А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 1 1970

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.2.08

В. М. ЕФИМОВ

(Новосибирск)

ОЦЕНКА ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ШУМА КВАНТОВАНИЯ ПО УРОВНЮ

В [1—3] получены соотношения для спектральной плотности шума квантования по уровню стационарного нормального процесса. Ниже предлагается формула для спектральной плотности шума квантования по уровню дифференцируемого в среднеквадратическом стационарного процесса.

Рассмотрим основную составляющую произведения ошибок квантования, разделенных отрезком времени [4]:

$$r(\tau)=\frac{\Delta^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\cos 2\pi k\,\frac{x_\tau-x}{\Delta}, \tag{1}$$

где Δ — шаг квантования по уровню; x_τ и x — значения квантуемого процесса, разделенные отрезком времени τ. В силу быстрого убывания корреляционной функции ошибки квантования при Δ, много меньшем среднеквадратичного отклонения квантуемого процесса, можно положить в (1) $x_\tau - x \cong \dot{x}\tau$. Тогда корреляционную функцию ошибки квантования запишем в следующем виде:

$$\bar{r}(\tau)=\frac{\Delta^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\int_{-\infty}^{\infty}\cos 2\pi k\,\frac{\dot{x}\tau}{\Delta}\,f(\dot{x})\,d\dot{x}=\frac{\Delta^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\tilde{f}\left(\frac{2\pi\tau}{\Delta}k\right), \tag{2}$$

где $f(\dot{x})$ и $\tilde{f}\left(\frac{2\pi\tau}{\Delta}k\right)$ — плотность вероятности (п. в.) и характеристическая функция (х. ф.) производной процесса.

Вычисляя преобразование Фурье от (2), получим соотношение для спектральной плотности шума квантования

$$S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\tau\exp(-i\omega\tau)\left(\frac{\Delta^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\int_{-\infty}^{\infty}\cos 2\pi k\,\frac{\dot{x}\tau}{\Delta}\,f(\dot{x})\,d\dot{x}\right). \tag{3}$$

Представляя $\cos 2\pi k\,\frac{\dot{x}\tau}{\Delta}$ формулой Эйлера и меняя порядок интегрирования в (3), а также учитывая, что

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[i\left(\frac{2\pi k\dot{x}}{\Delta}\pm\omega\right)\tau\right]d\tau=\delta\left(\frac{2\pi k\dot{x}}{\Delta}\mp\omega\right),$$

где δ — дельта-функция, получим окончательную формулу для спектральной плотности:

$$S(\omega)=\frac{\Delta^3}{4\pi^3}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^3}f\left(\frac{\omega\Delta}{2\pi k}\right). \tag{4}$$

Таким образом, из (2) и (4) следует, что корреляционная функция шума квантования определяется значениями х. ф. производной процесса, а его спектральная плотность — значениями п. в. производной процесса. Из (4) следует, что интервал корреляции шума квантования определяется соотношением

$$\tau_k = S(0) = \frac{\Delta^3}{4\pi^3} f(0)\,\zeta(3), \tag{5}$$

где $\zeta(3)$ — дзета-функция Римана. Если $f(\dot{x})$ представима рядом Маклорена, то

$$S(\omega) = \frac{\Delta^3}{4\pi^3} \sum_{k=0}^{\infty} f^{(k)}(0) \left| \frac{\omega\Delta}{2\pi} \right|^k \frac{\zeta(k+3)}{k!}. \tag{6}$$

Соотношение (6) целесообразно применять при малых значениях ω. Заменяя в (4) сумму интегралом по правилу трапеций, можно получить приближенное выражение для спектральной плотности

$$S(\omega) \cong \frac{\Delta^3}{4\pi^3}\left(\frac{1}{2} f\left(\frac{\omega\Delta}{2\pi k}\right) + \int_1^{\infty} \frac{1}{z^3} f\left(\frac{\omega\Delta}{2\pi z}\right) dz\right) =$$

$$= \frac{\Delta^3}{4\pi^3}\left(\frac{1}{2} f\left(\frac{\omega\Delta}{2\pi k}\right) + \left(\frac{2\pi}{\omega\Delta}\right)^2 \int_0^{\frac{\omega\Delta}{2\pi}} \dot{x} f(\dot{x})\, d\dot{x}\right). \tag{7}$$

Этой формулой удобно пользоваться при больших значениях ω. Из (7) следует, что при больших значениях ω

$$S(\omega) \cong \frac{\Delta\,\overline{|\dot{x}|}}{2\pi\omega^2}, \tag{8}$$

где $\overline{|\dot{x}|}$ — первый абсолютный момент производной.

Из (4)—(8) как частные случаи следуют соотношения для спектральной плотности шума квантования дифференцируемого нормального процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Волконский. Оценка влияния квантования по уровню на процессы в цифровых автоматических системах при случайном входном сигнале.— Автоматика и телемеханика, 1961, т. 22, № 9.
2. А. А. Косякин. Статистическая теория квантования по уровню.— Автоматика и телемеханика, 1961, т. 22, № 6.
3. В. В. Губарев. К вопросу о статистических характеристиках шумов квантования нормальных сигналов.— Автометрия, 1968, № 3.
4. В. М. Ефимов. Об оценке корреляционной функции шума квантования по уровню.— Автометрия, 1968, № 3.

Поступило в редакцию
22 сентября 1969 г.

УДК 621.398.694.3

И. Л. ТКАЧЕВ

(Куйбышев)

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ДАТЧИК ДЛЯ СИСТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ И КОНТРОЛЯ ИМПУЛЬСНОЙ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ СЕРДЕЧНИКОВ

Многие отрасли современной техники требуют большого количества ферромагнитных сердечников (электронно-вычислительная техника, радиолокация, связь, автоматика). Поэтому вопросы автоматического контроля магнитных свойств сердечников,