

Выводы

Двоичные неравномерно следящие АЦП с точки зрения влияния дрейфа порогов срабатывания устройства сравнения на их быстродействие более целесообразно выполнять с формированием компенсационной величины ступенями, равными весовым значениям разрядов.

При оптимальном числе пороговых устройств значительно сокращается область допустимых изменений порогов срабатывания, при которых максимальное число тактов остается наименьшим.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Euler. Neue Prinzipien zur Analog-Digital Umwandlung und deren optimale Auslegung.— Frequenz, 1963, 17, № 10.
2. Г. П. Шлыков. О быстродействии и динамической погрешности цифровых вольтметров с параллельно-последовательным уравниванием.— Автометрия, 1968, № 3.
3. G. R. Cox, D. H. Glaeser. A Quantizing Encoder.— IEEE Trans., 1964, EC-13, № 3.
4. Г. Г. Матушкин. Исследование следящего и развертывающего методов аналого-цифрового преобразования с неравномерным уравниванием. Реферат канд. дисс. Новосибирск, 1968.
5. И. Ф. Клисторин, Г. Г. Матушкин. О выборе порогов срабатывания устройства сравнения цифровых измерительных приборов неравномерно следящего уравнивания.— Автометрия, 1967, № 2.
6. Г. Г. Матушкин. Зависимость максимального числа тактов уравнивания неравномерно развертывающих и неравномерно следящих АЦП от числа устройств сравнения.— Автометрия, 1969, № 2.

Поступило в редакцию
2 февраля 1969 г.,
окончательный вариант —
25 июня 1969 г.

УДК 621.391.173 : 681.301.518.4

А. Ф. АФРИМЗОН, В. П. ТАРАСЕНКО
(Томск)

К ВОПРОСУ О ВЫЧИСЛЕНИИ ФУНКЦИИ КРОСС-КОРРЕЛЯЦИИ ДВУМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ КАЧЕСТВО НАСТРОЙКИ РАДИОАППАРАТУРЫ

В [1, 2] показано, что оптимальным алгоритмом совмещения изображений в смысле минимума среднеквадратичной погрешности является тот, при котором достигается наибольшее значение главного максимума функции кросс-корреляции сравниваемых изображений, вычисляемой по формуле

$$R(\zeta', \eta') = C \int_s F_1(x, y) F_2(x', y') ds, \quad (1)$$

где C — коэффициент пропорциональности; $F_1(x, y)$ и $F_2(x', y')$ — функции, описывающие эталонное и реальное изображения соответственно; s — площадь сравниваемых изображений. Величина и координаты ζ_0, η_0 главного максимума $R^*(\zeta_0, \eta_0)$ определяются видом функций F_1 и F_2 .

При настройке радиоаппаратуры чаще всего используются перечисленные ниже типовые реакции: 1) переходная характеристика; 2) функция веса; 3) амплитудно-частотная характеристика; 4) фазочастотная характеристика.

Изображения этих реакций можно ограничить следующими условиями:

1) изображение реакции на экране индикатора непрерывно, ширина светящейся линии и ее яркость во всех точках вдоль оси одинаковы;

2) при перестройке радиоаппаратуры происходит изменение формы кривой, характеризующей качество настройки, так, что

$$F_2(x', y') = F_1(x, y) + f(x); \quad (2)$$

3) обратный ход луча индикатора затемняется;

4) кривая на экране индикатора себя не пересекает и каждому значению x соответствует лишь одно значение $y = F(x)$ (рис. 1);

5) маска эталонной характеристики изготавливается с экраном того же индикатора, на который затем будет подаваться реальная характеристика.

Используя приведенные условия, опишем картинку, на которой изображена, например, переходная характеристика. Пусть имеем радиотехническое устройство, характеризующееся линейным дифференциальным уравнением [3]

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = kx(t), \quad (3)$$

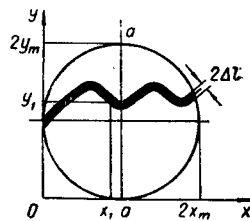


Рис. 1.

где $y(t)$; $\frac{dy(t)}{dt}$... — выходная реакция и ее производные;

a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 — коэффициенты уравнения; $x(t)$ — входное воздействие.

При подстановке $x(t) = 1(t)$ получим $y(t) = A(t)$ — переходную характеристику устройства:

$$A(t) = C_0 + \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}, \quad (4)$$

где $C_0 = \frac{k}{a_0}$ — частное решение неоднородного уравнения (3); C_i — коэффициент, зависящий от коэффициентов уравнения.

В системе координат x, y (см. рис. 1)

$$y = k_1 C_0 + k_1 \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i x}, \quad (5)$$

где $y = k_1 A(t)$; k_1 — коэффициент передачи индикатора по вертикальному входу; $x = k_2 t$; k_2 — коэффициент пересчета по горизонтальному входу индикатора.

В [4] показано, что плотность тока в пучке электронов, падающих на экран ЭЛТ в зависимости от расстояния r_s до центра пучка, а следовательно, и яркость свечения люминофора, если считать его линейным, описывается соотношением

$$\rho(r_s) = \rho_0 \alpha^2 \left(\frac{e \Phi_2}{k T} \right) \exp \left[-\pi \left(\frac{\rho_0}{I_T} \right) \alpha^2 r_s^2 \left(\frac{e \Phi_2}{k T} \right) \right], \quad (6)$$

где ρ_0 — плотность тока источника; α — апертурный угол изображения; e — заряд электрона; Φ_2 — потенциал изображения; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура катода; I_T — полный ток источника.

Таким образом, при прочих равных условиях яркость уменьшается экспоненциально вместе с квадратом расстояния от центра пучка. Исходя из этого и учитывая условия 1—5 и (6), введем следующую формулу:

$$F(x, y) = C e^{-\frac{A}{\Delta I} |y - f(x)|^2}, \quad (7)$$

где C — коэффициент пропорциональности между плотностью тока в пучке и соответствующим световым потоком с площадки люминофора экрана трубки; $y - f(x)$ соответствует расстоянию от центра пучка (т. е. r_s) и одновременно описывает исследуемую типовую реакцию; $A = \pi \alpha^2 \frac{\rho_0}{I_T} \left(\frac{e \Phi_2}{k T} \right)$; $a = 10^{-4}$ — эмпирический коэффициент,

взятый из сопоставления экспериментальных кривых распределения яркости по экрану ЭЛТ (рис. 2, $a - \theta$) с кривой «чистой» экспоненциальной зависимости

$$\exp \left[-\pi \left(\frac{\rho_0}{I_T} \right) \alpha^2 r_s^2 \left(\frac{e \Phi_2}{k T} \right) \right].$$

Так, для распространенного случая, когда $\alpha \approx 1^\circ$, $\Phi_2 = 2500$ в, $I_T = 100$ мкА, $T = 1000^\circ$ К, $\rho_0 = 0,5 \frac{a}{\text{см}^2}$, получаем:

$$\rho(r_s) = 4,2 e^{-1362 r_s^2}; \quad B = 4,2 C e^{-\frac{0,136}{\Delta l} [y - f(x)]^2} \quad (8)$$

где B — яркость соответствующей точки экрана.

Если полуширина линии развертки на экране ЭЛТ равна $\Delta l = 0,4 \div 0,5$ м (осциллографы типа С1-19; И-5М), то получаем кривую рис. 2, з (сравн. с рис. 2, а и б); если $\Delta l = 0,10$ мм, то получаем кривую рис. 2, д (сравн. с рис. 2, в).

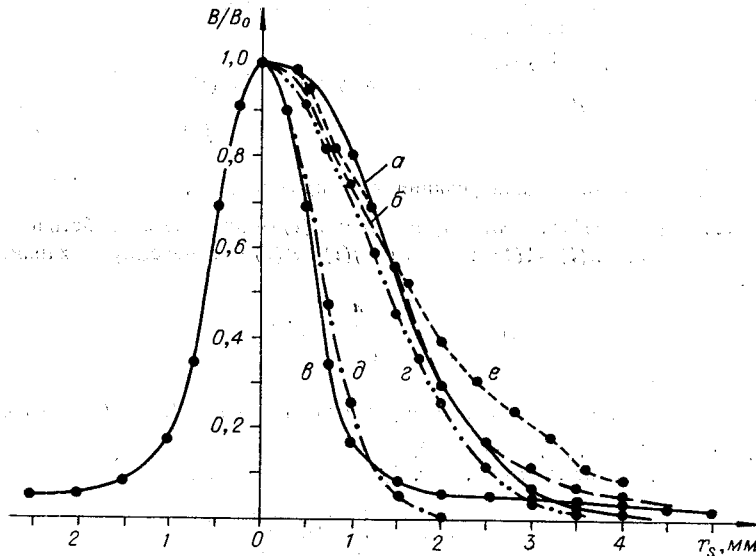


Рис. 2.

Как видно, (8) учитывает и ореольные явления. Близкое совпадение получаем и для кривой рис. 2, е, построенной по результатам фотограмм (рис. 3), снятых с маски, представляющей фотоснимок кривой с экрана осциллографа С1-19 (см. таблицу, рис. 3).

Подставляя (5) в (7), получаем

$$F(x, y) = C e^{-\frac{A [y - (k_1 C_0 + k_1 \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i x})]^2}{\Delta i}} \quad (9)$$

Например, для устройства, описываемого уравнением первого порядка, находим

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = k' x(t);$$

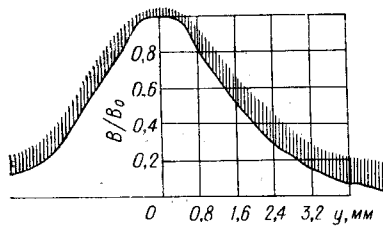


Рис. 3.

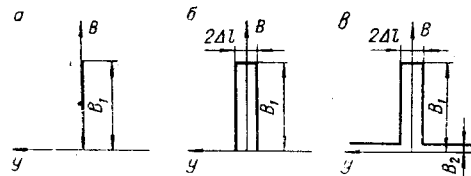


Рис. 4.

$r_s, \text{ мм}$	Теоретические данные		Фотометрия	И-5М		СИ-19		СИ-1	
	$\Delta l=0,4 \text{ мм}$	$\Delta l=0,1 \text{ мм}$		$U, \text{ в}$	$\frac{U}{U_0}$	$U, \text{ в}$	$\frac{U}{U_0}$	$U, \text{ в}$	$\frac{U}{U_0}$
0	1	1	1	135,0	1	150,0	1	145,0	1
0,25	0,98	0,91	0,99	—	—	—	—	130,0	0,9
0,5	0,915	0,712	0,97	127,0	0,942	146,0	0,97	100,0	0,703
0,75	0,82	0,47	0,83	—	—	—	—	50,0	0,35
1,0	0,712	0,26	0,75	100,0	0,74	120,0	0,8	25,0	0,175
1,25	0,59	0,12	0,67	—	—	—	—	—	—
1,5	0,46	0,05	0,55	75,0	0,555	82,5	0,55	11,0	0,08
1,75	0,353	0,015	0,47	—	—	—	—	—	—
2,0	0,257	0,0043	0,39	40,0	0,296	45,0	0,3	8,0	0,055
2,5	0,12	—	0,28	23,0	0,170	—	—	7,5	0,052
3,0	0,046	—	0,22	15,5	0,115	9,0	0,006	7,0	0,048
3,5	0,015	—	0,13	9,5	0,0705	—	—	7,0	0,048
4,0	—	—	0,09	7,5	0,055	2,0	0,013	4,5	0,031
4,5	—	—	—	5,0	0,037	—	—	—	—
5,0	—	—	—	4,3	0,0318	1,4	0,0093	3,5	0,024
5,5	—	—	—	3,2	0,0237	—	—	—	—
6,0	—	—	—	2,5	0,0185	0,6	0,004	3,5	0,024
6,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7,0	—	—	—	2,4	0,0177	—	—	—	—
8,0	—	—	—	2,2	0,0163	—	—	—	—
9,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Примечание. Результаты сняты с экранов осциллографов камерой с входным отверстием 0,10 мм на ФЭУ-16.

переходная характеристика имеет вид

$$A(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}),$$

где $k = \frac{k'}{a_0}$; $T = \frac{a_1}{a_0}$.

С учетом коэффициентов передачи осциллографа по входам уравнение переписем так:

$$y = k_1 A(t) = k_1 k (1 - e^{-\frac{k_2 t}{k_2 T}}) = k_1 k (1 - e^{-\frac{x}{k_2 T}}),$$

откуда

$$F(x, y) = C e^{-\frac{A[y - k_1 k (1 - e^{-\frac{x}{k_2 T}})]^2}{\Delta l}}$$

Возможен и иной подход к описанию картинки. Если приписать кривой на экране индикатора величину яркости B , а остальному полю экрана 0, то функция может быть представлена в общем виде [5]:

$$F(x, y) = \begin{cases} B, & \text{если } y - f(x) = 0; \\ 0, & \text{если } y - f(x) \neq 0. \end{cases} \quad (10)$$

Аппроксимации такого вида представлены на рис. 4. Для рис. 4, а

$$1. F(x, y) = B_1 a^{\frac{|y_j - f(x_i)|}{\delta(y_j)}}, \text{ если } a > 1; \quad (11)$$

$$2. F(x, y) = B_1 a^{-\frac{|y_j - f(x_i)|}{\delta(y_j)}}, \text{ если } 0 < a < 1,$$

где a — произвольное число, соответствующее приведенным условиям; y_j — ордината исследуемой точки картинки; x_i — абсцисса исследуемой точки; $\delta(y_j)$ — δ -функция, существующая при условии $y - f(x) = 0$.

Соответствующие аппроксимации для рис. 4, б и в можно записать следующим образом:

$$F(x, y) = \begin{cases} B_1, & \text{если } y + \Delta l \geq f(x) \geq y - \Delta l; \\ 0, & \text{если } y_j = |\Delta l| + f(x) + |\delta|; \end{cases} \quad (12)$$

$$F(x, y) = \begin{cases} B_1, & \text{если } y + \Delta l \geq f(x) \geq y - \Delta l; \\ B_2, & \text{если } y_j = |\Delta l| + f(x) + |\delta|. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь δ — бесконечно малое приращение величины y на границе, где $y_j = y + |\Delta l|$.

Имея описание картинок с помощью (7), можно, учитывая (1), представить распределение яркостей в плоскости корреляционной функции. Так, для упоминавшегося звена получаем

$$R(\xi', \eta') = C \int_{-x_m}^{x_m} \int_{-y_m}^{y_m} e^{-\frac{A [y - k k_1 (1 - e^{-\frac{x}{k_2 T}})]^2}{\Delta l}} \times \\ \times e^{-\frac{A \left[\left(y - \frac{t}{f} \eta' \right) - k k_1 \left(1 - e^{-\frac{x - \frac{t}{f} \xi'}{k_2 T}} \right) \right]^2}{\Delta l}} dx dy,$$

где $y' = y - \frac{t}{f} \eta'$ и $x' = x - \frac{t}{f} \xi'$ — соотношения между координатами реального и эталонного изображений в случае применения оптического коррелятора Ковашнова — Армана [1]. В случае использования других аппроксимаций $R(\xi', \eta')$ будет изменяться в соответствии с (11), (12) или (13). Например, для аппроксимации (10) — (12) имеем

$$R(\xi', \eta') = C B_1 B_2 \int_{-x_m}^{x_m} \int_{-y_m}^{y_m} a \frac{|y_j - k k_1 (1 - e^{-\frac{x_i}{k_2 T}})|}{\delta(y_j)} \times \\ \times a \frac{\left| \left(y_j - \frac{t}{f} \eta' \right) - k k_1 \left(1 - e^{-\frac{x_i - \frac{t}{f} \xi'}{k_2 T}} \right) \right|}{\delta(y_j)} dx dy.$$

На рис. 5 и 6 показаны результаты расчета $R(\xi', \eta')$ с помощью УЦВМ типа М-20 для системы, переходный процесс в которой описывается уравнением

$$A(t) = \frac{1}{6} (1 - e^{-\frac{t}{10/6}}),$$

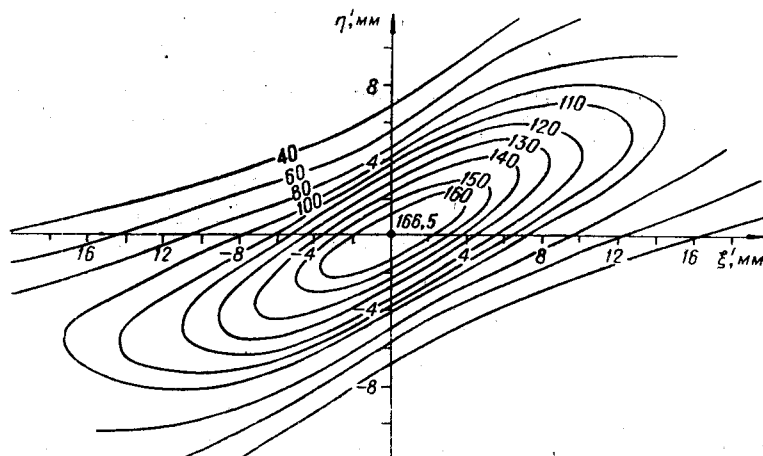


Рис. 5.

а параметры коррелятора и системы передачи соответственно равны: $t=1,5$ см; $f=7$ см; $x_m=18$ мм; $y_m=12$ мм; $k_1=112,5$; $k_2=5$; $\Delta l=0,1$ мм.

На рис. 7 представлена фотография функции корреляции, снятая в плоскости (ξ', η') при моделировании данной системы на АВМ типа МПТ-9 и применении варианта коррелятора Ковашнова — Армана с вышеприведенными характеристиками.

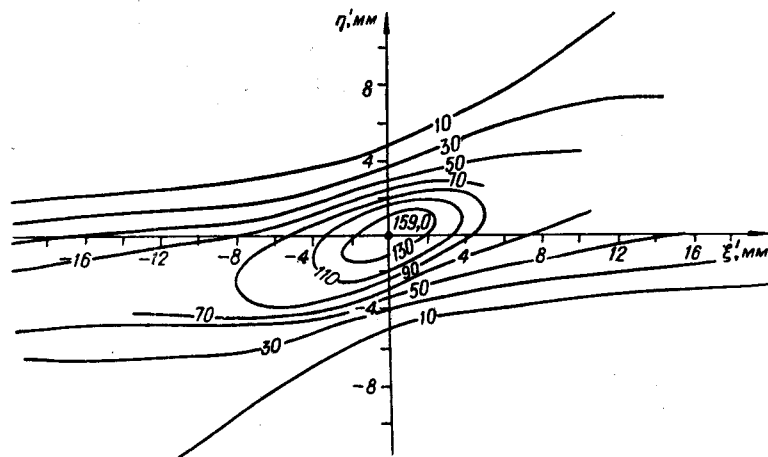


Рис. 6.

Из сравнения результатов можно сделать вывод, что приведенные зависимости просто и достаточно точно описывают картинку, изображающие некоторый класс кривых. При этом можно рекомендовать применение (7) при ореольных явлениях на экране индикатора и масках, изготовленных фотоспособом. Все аппроксимации типа (10) лучше применять при слабых яркостях изображения на экране индикатора и масках, изготовленных в виде плотного поля, на котором прорезана щель, соответствующая форме эталонной кривой. Возможны и смешанные варианты.



Рис. 7.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Медведев, В. П. Тарасенко. Вероятностные методы исследования экстремальных систем. М., «Наука», 1967.
2. А. Ф. Аффримзон, В. П. Тарасенко. Применение корреляционного метода для автоматической настройки радиоаппаратуры.—Тезисы докладов III симпозиума по экстремальным задачам. Томск, 1967.

3. А. А. Красовский, Г. С. Поспелов. Основы автоматики и технической кибернетики. М.—Л., Госэнергоиздат, 1962.
4. G. A. Morton. Electron Guns for television application.—Rev. Mod. Phys., 1946, 18, № 3.
5. В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. Основы математического анализа. М., «Наука», 1967.

Поступило в редакцию
25 января 1968 г.

УДК 519.25

Г. П. ВЕСЕЛОВА, Ю. И. ГРИБАНОВ
(Москва)

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ОЦЕНКИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ НЕЦЕНТРИРОВАННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Вопросы статистической погрешности оценок корреляционных функций случайных процессов исследованы достаточно подробно [1—3]. Однако все расчеты проводились при допущении равенства нулю среднего значения случайного процесса: $Mx=0$. На практике же обычно приходится иметь дело с нецентрированными случайными процессами. В ряде случаев специально вводят постоянную составляющую, чтобы в дальнейшем оперировать с сигналами одной полярности.

В статье произведен расчет статистической погрешности оценок корреляционных функций при общем условии $Mx \neq 0$ и сделаны некоторые практические выводы.

Постановка задачи. Оценку корреляционной функции стационарных эргодических центрированных случайных процессов вычисляют согласно следующему алгоритму:

$$R^*(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t + \tau) dt. \quad (1)$$

При обработке нецентрированных реализаций поступают двояко: либо предварительно находят оценку математического ожидания

$$M^*x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2)$$

и затем вычисляют $R^*(\tau)$:

$$R_I^*(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - M^*x] [x(t + \tau) - M^*x] dt, \quad (3)$$

либо учитывают среднее в конце вычислений и рассчитывают

$$R_{II}^*(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t + \tau) dt - (M^*x)^2. \quad (4)$$

Оценку среднего M^*x и корреляционной функции $R^*(\tau)$ производят как по одной и той же, так и по различным реализациям. Первый случай характерен для обработки реализаций на УЦВМ и корреляторах с накоплением информации, второй — для корреляторов, работающих в реальном масштабе времени.

Статистическая погрешность оценки корреляционной функции при расчете $R^*(\tau)$ и M^*x по одной реализации. Исследуемый процесс $x(t)$ будем полагать стационарным, эргодическим с нормальным распределением. Для упрощения будем рассматривать оценку $R^*(\tau)$ в $\tau=0$. Если M^*x и $R^*(0)$ рассчитываются по одной и той же реализации, то вычисляется