

В. М. МУТТЕР

(Севастополь)

**РАСШИРЕНИЕ ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ
СЛЕДЯЩЕГО АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ
ЗА СЧЕТ ОГРАНИЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ
НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЕМЕНТА**

Для обеспечения абсолютной устойчивости процессов в следящих аналого-цифровых преобразователях (АЦП) в [1] рекомендовалось вводить линейный участок в пределах шага квантования нелинейного элемента. Это, как показано ниже, позволяет также расширить область абсолютной устойчивости положения равновесия системы.

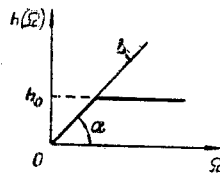


Рис. 1.

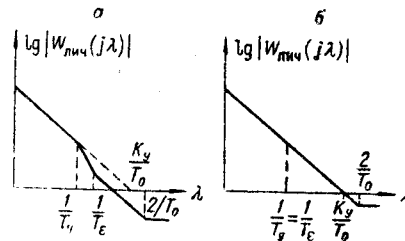


Рис. 2.

При введении линейного участка в пределах шага квантования (рис. 1) на характеристику $h(\Omega)$ нелинейного элемента следящего АЦП накладываются следующие ограничения:

$$h(0) = 0; \quad 0 \leq \frac{h(\Omega)}{\Omega} \leq L = \operatorname{tg} \alpha; \quad \left| \frac{dh(\Omega)}{d\Omega} \right| \leq L, \quad (1)$$

где Ω — сигнал рассогласования; α — угол, внутри которого расположена характеристика $h(\Omega)$. В этом случае, согласно критерию Е. Джури — Б. Ли [2], положение равновесия нелинейной импульсной системы (НИС) абсолютно устойчиво, если существует такое неотрицательное число $\epsilon \geq 0$, для которого выполняется неравенство

$$\operatorname{Re} W_{\text{лич}}(z) [1 + \epsilon(z - 1)] + \frac{1}{L} - \frac{\epsilon L}{2} |z - 1| W_{\text{лич}}(z)|^2 \geq 0, \quad (2)$$

где $W_{\text{лич}}(z)$ — дискретная передаточная функция линейной импульсной части (ЛИЧ); z — оператор в z -преобразовании [3]. При $\epsilon=0$ условие (2) превращается в частное условие Я. З. Цыпкина [4].

На основании (2) невозможно дать простую геометрическую интерпретацию для частотной характеристики абсолютно устойчивой системы. Между тем, использование логарифмических частотных характеристик позволяет для астатических НИС* сформулировать приближенное аналитическое условие [5].

Пусть передаточная функция приведенной непрерывной линейной части (ПНЛЧ) задана в виде

$$W_{\text{ПНЛЧ}}(p) = \frac{1 - e^{-p T_0}}{p} e^{-\Theta p} W_0(p), \quad (3)$$

где $W_0(p) = K \prod_{j=1}^{l-1} (1 + G_j p) : \prod_{i=1}^{l-r} (1 + T_i p)$; K — коэффициент усиления ПНЛЧ; $G_j > T_0$, $T_i > T_0$ — постоянные времени дифференцирующих и апериодических звеньев; Θ — эквивалентное запаздывание, включающее как собственное запаздывание, так и малые постоянные времени ($G < T_0$, $T < T_0$); $p = j\omega$ — оператор в преобразовании Лапласа; $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица; ω — круговая частота; $T_0 = 1/f_0$ — период квантования.

Тогда, согласно [6], с учетом передаточной функции дискретного интегратора $W_{\text{Д}}(j\lambda) = (1 + 0,5 j\lambda T_0) : j\lambda T_0$ можно записать:

$$W_{\text{Лич}}(j\lambda) = \frac{1 + j\lambda \frac{T_0}{2}}{j\lambda T_0} \left(\frac{1 - j\lambda \frac{T_0}{2}}{1 + j\lambda \frac{T_0}{2}} \right)^{\nu+1} \times \\ \times \left[1 + (1 - 2\xi) j\lambda \frac{T_0}{2} \right] W_0(p) \Big|_{p=j\lambda}, \quad (4)$$

где ν , ξ — соответственно целая и дробная части числа Θ/T_0 ; $\lambda = 2f_0 \operatorname{tg} 0,5 \omega T_0$ — псевдочастота.

Применяя ω -преобразование [7] к (2), получим

$$\operatorname{Re} W_{\varepsilon}(j\lambda) \geq -\frac{1}{L} + \frac{\varepsilon L}{2} R_{\varepsilon}^2(\lambda). \quad (5)$$

Здесь $W_{\varepsilon}(j\lambda)$ и $R_{\varepsilon}(\lambda)$ — преобразованные амплитудно-фазовая и амплитудная частотные характеристики, равные соответственно:

$$W_{\varepsilon}(j\lambda) = \frac{1 + j\lambda(2\varepsilon - 1)\frac{T_0}{2}}{1 - j\lambda\frac{T_0}{2}} W_{\text{Лич}}(j\lambda); \\ R_{\varepsilon}(\lambda) = \frac{\lambda T_0}{\sqrt{1 + \left(\lambda \frac{T_0}{2}\right)^2}} |W_{\text{Лич}}(j\lambda)|.$$

Потребуем, чтобы при увеличении частоты λ характеристика $\operatorname{Re} W_{\varepsilon}(j\lambda)$ не убывала, а $R_{\varepsilon}(\lambda)$ убывала, т. е. чтобы выполнялись неравенства:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \operatorname{Re} W_{\varepsilon}(j\lambda) \leq \operatorname{Re} W_{\varepsilon}(j\lambda); \quad (6)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} R_{\varepsilon}(\lambda) \geq R_{\varepsilon}(\lambda). \quad (7)$$

* К астатическим НИС относятся и следящие АЦП.

Тогда условие (5) заменим на следующее [8]:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \operatorname{Re} W_{\varepsilon}(j\lambda) \geq -\frac{1}{L} + \frac{\varepsilon L}{2} \lim_{\lambda \rightarrow 0} R_{\varepsilon}^2(\lambda). \quad (8)$$

Нетрудно показать, что предел в правой части неравенства (8) равен K , а в левой части*

$$\frac{K}{T_0} \left(\sum_{j=1}^{j=l} G_j - \sum_{i=1}^{i=r} T_i - \Theta + T_0 \varepsilon \right) = \frac{K}{T_0} a.$$

Подставляя эти значения пределов в (8) и решая квадратное уравнение относительно KL , получим

$$KL \leq \frac{a}{\varepsilon T_0} + \sqrt{\left(\frac{a}{\varepsilon T_0}\right)^2 + \frac{2}{\varepsilon}}. \quad (9)$$

Таким образом, для каждого конкретного вида $W_{\text{лич}}(z)$ необходимо выбирать такое максимально возможное ε [с учетом условий (6) и (7)], при котором обеспечивается наибольшая область абсолютной устойчивости.

Рассмотрим частный случай

$$W_{\text{пнлч}}(p) = K : (T_y p + 1). \quad (10)$$

Амплитудная частотная характеристика ЛИЧ, содержащей ПНЛЧ вида (10), равна

$$|W_{\text{лич}}(j\lambda)| = K \sqrt{1 + \left[\lambda \left(2\varepsilon - 1\right) \frac{T_0}{2}\right]^2} \sqrt{1 + \left(\lambda \frac{T_0}{2}\right)^2} : \lambda T_0 \times \\ \times \sqrt{1 + (\lambda T_y)^2}. \quad (11)$$

На рис. 2, а построена логарифмическая характеристика, соответствующая (11), где используется обозначение $T_{\varepsilon} = (2\varepsilon - 1) T_0/2$. Условие (6), очевидно, выполняется вплоть до такого ε , при котором $T_{\varepsilon} = T_y$ (см. рис. 2, б), т. е. до $\varepsilon = T_y/T_0 + 1/2$.

Так как преобразованная амплитудная характеристика

$$R_{\varepsilon}(\lambda) = K \sqrt{1 + \left(\lambda \frac{T_0}{2}\right)^2} : \sqrt{1 + (\lambda T_y)^2}$$

с ростом псевдочастоты λ убывает, то условие (7) выполняется.

Подставляя в (9) значения a и ε и учитывая, что $T_1 = T_y$,

$T_i = G_j = \Theta = 0$ ($i \neq 1$), окончательно получим следующее условие абсолютной устойчивости следящего АЦП с $W_{\text{пнлч}}(p)$ вида (10) и с нелинейным элементом, характеристика которого показана на рис. 1:

T_y/T_0	KL	T_0/T_y	KL
0,1	0,490	1,0	1,535
0,2	0,701	2,0	2,000
0,3	0,863	3,0	2,261
0,4	1,000	4,0	2,431
0,5	1,116	5,0	2,549
0,6	1,197	10,0	2,840
0,7	1,306	20,0	3,022
0,8	1,450	100,0	3,190
0,9	1,467	∞	3,336

$$KL \leq \left(1 + \sqrt{8 \frac{T_y}{T_0} + 5} \right) : \\ : \left(2 \frac{T_y}{T_0} + 1 \right). \quad (12)$$

* Для этого удобно воспользоваться соотношением $W(j\lambda) = W(j\lambda) \cos \arg W(j\lambda)$ и раскрыть по правилу Лопитала неопределенность $0:0$.

В таблице приведен ряд значений KL , рассчитанных в соответствии с (12). Сравнивая их с соответствующими значениями KL , полученными в [1], можно сделать вывод, что введение линейного участка в пределах шага квантования позволяет снизить требования, предъявляемые к параметрам следящего АЦП, с точки зрения устойчивости положения равновесия.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Муттер. К вопросу об устойчивости следящих аналого-цифровых преобразователей.— *Автометрия*, 1968, № 5.
2. E. Jugu, B. Lee. On the Stability of a Certain Class of Nonlinear Sampled Data Systems.— *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1964, v. AC-9, № 1.
3. Ю. Т. Ту. Цифровые и импульсные системы автоматического управления. М., «Машиностроение», 1964.
4. Я. З. Цыпкин. Основы теории нелинейных импульсных автоматических систем.— Труды II конгресса ИФАК, т. III. М., 1965.
5. А. А. Вавилов, В. Б. Яковлев. Приближенные методы исследования абсолютной устойчивости нелинейных импульсных систем.— Республиканская межвузовская научно-техническая конференция по радиоэлектронике и автоматике. Тезисы докладов и сообщений. Львов, 1967.
6. А. А. Вавилов, В. Б. Яковлев. Приближенные методы построения логарифмических частотных характеристик дискретных систем с запаздыванием.— *Автоматика и телемеханика*, 1965, № 5.
7. В. А. Бесекерский, С. М. Федоров. Синтез следящих систем с УВМ методом логарифмических характеристик.— *Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика*, 1961, № 3.
8. А. А. Вавилов, В. Б. Яковлев. Исследование периодических режимов и абсолютной устойчивости нелинейных импульсных систем.— Пособие по курсу «Теория автоматического регулирования». Л., 1967.

*Поступила в редакцию
2 января 1969 г.*