (12)$$

Сигнал на выходе такой модели будет равен

$$z(t) = k_m X (a + bt) e^{-at - \frac{bt^2}{2}} \int_0^t e^{a\tau + \frac{b\tau^2}{2}} d\tau. \quad (13)$$

Записываем выражение для сигнала ошибки $e(t_2)$, раскладывая в ряд по степеням t_2 и приравниваем нулю. Далее, проделывая аналогичные вычисления, находим:

$$n = \frac{\frac{k}{k_m} \frac{1}{T} - a}{\frac{1}{T} - a} \quad (14)$$

при $T_m = 1/a + bt$; $\frac{1}{T} > a$; $b \gg -\frac{a^2}{2} + \frac{k}{k_m} \frac{1}{2T^2}$;

$$n = \frac{a - \frac{k}{k_m} \frac{1}{T}}{a - \frac{1}{T}} \quad (15)$$

при $T_m = \frac{1}{a - bt}$; $a > \frac{1}{T}$; $b \gg \frac{a^2}{2} - \frac{k}{k_m} \frac{1}{2T^2}$.

Как видно из выражений (10), (11), (14), (15), величина n меньше 1 или 2 при соответствующих условиях. Сведем полученные результаты в табл. I.

Таблица 1

Исходное состояние параметров объекта и модели		$n = t_2/t_1$		
		модель идентичной структуры	модель "неидентичной" структуры	
$k_m > k$	$T_m(0) > k$	$\frac{k_m}{T_m} > \frac{k}{T}$	Настройки нет	
		<	$n < 2$	$n < 1$
	$T_m(0) < T$	>	$n > 2$	$n > 1$
$k_m < k$	$T_m(0) < T$	<	$n > 2$	$n > 1$
	$T_m(0) > T$	>	$n < 2$	$n < 1$
		<	Настройки нет	

II. Теперь будем искать класс функций $k_m(t)$, которые удовлетворяли бы следующим условиям:

$$а) k_m(t_3) = k; \quad б) t_4 = mt_3. \quad (16)$$

Рассмотрим случай, когда $T_m(t) = T_m$. Выражения для выходных сигналов объекта (1) и модели (2) при $x(t) = X$ будут следующими:

$$y(t) = \frac{X}{T} e^{-\frac{t}{T}} \int_0^t k e^{\frac{\tau}{T}} d\tau; \quad z(t) = \frac{X}{T} e^{-\frac{t}{T_m}} \int_0^t k_m(\tau) e^{\frac{\tau}{T_m}} d\tau. \quad (17)$$

В момент времени t_4 ошибка $e(t_4)$ равна нулю. Заменяя t_4 на mt_3 и k на $k(t_3)$, имеем

$$k(t) \left[e^{\frac{mt}{T_m}} - e^{\left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T}\right) mt} \right] = \frac{1}{T} \int_0^{mt} k_m(\tau) e^{\frac{\tau}{T_m}} d\tau \quad (18)$$

(индекс при t опускаем). Дифференцируя тождественное равенство (18), получаем

$$k'(t) \left[1 - e^{-\frac{mt}{T}} \right] + k(t) m \left[\frac{1}{T_m} - \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T} \right) e^{-\frac{mt}{T}} \right] = \frac{m}{T_m} k(mt). \quad (19)$$

Решение уравнения (19) относительно искомого $k(t)$ весьма затруднительно, однако ясно, что оно будет зависеть от T_m и T . Рассмотрим вначале случай, когда $T = T_m$. Тогда уравнение (19) упрощается:

$$k'(t) T \left(1 - e^{-\frac{mt}{T}} \right) + mk(t) = mk(mt). \quad (20)$$

Решение этого уравнения также связано с существенными трудностями. Будем искать приближенное решение при малых значениях t . Приближенное решение может нас вполне удовлетворить по той причине,

что предполагается достаточно высокое быстродействие системы. Раскладывая выражение в скобках уравнения (20) в ряд, получаем

$$k'(t)t + k(t) = k(mt). \quad (21)$$

Как видим, уравнения (21) и (6) одинаковы; следовательно, (7) является решением (21).

Исследуя поведение $m(T, T_m)$ при $T_m \neq T$ и $k_m(t) = c + dt$ для малых значений t , найдем следующие выражения для $m(T, T_m)$:

$$m = 2 \frac{\frac{T_m}{T} k - c}{k - c} \quad (22)$$

при

$$k_m(t) = c + dt; \quad k > c; \quad d \gg \frac{T_m}{T} k - \frac{c}{T};$$

$$m = 2 \frac{c - k \frac{T_m}{T}}{c - k} \quad (23)$$

при

$$k_m(t) = c - dt; \quad c > k; \quad d \gg \frac{c}{T_m} - k \frac{T_m}{T}.$$

Рассмотрим теперь возможность определения параметра k объекта при помощи модели «неидентичной» структуры. Сигнал на выходе такой модели записываем в виде

$$z(t) = \frac{k_m(t)}{T_m} e^{-\frac{t}{T_m}} \int_0^t x(\tau) e^{\frac{\tau}{T_m}} d\tau. \quad (24)$$

Функции $m(T, T_m)$ при малых t имеют вид

$$m = \frac{\frac{T_m}{T} k - c}{k - c} \quad (25)$$

для $k_m(t) = c + dt$;

$$m = \frac{c - \frac{T_m}{T} k}{c - k} \quad (26)$$

для

$$k_m(t) = c - dt.$$

Проделав все вычисления для различных исходных состояний параметров, сводим полученные результаты в табл. 2. При выводе сведенных в табл. 1, 2 соотношений мы пользовались приближенным методом определения моментов времени t_2, t_4 . С целью подтверждения справедливости этих соотношений был проведен эксперимент, в результате которого получены зависимости $m(T, T_m)$ и $n(k, k_m)$. Для получения этих зависимостей были построены макеты самонастраивающихся моделей. Схемы этих макетов мы здесь не приводим, поскольку они аналогичны схемам, описанным в [2]. На рис. 1 приведены кривые n , снятые экспериментально при различных b , а на рис. 2 аналогичные кривые для модели «неидентичной» структуры. Из этих рисунков следует, что с ро-

Таблица 2

Исходное состояние параметров объекта и модели			$m = t_1/t_2$	
			модель идентичной структуры	модель «неидентичной» структуры
$k_M(0) < k$	$T_M < T$	$>$	$m > 2$	$m > 1$
	$T_M > T$	$<$	$m > 2$	$m > 1$
	$T_M < T$	$<$	$m < 2$	$m < 1$
		$>$	Настройки нет	

стом b экспериментальные кривые приближаются к теоретически рассчитанным. Теперь будем строить алгоритм работы модели.

Для построения алгоритма работы адаптивной модели и выбора величины b , характеризующей скорость настройки, требуется знать диапазон изменения параметров объекта, т. е. $T_{\min} - T_{\max}$ и $k_{\min} - k_{\max}$, что связано с использованием только сигнала ошибки для управления настройкой параметрами модели. Как правило, диапазон всегда известен. Отсюда и может быть выбрано исходное состояние параметров

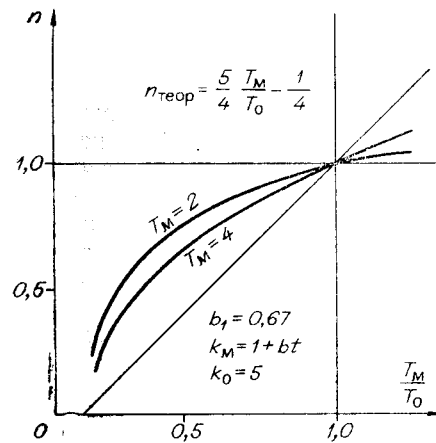
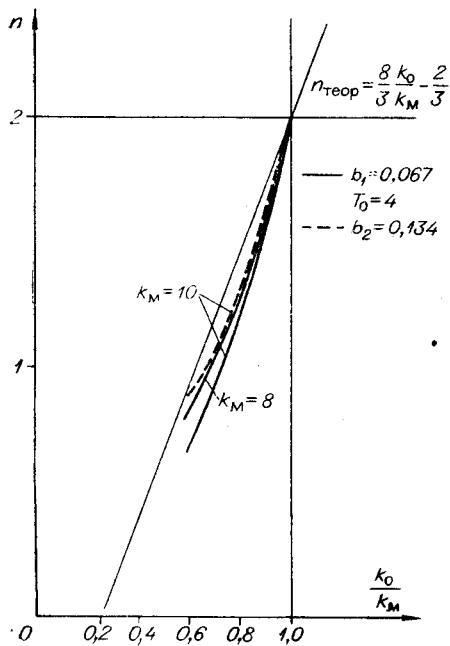


Рис. 2.

Рис. 1.

модели, например $T_m(0) = T_{\min}$, $k_m(0) = k_{\min}$. Установка параметров модели в исходное состояние приводит к незначительному возрастанию времени настройки, но при этом существенно снижаются погрешности. Это подтверждает эксперимент.

Алгоритм работы адаптивной модели строится таким образом, что в системе осуществляется последовательная настройка параметров в виде сходящегося процесса, причем порядок настройки $k_m(t)$ и $T_m(t)$ не задается заранее, а выбирается самой системой в зависимости от знака ошибки $e^*(t)$ и исходного состояния параметров $k_m(0)$ и $T_m(0)$. Структуру модели можно в принципе выбирать идентичной структуре объекта, а можно делать и комбинированной, т. е., например, настройку $k_m(t)$ осуществлять при идентичной структуре, а $T_m(t)$ при «неидентичной». К этому вопросу мы еще вернемся.

Для более четкого уяснения принципа построения таких систем рассмотрим вначале работу системы, блок-схема которой приведена на рис. 3, а, где БУ — блок управления, назначение которого — управлять настройкой $k_m(t)$, $T_m(t)$ и формированием сигналов $X^*(t)$ и $e^*(t) =$

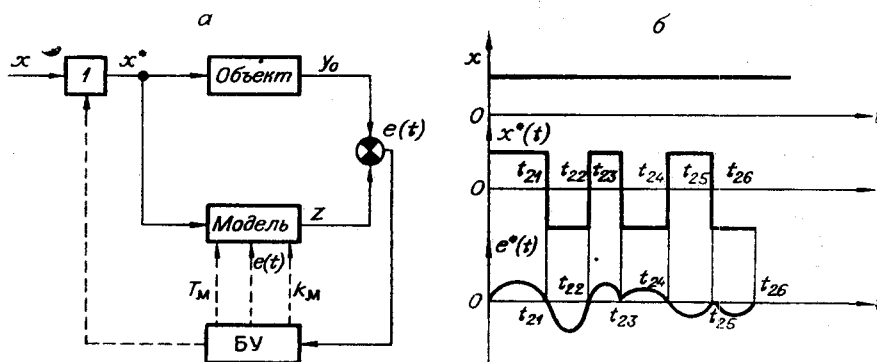


Рис. 3.

$= e(t) \text{ sign } X^*(t)$, а также в момент времени t_{2i} устанавливать на модели необходимые значения $k_m(t_{2i})$ и $T_m(t_{2i})$; 1 — блок формирования сигнала $X^*(t)$. Система работает следующим образом. Пусть на модели установлены следующие исходные состояния параметров: $k_m(0) = k_{\min}$, $T_m(0) = T_{\min}$. Остальные исходные состояния параметров должны быть выбраны обязательно такими, чтобы n и m были меньше 1 или 2, ибо ограничение величин n , m «сверху» и обеспечивает сходимость процесса настройки.

В момент времени $t=0$ ($y(0) = z(0) = 0$) на вход системы поступает скачкообразное воздействие $X > 0$. По знаку ошибки настраивается параметр $k_m(t)$ или $T_m(t)$, причем, если $e^*(t) > 0$, то настраивается $k_m(t)$, а если $e^*(t) < 0$, то настраивается $T_m(t)$. В моменты времени t_{2i} , когда ошибка $e^*(t)$ меняет знак, переключается полярность входного сигнала (см. рис. 3, б).

Пусть, например, первым настраивается коэффициент усиления $k_m(t)$. В момент времени t_{21} (когда $e(t_{21}) = 0$) БУ переключает в модели коэффициент $k_m(t_{21})$ на $k_m\left(\frac{t_{21}}{2}\right)$, если использовалось соотношение $m < 2$. Аналогично, если первым настраивается параметр $T_m(t)$, то в момент t_{21} БУ переключает $T_m(t_{21})$ на $T_m\left(\frac{t_{21}}{2}\right)$ при $n < 2$. Следующий

цикл настройки (а также выбор, какой параметр настраивать) схема осуществляет в зависимости от знака $e^*(t)$.

Если для настройки параметров используются соотношения $n < 1$, $m < 1$, то схема работает аналогично, только БУ не переключает параметры $k_M(t_{2i})$ и $T_M(t_{2i})$ на $k_M\left(\frac{t_{2i}}{2}\right)$ и $T_M\left(\frac{t_{2i}}{2}\right)$.

Процесс настройки заканчивается, когда ошибка $e(t)$ попадает в зону нечувствительности чувствительных элементов, реагирующих на сигнал ошибки.

Как следует из описания работы системы, только первый цикл на-

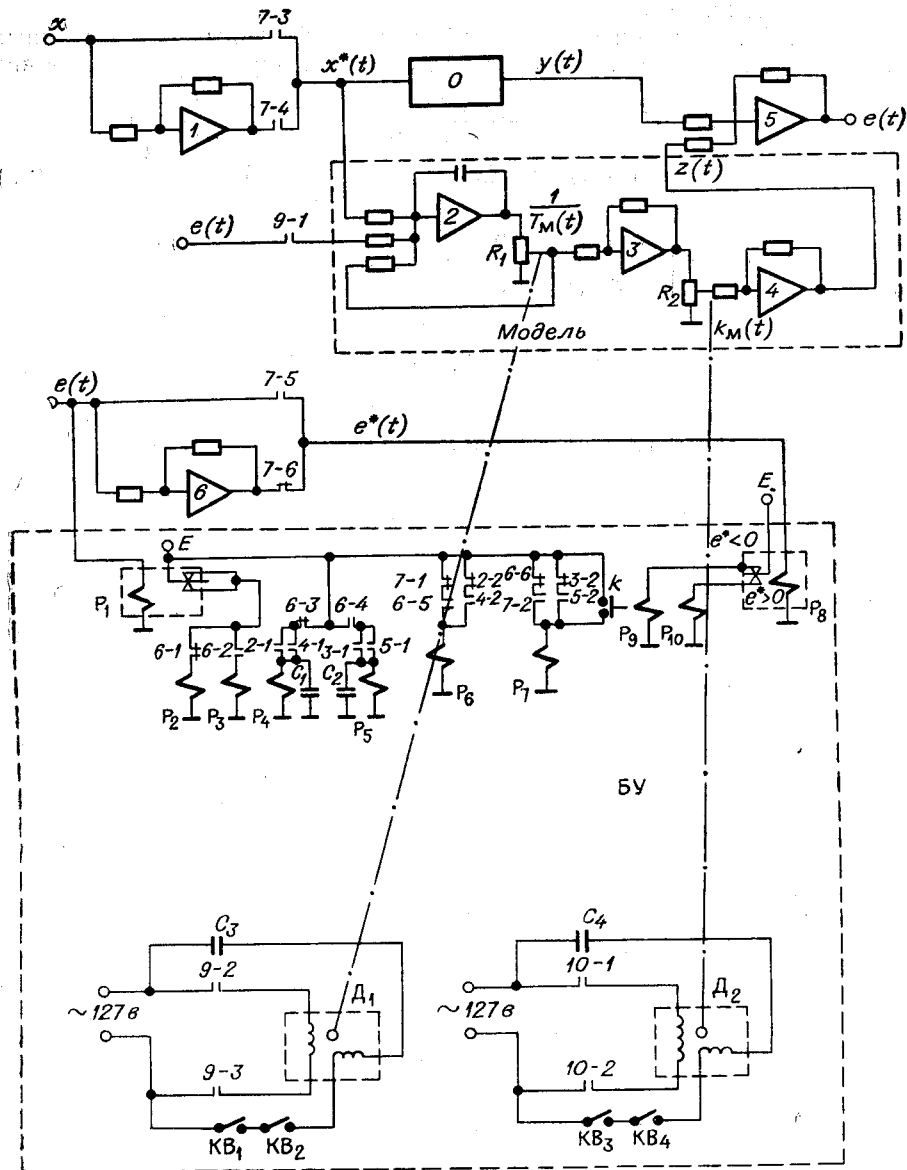


Рис. 4.

стройки одного из параметров осуществляется при нулевых начальных условиях. Все последующие циклы осуществляются уже при ненулевых, но одинаковых начальных условиях.

Таким образом, для доказательства сходимости алгоритма настройки при ненулевых начальных условиях нам необходимо показать, что и для этого случая величины n и m ограничены «сверху». Исследования показали, что для моделей идентичной структуры выполнение неравенств $n < 2$, $m < 2$ накладывает слабые ограничения на b и d . Для моделей «неидентичной» структуры были найдены условия, при которых алгоритмы настройки сходятся. Эти условия сводятся к тому, что на вход модели подается сигнал $\beta e(t)$, где β — вес обратной связи, взятый с соответствующим знаком.

На рис. 4 приведена схема одной из разработанных и испытанных систем. Уравнение модели и алгоритм настройки параметров имеют вид

$$\frac{1}{a - \varphi(t)bt} z' + \left[1 - \frac{\psi(t)d}{(c + dt)[a - \varphi(t)bt]} + \frac{\varphi(t)b}{[a - \varphi(t)bt]} \right] z = [c + \psi(t)dt] [x^*(t) + \varphi(t)e(t)], \quad (27)$$

где

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & e^*(t) \geq 0; \\ 1 & e^*(t) < 0; \end{cases} \quad \psi(t) = \begin{cases} 1 & e^*(t) > 0; \\ 0 & e^*(t) \leq 0; \end{cases}$$

$$e^*(t) = e(t) \operatorname{sign} X^*; \quad \operatorname{sign} X^* = \begin{cases} 1 & X^* > 0; \\ 0 & X^* = 0; \\ -1 & X^* < 0. \end{cases}$$

Это уравнение соответствует моделям «неидентичной» структуры, т. е. $n < 1$, $m < 1$. Система работает аналогично описанной ранее блок-схеме. Диаграмма работы системы приведена на рис. 5.

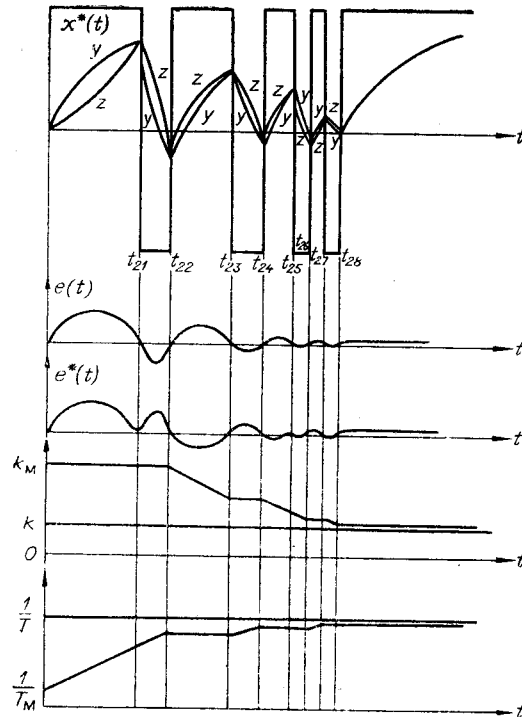


Рис. 5.

В ходе эксперимента параметры объекта изменялись в 10 раз. Процесс настройки параметров модели заканчивался за 5—6 шагов, а погрешность не превышала 5%.

Итак, разработана методика измерения двух изменяющихся параметров объекта при помощи беспойсковой адаптивной модели. В отличие от метода, изложенного в [2] и основанного на пропорциональности моментов времени равенства параметров и моментов времени равенства ошибки нулю, в предлагаемом методе используются неравенства, приведенные в табл. 1, 2. Это позволило настраивать одновременно два параметра модели. Как и все нестатистические методы, этот метод требует подачи на вход системы испыта-

1. В. Ю. Рутковский, И. Н. Крутова. Принцип построения и некоторые вопросы теории одного класса самонастраивающихся систем с моделью.— В сб. «Самонастраивающиеся системы». М., «Наука», 1965.
2. В. П. Будянов, А. О. Егоршин, Н. П. Филиппова, А. И. Шеломанов. Быстродействующие методы определения динамических параметров объектов в системах с моделью.— В сб. «Теория аналоговых и комбинированных вычислительных машин». М., «Наука», 1969.

*Поступила в редакцию
25 марта 1969 г.,
окончательный вариант —
10 июня 1969 г.*