

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

УДК 621.391.193+62.506.2

В. А. АРБУЗОВ,
Я. М. ДИКОВСКИЙ, В. А. ФЕДОРОВ

(Новосибирск)

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО СБОРА ИНФОРМАЦИИ О ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СИГНАЛОВ

В последнее время все более актуальное значение приобретает проблема получения и обработки информации о состоянии пространственно распределенных объектов. В большинстве случаев информация о состоянии таких объектов содержится в полях физических параметров, например температуры, давления и пр. С математической точки зрения, полю параметров можно поставить в соответствие некоторые функции координат x, y, z и времени t . Для исследования и количественного описания таких полей разрабатываются, как правило, устройства, осуществляющие измерение, регистрацию и визуализацию значений параметров поля в отдельных его точках либо определяющие эквивалентные линии поля и особые точки. Реализация подобных операций осуществляется обычно с помощью устройств последовательного (во времени) действия. Между тем, все чаще возникает необходимость в разработке устройств обработки весьма большого объема данных в реальном масштабе времени [1]. В этом случае ограниченное быстродействие систем последовательного действия становится их принципиальным недостатком. Для уменьшения избыточной информации в системах сбора и передачи многомерных сообщений (образов) целесообразно вводить перед блоком развертки (сканирования) фильтр пространственных частот со специально подобранной пространственно-частотной характеристикой (ПЧХ). Способы построения таких фильтров изучены меньше, чем способы построения систем последовательного действия. В настоящей статье на примере анализа распределения светимости одномерных самосветящихся объектов рассматриваются вопросы создания фильтров пространственных частот, выделяющих вторые производные функций, описывающих поле параметров $I(x_1)$.

Комплексная ПЧХ одномерного фильтра пространственных частот такого типа записывается следующим образом:

$$H_0(\nu) = (2\pi\nu)^2 e^{j\pi},$$

где ν — пространственная частота в $1/\text{м}$. Учитывая, что для всех реально осуществимых фильтров функция $H_0(\nu)$ должна стремиться к нулю при неограниченном увеличении частоты, будем считать, что ПЧХ исследуемого фильтра задана на интервале $|\nu| \leq \nu_{\max}$. Вне этого интервала

$H_0(\nu) = 0$. С учетом данного замечания можно ввести понятие о нормированной комплексной пространственно-частотной характеристике $\dot{H}_n(\nu)$ фильтра:

$$\dot{H}_n(\nu) = \frac{H_0(\nu)}{|\dot{H}(\nu_{\max})|} = \frac{\nu^2}{\nu_{\max}^2} e^{j\pi}.$$

Соответственно можно определить и весовую функцию $h_0(x)$ рассматриваемой системы, идеальной на интервале $0 - \nu_{\max}$:

$$h_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{H}_n(\nu) e^{j2\pi\nu x} d\nu =$$

$$= -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\sin 2\pi\nu_{\max} x}{x} + 2 \frac{\cos 2\pi\nu_{\max} x}{(2\pi\nu_{\max})^2 x^2} - \frac{\sin 2\pi\nu_{\max} x}{(2\pi\nu_{\max})^2 x^3} \right); \quad \omega = 2\pi\nu.$$

Нормируя $h_0(x)$ относительно $h_{\max}(x) = |h(x=0)|$, получаем нормированную весовую функцию $h_n(x)$ двукратно дифференцирующего фильтра пространственных частот

$$h_n(x) = -3 \frac{\sin 2\pi\nu_{\max} x}{2\pi\nu_{\max} x} - 6 \frac{\cos 2\pi\nu_{\max} x}{(2\pi\nu_{\max})^2 x^2} + 6 \frac{\sin 2\pi\nu_{\max} x}{(2\pi\nu_{\max})^2 x^3}. \quad (1)$$

В связи с тем, что создать фильтр пространственных частот с весовой функцией, полностью соответствующей выражению (1), затруднительно, в дальнейшем рассматриваются фильтры с весовыми функциями $h_{ni}(x)$, которые на интервалах а) $|x| \leq \frac{1}{\nu_{\max}}$, б) $|x| \leq \frac{1,5}{\nu_{\max}}$, в) $|x| \leq \frac{2}{\nu_{\max}}$ — практически совпадают с $h_n(x)$. Графики аппроксимирующих функций $h_{ni}(x)$ приведены на рис. 1, а, б, в. На этом же рисунке

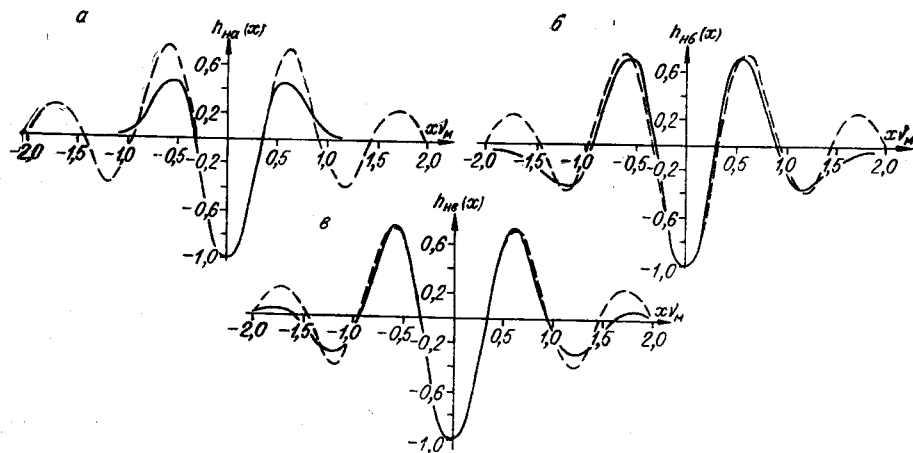


Рис. 1.

штрихами изображена функция $h_n(x)$. Аналитические выражения примененных аппроксимирующих функций $h_{ni}(x)$ даны соотношениями:

$$h_{na}(x) = -2,27 \left[e^{-6,4 (\nu_{\max} x)^2} - 0,5 \left[e^{-6,4 \nu_{\max}^2 \left(x + \frac{0,3}{\nu_{\max}} \right)^2} + \right. \right.$$

$$+ e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x - \frac{0,3}{v_{\max}}\right)^2} \Bigg\}; \quad (2a)$$

$$h_{н6}(x) = -1,36 \left\{ e^{-6,4 (v_{\max} x)^2} - 0,667 \left[e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x + \frac{0,5}{v_{\max}}\right)^2} + e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x - \frac{0,5}{v_{\max}}\right)^2} \right] + 0,17 \left[e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x + \frac{1}{v_{\max}}\right)^2} + e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x - \frac{1}{v_{\max}}\right)^2} \right] \right\}; \quad (2б)$$

$$h_{нв}(x) = -1,29 \left\{ e^{-6,4 (v_{\max} x)^2} - 0,75 \left[e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x + \frac{0,55}{v_{\max}}\right)^2} + e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x - \frac{0,55}{v_{\max}}\right)^2} \right] + 0,3 \left[e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x + \frac{1,1}{v_{\max}}\right)^2} + e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x - \frac{1,1}{v_{\max}}\right)^2} \right] - 0,05 \left[e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x + \frac{1,65}{v_{\max}}\right)^2} + e^{-6,4 v_{\max}^2 \left(x - \frac{1,65}{v_{\max}}\right)^2} \right] \right\}. \quad (2в)$$

Пользуясь формулой Пуассона [2]

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos bx \, dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{b^2}{4a}},$$

а также учитывая, что $\int_0^{\infty} h(x+a) \cos \omega x \, dx = e^{j\omega a} \int_0^{\infty} h(x) \cos \omega x \, dx$,

получаем выражения для соответствующих нормированных ПЧХ:

$$\begin{aligned} |\dot{H}_{на}(v)| &= 1,34 \cdot e^{-1,55 \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2} \sin^2 0,3 \pi \frac{v}{v_{\max}}; \\ |\dot{H}_{н6}(v)| &= 1,365 \cdot e^{-1,51 \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2} \sin^4 0,5 \pi \frac{v}{v_{\max}}; \\ |\dot{H}_{нв}(v)| &= 1,55 \cdot e^{-1,55 \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2} \sin^6 0,55 \pi \frac{v}{v_{\max}}. \end{aligned} \quad (3)$$

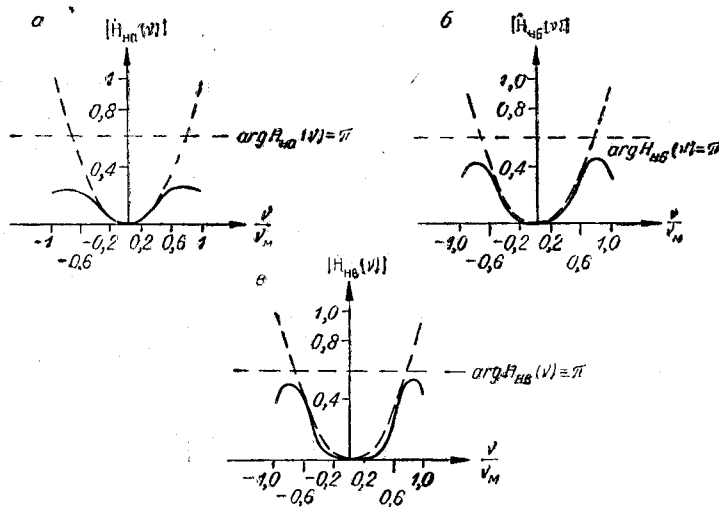


Рис. 2.

Заметим, что фазовые характеристики всех фильтров равны $e^{j\pi}$.
Графики функций, удовлетворяющих выражению (3), приведены на рис. 2, а, б, в. На этом же рисунке для удобства сравнения штрихами обозначена ПЧХ идеального фильтра.

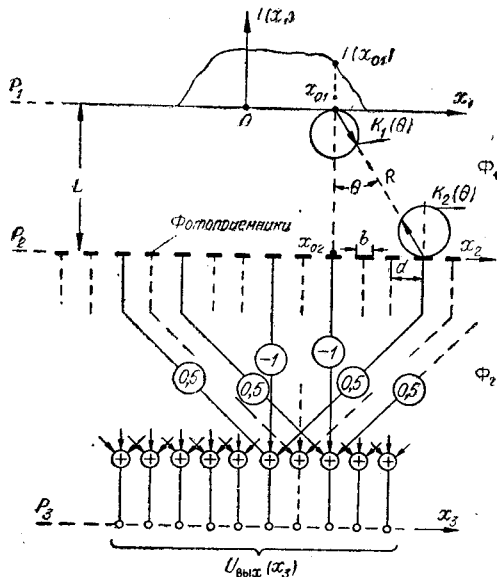


Рис. 3.

Систему, вычисляющую вторую производную, можно реализовать, например, так, как это показано на рис. 3. Из этого рисунка видно, что система состоит из двух последовательно соединенных фильтров Φ_1 и Φ_2 пространственных частот [3]. Роль фильтра Φ_1 выполняет свободное пространство, ограниченное плоскостями P_1 и P_2 . На плоскости P_1 располагается самосветящийся объект $I(x)$. На расстоянии L от плоскости P_1 находится плоскость P_2 , на которой размещены плоские фотоприемники. Роль второго фильтра Φ_2 пространственных частот выполняет многомерная линейная электрическая система, имеющая n_1 входов и n_2 выходов.

Определим ПЧХ первого фильтра $\hat{H}_{n_1}(\nu)$, предположив, что каждая точка плоскости P_2 является приемником лучистой

энергии. С этой целью поместим на плоскости P_1 в точке x_{01} точечный источник света с интенсивностью излучения

$$I(x_{01}) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x_1) \delta(x_1 - x_{01}) dx_1.$$

Отклик (весовая функция) $h_1(x)$ фильтра Φ_1 на такой сигнал равен

$$h_1(x_2) = K_1(\Theta) K_2(\Theta) I(x_{02}),$$

где $K_1(\Theta) \cong \cos \Theta$ — диаграмма направленности (по мощности) точечного излучателя, находящегося на плоскости P_1 ; $K_2(\Theta) \cong \cos \Theta$ — диаграмма (по мощности) угловой (Θ) чувствительности точечного приемника лучистой энергии, находящегося на плоскости P_2 ; $I(x_{02}) = \frac{I(x_{01})}{R^2}$ — распределение лучистого потока, обусловленного точечным источником, по плоскости P_2 [4]; $R = L \sqrt{1 + \frac{(x_2 - x_{01})^2}{L^2}}$ — расстояние между точкой x_{02} и точкой x_2 , принадлежащей плоскости P_2 .

Нормированная весовая функция $h_{n_1}(x)$ фильтра Φ_1 при $x_{02} = x_{01} = x_0$ равна

$$h_{n_1}(x - x_0) = \frac{1}{\left[1 + \frac{(x - x_0)^2}{L^2}\right]}.$$

Из этого соотношения видно, что функция $h_{n_1}(x - x_0)$ четная, а

фильтр Φ_1 удовлетворяет условию пространственной инвариантности, т. е.

$$h_{н1}(x - x_0) = e^{-2\pi \nu x_0} h_{н1}(x).$$

Поэтому в дальнейшем будем оперировать только функцией

$$h_{н1}(x) = \frac{1}{\left(1 + \frac{x^2}{L^2}\right)^2} \simeq e^{-1,6 \frac{x^2}{L^2}}. \quad (4)$$

Из сказанного следует, что участок свободного пространства, ограниченный плоскостями P_1 и P_2 , представляет собой фильтр низких пространственных частот и обладает частотной характеристикой

$$\dot{H}_1(\nu) \simeq -\frac{1}{\sqrt{3,2}} L e^{-\frac{4(\pi L \nu)^2}{6,4}} \quad (5)$$

или в нормированном виде

$$|\dot{H}_{н1}(\nu)| \simeq e^{-\frac{4(\pi L \nu)^2}{6,4}}.$$

Пространственно-частотная характеристика $\dot{H}_{2н1}(\nu) = \frac{\dot{H}_{н1}(\nu)}{\dot{H}_{1н1}(\nu)}$ фильтра Φ_2 определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} |\dot{H}_{2на}(\nu)| &= e^{-\frac{1,55}{\nu_{\max}^2} \nu^2} e^{\frac{4\pi^2 L^2}{6,4} \nu^2} \sin^2 \frac{0,3\pi}{\nu_{\max}} \nu = A \sin^2 \frac{0,3\pi}{\nu_{\max}} \nu; \\ |\dot{H}_{2нб}(\nu)| &= A \sin^4 \frac{0,5\pi}{\nu_{\max}} \nu; \quad |\dot{H}_{2нв}(\nu)| = A \sin^6 \frac{0,55\pi}{\nu_{\max}} \nu. \end{aligned} \quad (6)$$

Создать фильтр с такой ПЧХ в общем случае затруднительно. Однако при $L = L_0 = \frac{1}{2\nu_{\max}}$ требуемая частотная характеристика $|\dot{H}_{2н1}(\nu)|$ принимает более простой вид:

$$\begin{aligned} |\dot{H}_{2на}(\nu)| &= \sin^2 \frac{0,3\pi}{\nu_{\max}} \nu; \quad |\dot{H}_{2нб}(\nu)| = \sin^4 \frac{0,5\pi}{\nu_{\max}} \nu; \\ |\dot{H}_{2нв}(\nu)| &= \sin^6 \frac{0,55\pi}{\nu_{\max}} \nu. \end{aligned} \quad (7)$$

Реализовать такой фильтр сравнительно просто. Один из возможных вариантов реализации приведен на рис. 3 (часть, ограниченная плоскостями P_2 и P_3). Весовые коэффициенты (коэффициенты передачи по напряжению) связей, входящие в систему, можно определить следующим образом. Находим весовую функцию

$$h_{2н1}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{H}_{2н1}(\nu)| e^{j\nu x} d\nu.$$

С этой целью заменим функцию $\sin^2 \alpha$ на соответствующую сумму кратных углов [5, стр. 620], а также учтем соотношение [5, стр. 681]

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\nu x} d\nu = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \nu x d\nu = \delta(x).$$

Осуществив эти подстановки, получаем:

$$\begin{aligned}
 h_{2на}(x) &= -\delta(x) + 0,5 [\delta(x + 0,6L) + \delta(x - 0,6L)]; \\
 h_{2нб}(x) &= -\delta(x) + 0,667 [\delta(x + L) + \delta(x - L)] - \\
 &\quad - 0,17 [\delta(x + 2L) + \delta(x - 2L)]; \\
 h_{2нв}(x) &= -\delta(x) + 0,75 [\delta(x + 1,1L) + \delta(x - 1,1L)] - \\
 &\quad - 0,3 [\delta(x + 2,2L) + \delta(x - 2,2L)] + \\
 &\quad + 0,05 [\delta(x + 3,3L) + \delta(x - 3,3L)].
 \end{aligned} \tag{8}$$

Интеграл от каждого слагаемого в выражении (8) дает значение весового коэффициента связей i -го выхода фильтра Φ_2 с его входами. В зависимости от способа аппроксимации каждая выходная шина должна быть электрически соединена с тремя, пятью либо с семью входными шинами. Конкретные значения весов для первого варианта аппроксимации приведены в кружках на рис. 3.

Таким образом, располагая воспринимающую плоскость P_2 на расстоянии $L_0 = \frac{1}{2\nu_{\max}}$ от плоскости P_1 , существенно упрощаем конструкцию фильтра Φ_2 , сохраняя за ним свойства, необходимые для того, чтобы система в целом могла осуществлять двойное пространственное дифференцирование некогерентных лучистых потоков.

На практике часто входные сигналы могут быть описаны функциями с ограниченным спектром. В этих случаях гипотетическая сплошная воспринимающая поверхность P_2 может быть заменена физически реализуемой плоской «решеткой» из плоских приемников лучистой энергии. При малых значениях отношения длины приемников к расстоянию между ними выходные электрические сигналы фотоприемников можно рассматривать как точечные выборки из распределения $I(x_2)$ лучистого потока по плоскости P_2 . Расстояние d между приемниками следует выбирать так, чтобы огибающая выходных импульсов $U_{\text{вых}}(x)$ системы (при применяемом способе интерполяции и выполнении условия $n_1 = n_2$) не отличалась бы от $\frac{d^2}{dx^2} [I(x_1)]$ на величину, большую допустимой. Ориентировочно это значение можно определить из неравенства

$$d \leq \frac{1}{2\nu_{\max}^*},$$

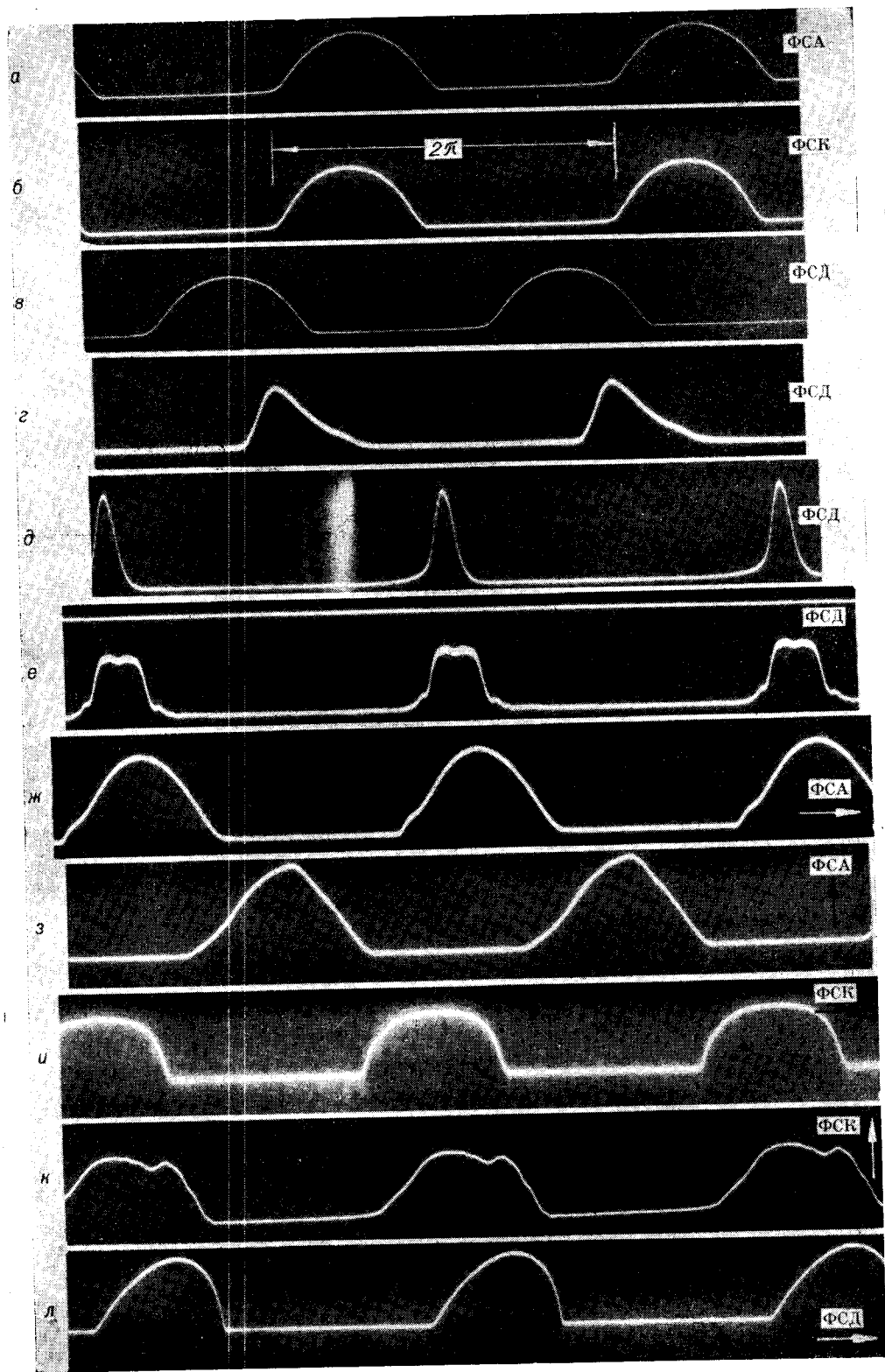
где ν_{\max}^* — максимальная пространственная частота в спектре второй производной наиболее широкополосного входного сигнала $I(x_1)$. Для того чтобы входы и выходы дискретного фильтра Φ_2 были распределены равномерно и друг против друга по координате x , необходимо выполнение дополнительного условия

$$\frac{\gamma_i L_0}{d} = N,$$

где N — целое число; $\gamma_i = \frac{x}{L_0}$ — безразмерный коэффициент ($\gamma_a = 0,6$; $\gamma_б = 1,0$; $\gamma_в = 1,1$); $\gamma_i L_0$ — пространственный период следования дискретных составляющих функции $h_{2ни}(x)$.

При $d = 0,1L_0$ во всех трех случаях аппроксимации N равно целому числу.

Рис. 4.



Анализ способа построения фильтра пространственных частот проведен с учетом параметров, обычно не учитываемых при создании фотоэлектрических систем. К числу таких параметров относятся: расстояние L между исследуемым объектом и плоскостью фотоприемников; энергетические диаграммы направленности $K_1(\Theta)$ точечных излучателей, образующих поле $I(x_1)$; энергетические диаграммы направленности $K_2(\Theta)$ точечных фотоприемников; пространственно-частотный спектр входного сигнала.

Нам не известны работы, в которых были бы приведены диаграммы направленности $K_2(\Theta)$ существующих фотоприемников. Поэтому с целью частично восполнить этот пробел был поставлен эксперимент по снятию характеристик $K_2(\Theta)$ для фотоспротивлений типов ФСК-1, ФСК-2, ФСД-1. Осциллограммы функций $K_2(\Theta)$ приведены на рис. 4. Осциллограммы рис. 4, а, б, в сняты для фоторезисторов (без крышек), освещаемых лучком света, перекрывающим размеры активной части фотоспротивления. Осциллограммы рис. 4, г, д, е сняты для фоторезистора ФСД с различными крышками-блендами, освещаемого так же, как и в случаях а, б, в. Осциллограммы рис. 4, ж—л сняты при освещении фоторезисторов точечным пятном света; направление движения светового пятна указано стрелкой. Ось фотоспротивления направлена от одного электрода к другому.

Как видно из рис. 4, наряду с фотоприемниками, имеющими диаграммы направленности $K_2(\Theta) = \cos \Theta$, существуют фотоприемники, диаграммы направленности которых отличаются от функции $\cos \Theta$. Это обстоятельство следует учитывать при построении фильтров рассматриваемого типа.

Отметим, что для построения широкополосных фильтров целесообразно применять фотоприемники с возможно более узкой диаграммой направленности $K_2(\Theta)$. Особенно перспективны в этом отношении малогабаритные фотоприемники с устройствами, формирующими узкую диаграмму направленности.

В заключение заметим, что рассмотренный безлинзовый вариант дифференцирующего фильтра пространственных частот является узкополосной системой $\left(\nu = \frac{1}{L_0}\right)$ и может быть рекомендован для получения второй производной одномерных объектов, размеры которых много больше параметра L_0 . При применении объективов и соответствующем усложнении фильтра Φ_2 полоса пропускания системы может быть существенно расширена.

Таким образом, при применении рассмотренного устройства полученная на его выходе информация преимущественно содержит данные интересующей нас второй производной одномерных самосветящихся объектов, что значительно упрощает построение последующих устройств передачи и обработки сформированных сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Е. Твердохлеб, Г. Д. Уманцев, М. П. Цапенко. О помехоустойчивых схемах дифференцирования пространственных сигналов.— Автометрия, 1968, № 4.
2. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М., «Наука», 1965.
3. Я. М. Диковский, В. А. Федоров. О пространственно-частотной характеристике ретиноподобных фильтров пространственных частот.— Автометрия, 1968, № 6.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., «Наука», 1967.
5. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. М., «Наука» 1968.

Поступила в редакцию
3 июля 1969 г.