АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 2 1970

УДК 621.317.772.2.088

Э. И. ВОЛОГДИН, А. И. ЛАНЬКО
(Одесса)

О ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЦИФРОВЫХ ФАЗОМЕТРОВ

Применение цифровых фазометров с постоянным измерительным временем в системах автоматического контроля и управления приводит к необходимости значительного повышения их быстродействия. Быстродействие фазометров этого типа в основном ограничивается погрешностью определения суммарной длительности кодируемых временных интервалов Δ_1, возникающей при некратности времени измерения $t_и$ периоду сигнала T [1].

В [2] была определена дважды условная плотность распределения этой погрешности (при фиксированных значениях измеряемого фазового сдвига) с учетом и без учета нестабильности частоты, распределенной по нормальному закону.

При работе фазометрического устройства от датчиков длительность кодируемых временных интервалов (фазовых интервалов) оказывается также нестабильной, причем законы распределения частоты и фазовых интервалов часто существенно отличаются от нормальных.

В настоящей работе задача определения плотности распределения рассматриваемой погрешности решается в общем виде и приводятся расчетные соотношения как для условных, так и безусловных плотностей распределения, действительные при любых законах распределения частоты и фазовых интервалов. Кроме того, анализируется возможность повышения быстродействия фазометров путем применения синхронизации начала измерения с первым кодируемым фазовым интервалом и определяется плотность распределения погрешности время-импульсного преобразования.

В [3] показано, что обобщенная погрешность z, связанная с погрешностью Δ_1 равенством

$$z = \frac{\Delta_1 t_и}{T}, \qquad (1)$$

является функцией измеряемого значения фазы φ, фазы начала преобразования ψ и дробной части Δn отношения $t_и/T = n + \Delta n$, где n — целая часть отношения.

В таблице приведены расчетные соотношения для обобщенной погрешности, полученные в [3] (φ, ψ и Δn здесь выражены в долях периода T, поэтому $0 \leqslant \varphi, \psi, \Delta n \leqslant 1$).

<table>
<tr><td>$0 \leqslant \Delta n \leqslant 0{,}5$</td><td>$0{,}5 \leqslant \Delta n \leqslant 1$</td></tr>
<tr><td>$0 \leqslant \varphi \leqslant \Delta n$</td><td>$0 \leqslant \varphi \leqslant 1 - \Delta n$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$z = \begin{cases} \varphi(1 - \Delta n) - \psi & 0 \leqslant \psi \leqslant \varphi \\ -\varphi \Delta n & \varphi \leqslant \psi \leqslant 1 - \Delta n \\ \Delta n\,(1 - \varphi) - 1 + \psi & 1 - \Delta n \leqslant \psi \leqslant 1 - \Delta n + \varphi \\ \varphi(1 - \Delta n) & 1 - \Delta n + \varphi \leqslant \psi \leqslant 1 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>$\Delta n \leqslant \varphi \leqslant 1 - \Delta n$</td><td>$1 - \Delta n \leqslant \varphi \leqslant \Delta n$</td></tr>
<tr><td>$z = \begin{cases} \Delta n(1 - \varphi) & 0 \leqslant \psi \leqslant \varphi - \Delta n \\ \varphi(1 - \Delta n) - \psi & \varphi - \Delta n \leqslant \psi \leqslant \varphi \\ -\varphi \Delta n & \varphi \leqslant \psi \leqslant 1 - \Delta n \\ \Delta n(1 - \varphi) - 1 + \psi & 1 - \Delta n \leqslant \psi \leqslant 1 \end{cases}$</td><td>$z = \begin{cases} \varphi(1 - \Delta n) - \psi & 0 \leqslant \psi \leqslant 1 - \Delta n \\ -(1 - \varphi)\,(1 - \Delta n) & 1 - \Delta n \leqslant \psi \leqslant \varphi \\ \Delta n(1 - \varphi) - 1 + \psi & \varphi \leqslant \psi \leqslant 1 - \Delta n + \varphi \\ \varphi(1 - \Delta n) & 1 - \Delta n + \varphi \leqslant \psi \leqslant 1 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>$1 - \Delta n \leqslant \varphi \leqslant 1$</td><td>$\Delta n \leqslant \varphi \leqslant 1$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$z = \begin{cases} \Delta n(1 - \varphi) & 0 \leqslant \psi \leqslant \varphi - \Delta n \\ \varphi(1 - \Delta n) - \psi & \varphi - \Delta n \leqslant \psi \leqslant 1 - \Delta n \\ -(1 - \varphi)\,(1 - \Delta n) & 1 - \Delta n \leqslant \psi \leqslant \varphi \\ \Delta n(1 - \varphi) - 1 + \psi & \varphi \leqslant \psi \leqslant 1 \end{cases}$</td></tr>
</table>

Для нахождения законов распределения обобщенной погрешности воспользуемся общим методом расчета плотностей распределения функций многих случайных переменных. Тогда, используя данные таблицы для определения пределов интегрирования, выражение для безусловной функции распределения обобщенной погрешности можно представить в виде

$$F(z) = \begin{cases} \displaystyle\int\limits_{\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}+z}}^{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}+z}} \int\limits_{-\frac{z}{\Delta n}}^{1+\frac{z}{1-\Delta n}} \int\limits_{\varphi(1-\Delta n)-z}^{z+1-\Delta n(1-\varphi)} f(\Delta n, \varphi, \psi)\, d\psi\, d\varphi\, d\Delta n; \\ \qquad -\frac{1}{4} \leqslant z \leqslant 0; \\ 1 - \displaystyle\int\limits_{\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}-z}}^{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}-z}} \int\limits_{\frac{z}{1-\Delta n}}^{1-\frac{z}{\Delta n}} \int\limits_{z+1-\Delta n(1-\varphi)}^{\varphi(1-\Delta n)-z+1} f(\Delta n, \varphi, \psi)\, d\psi\, d\varphi\, d\Delta n; \\ \qquad 0 \leqslant z \leqslant \frac{1}{4}, \end{cases} \tag{2}$$

где $f(\Delta n, \varphi, \psi)$ — совместная плотность распределения.

В фазометрах с постоянным измерительным временем без синхронизации начала измерения ψ является априори случайной величиной с равномерной от 0 до 1 плотностью распределения $f(\psi)$. При измерениях обычно φ, Δn и ψ независимы. Учитывая эти обстоятельства при дифференцировании выражения (2), получим расчетные соотношения для безусловной плотности распределения вероятностей обобщенной погрешности

$$f(z) = \begin{cases} \displaystyle\int\limits_{\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}+z}}^{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}+z}} f(\Delta n) \Bigg\{ 2 \int\limits_{-\frac{z}{\Delta n}}^{1+\frac{z}{1-\Delta n}} f(\varphi)\, d\varphi + [z + \Delta n(1-\Delta n)] \times \\ \quad \times \left[\frac{1}{(1-\Delta n)^2} f\left(\varphi - 1 - \frac{z}{1-\Delta n}\right) + \frac{1}{\Delta n^2} f\left(\varphi + \frac{z}{\Delta n}\right) \right] \Bigg\}\, d\Delta n; \\ \qquad -\frac{1}{4} \leqslant z \leqslant 0; \\ \displaystyle\int\limits_{\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}-z}}^{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}-z}} f(\Delta n) \Bigg\{ 2 \int\limits_{\frac{z}{1-\Delta n}}^{1-\frac{z}{\Delta n}} f(\varphi)\, d\varphi + [-z + \Delta n(1-\Delta n)] \times \\ \quad \times \left[\frac{1}{(1-\Delta n)^2} f\left(\varphi - \frac{z}{1-\Delta n}\right) + \frac{1}{\Delta n^2} f\left(\varphi - 1 + \frac{z}{\Delta n}\right) \right] \Bigg\}\, d\Delta n; \\ \qquad 0 \leqslant z \leqslant \frac{1}{4}, \end{cases} \tag{3}$$

где $f(\varphi)$, $f(\Delta n)$ — плотности распределения φ и Δn.

Для характеристики средней точности диапазонных цифровых фазометров безусловная плотность распределения определяется в предположении, что распределение φ и Δn равномерное от 0 до 1. При этом (3) приводится к виду

$$f(z) = -4\sqrt{\frac{1}{4} - |z|} + 2(1 - 2|z|)\ln\frac{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - |z|}}{\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - |z|}};$$

$$-\frac{1}{4} \leqslant z \leqslant \frac{1}{4}. \qquad (4)$$

Полагая в (3) $\Delta n = \mathrm{const}$ и $f(\varphi) = 1$, получим условную плотность распределения, характеризующую среднюю точность фазометров, предназначенных для работы на фиксированной частоте

$$f(z)_{\Delta n} = \frac{-|z| + \Delta n(1 - \Delta n)}{\Delta n^2 (1 - \Delta n)^2}; \quad -\Delta n(1 - \Delta n) \leqslant z \leqslant \Delta n(1 - \Delta n). \qquad (5)$$

Рассчитанные по формулам (4) и (5) графики приведены на рис. 1. Если необходимо перейти к плотности $f(\Delta_1)$, то достаточно изменить масштаб по осям координат.

Для апостериорной оценки погрешности измерения фазы используется условная плотность распределения $(f)z_{\Delta n, \varphi}$, которая может быть получена из (3), если в нем принять, что $\varphi = \mathrm{const}$ и $\Delta n = \mathrm{const}$:

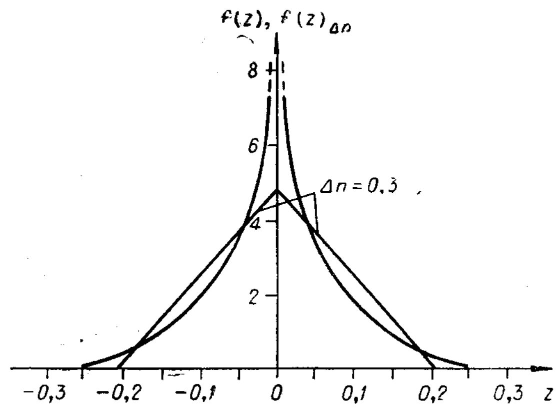

Рис. 1.

$$f(z)_{\Delta n, \varphi} = \begin{cases} 2 + (1 - \varphi - \Delta n)\,\delta(z + \varphi\Delta n) + (\varphi + \Delta n - 1)\,\delta \times \\ \quad \times [z + (1 - \varphi)(1 - \Delta n)]; \quad z < 0; \\ 2 + (\varphi - \Delta n)\,\delta[z - \Delta n(1 - \varphi)] + (\Delta n - \varphi)\,\delta \times \\ \quad \times [z - \varphi(1 - \Delta n)]; \quad z > 0, \end{cases} \qquad (6)$$

где $\delta(\ )$ — дельта-функция Дирака. Пределы действительности для этой плотности распределения, необходимые для практических расчетов, нетрудно получить из таблицы. Формулы (4)—(6) определяют плотность распределения обобщенной погрешности без учета нестабильности кодируемых фазовых интервалов и частоты. Если известны аналитические выражения для законов распределения $f(\Delta n)$ и $f(\varphi)$, то общее выражение (3) позволяет учесть эту нестабильность. Так, в случае нормальных законов распределения фазовых интервалов и частоты условная (при фиксированных Δn_0 и φ_0) плотность распределения обобщенной погрешности, которую теперь обозначим через $f(z')_{\Delta n_0, \varphi_0}$, принимает вид (при $z<0$)

$$f(z')_{\Delta n_0,\,\varphi_0} = \int\limits_{\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}+z}}^{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}+z}} \frac{1}{\sigma_{\Delta n}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta n-\Delta n_0)^2}{2\sigma^2_{\Delta n}}\right] \times$$

$$\times\left\{2\int\limits_{-\frac{z}{\Delta n}}^{1+\frac{z}{1-\Delta n}} \frac{1}{\sigma_\varphi\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\varphi-\varphi_0)^2}{2\sigma^2_\varphi}\right] d\varphi + \frac{z+\Delta n\,(1-\Delta n)}{\sigma_\varphi\sqrt{2\pi}} \times\right.$$

$$\times\left[\frac{1}{(1-\Delta n)^2}\exp\left(-\frac{\left(1+\dfrac{z}{1-\Delta n}-\Delta n_0\right)^2}{2\sigma^2_\varphi}\right)+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{\Delta n^2}\exp\left(-\frac{\left(-\dfrac{z}{\Delta n}-\Delta n_0\right)^2}{2\sigma^2_\varphi}\right)\right]\right\} d\Delta n, \qquad (7)$$

где Δn_0, φ_0 — математические ожидания Δn и φ; $\sigma_{\Delta n}$, σ_φ — среднеквадратические отклонения (в долях периода T) фазовых интервалов и частоты.

Нетрудно видеть, что выражение для плотности распределения $f(z')_{\Delta n_0,\,\varphi_0}$ может быть представлено в виде композиции трех законов распределения

$$f(z')_{\Delta n_0,\,\varphi_0} = f(z)_{\Delta n,\,\varphi} * f(\Delta n) * f(\varphi).$$

Это значит, что $f(z)_{\Delta n,\,\varphi}$ не зависит от $f(\Delta n)$ и $f(\varphi)$, и, следовательно, условная плотность распределения в частных случаях, представляющих практический интерес (когда фиксированы значения φ, Δn или их математические ожидания), может быть записана в следующем компактном виде ($z<0$):

$$f(z')_{\Delta n,\,\varphi_0} = \int\limits_{-\frac{z}{\Delta n}}^{1+\frac{z}{1-\Delta n}} f(\varphi)\, f(z)_{\Delta n,\,\varphi}\, d\varphi;$$

$$f(z')_{\Delta n_0,\,\varphi} = \int\limits_{-\frac{z}{\varphi}}^{1+\frac{z}{1-\varphi}} f(\Delta n)\, f(z)_{\Delta n,\,\varphi}\, d\Delta n;$$

$$f(z')_{\Delta n_0,\,\varphi_0} = \int\limits_{\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}+z}}^{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}+z}} \int\limits_{-\frac{z}{\Delta n}}^{1+\frac{z}{1-\Delta n}} f(\Delta n)\, f(\varphi)\, f(z)_{\Delta n,\,\varphi}\, d\varphi\, d\Delta n.$$

Аналогичным образом может быть учтено влияние нестабильности частоты и фазовых интервалов с произвольными законами распределения на условную и безусловную плотности распределения обобщенной погрешности. Следует также заметить, что при независимости законов распределения $f(z)_{\Delta n,\,\varphi}$, $f(\varphi)$ и $f(\Delta n)$ в отношении дисперсии $D(z')$ становится справедлив закон сложения дисперсий, что значительно упрощает все расчеты.

В [3] показано, что применение синхронизации начала измерения с первым кодируемым фазовым интервалом может повысить точность измерения. Для определения плотности распределения обобщенной погрешности в этом случае следует в (2) изменить порядок интегрирования по ψ. Тогда после дифференцирования функции распределения в предположении, что $\psi=\text{const}$, получим:

$$
\begin{aligned}
f(z)_{\psi} = & \int\limits_{-\frac{z}{\psi}}^{1-\psi} f(\Delta n)\left[\frac{1}{1-\Delta n} f\left(\varphi-\frac{z+\psi}{1-\Delta n}\right)+\frac{1}{\Delta n} f\left(\varphi+\frac{z}{\Delta n}\right)\right] d\Delta n + \\
& + \int\limits_{1-\psi}^{1+\frac{z}{1-\psi}} f(\Delta n)\left[\frac{1}{1-\Delta n} f\left(\varphi-\frac{1-\Delta n+z}{1-\Delta n}\right)+\right. \\
& \left. + \frac{1}{\Delta n} f\left(\varphi-\frac{\Delta n+\psi-1-z}{\Delta n}\right)\right] d\,\Delta n ; \quad z<0; \qquad (8)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f(z)_{\psi} = & \int\limits_{\frac{2-\psi}{2}-\sqrt{\frac{\psi^2}{4}-z}}^{\frac{2-\psi}{2}-\sqrt{\frac{\psi^2}{4}-z}} \left[\frac{1}{1+\Delta n} f\left(\varphi-\frac{z}{1-\Delta n}\right)+\right. \\
& \left. + \frac{1}{\Delta n} f\left(\varphi-\frac{\Delta n+\psi-1+z}{\Delta n}\right)\right] d\,\Delta n + \int\limits_{\frac{1-\psi}{2}-\sqrt{\frac{(1-\psi)^2}{4}-z}}^{\frac{1-\psi}{2}+\sqrt{\frac{(1-\psi)^2}{4}-z}} \times \\
& \times\left[\frac{1}{1-\Delta n} f\left(\varphi-\frac{z+\psi}{1-\Delta n}\right)+\frac{1}{\Delta n} f\left(\varphi-1+\frac{z}{\Delta n}\right)\right] d\,\Delta n ; \; z>0. \qquad (9)
\end{aligned}
$$

Для оценки средней точности диапазонных цифровых фазометров в случае синхронизации начала измерения примем в (8) и (9) $f(\varphi)=1$ и $f(\Delta n)=1$; тогда выражение для плотности распределения обобщенной погрешности примет вид

$$
f(z)_{\psi}=\begin{cases}
\ln \dfrac{z^2+z+\psi(1-\psi)}{z^2}; & -\psi(1-\psi) \leqslant z \leqslant 0; \\[2ex]
\ln \dfrac{\frac{1-\psi}{2}+\sqrt{\frac{(1-\psi)^2}{4}-z}-z}{\frac{1-\psi}{2}-\sqrt{\frac{(1-\psi)^2}{4}-z}-z}+\ln \dfrac{\frac{\psi}{2}+\sqrt{\frac{\psi^2}{4}-z}-z}{\frac{\psi}{2}-\sqrt{\frac{\psi^2}{4}-z}-z}; & z>0.
\end{cases} \qquad (10)
$$

Из (10) нетрудно видеть, что при $\psi=0$ математическое ожидание $M(z)_{\psi}$ обобщенной погрешности только положительно, а при $\psi=0{,}5$ — отрицательно, поэтому должно существовать оптимальное значение фазы синхронизации, при которой максимальная погрешность имеет наименьшее значение и математическое ожидание $M(z)_\psi$ равно нулю. В [3] показано, что оптимальная фаза синхронизации равна

$$\psi_{opt} = 0{,}5 \pm 0{,}288. \tag{11}$$

Этот результат подтверждается графиками рис. 2, рассчитанными по формуле (10) для трех наиболее интересных случаев синхронизации ($\psi=0{,}5$; $0{,}212$; 0). Сравнивая эти графики с графиками рис. 1, можно видеть, что при оптимальной синхронизации уменьшаются максималь-

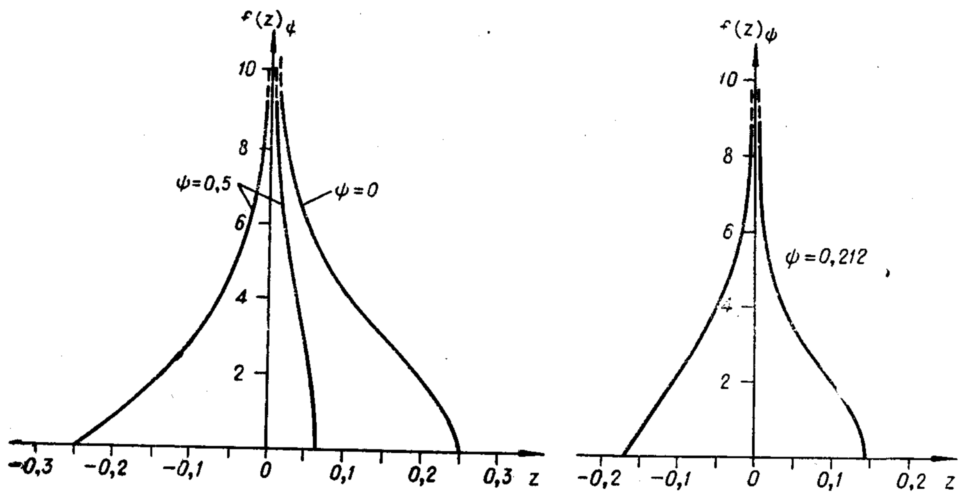

Рис. 2.

ная погрешность и дисперсия $D(z)_\psi$. Следовательно, применение синхронизации позволяет увеличить быстродействие цифровых фазометров.

Если предположить, что $\Delta n=\text{const}$ и $f(\varphi)=1$, то из (8) и (9) можно получить расчетные формулы для условной плотности распределения, характеризующей среднюю точность фазометров с синхронизацией при работе на фиксированной частоте

$$f(z)_{\psi,\,\Delta n} = \frac{1}{\Delta n(1-\Delta n)}. \tag{12}$$

Выражение (12) действительно, если $0\leqslant\Delta n\leqslant 1-\psi$ при $-\Delta n\psi\leqslant z\leqslant\leqslant\Delta n(1-\psi-\Delta n)$ и если $1-\psi\leqslant\Delta n\leqslant 1$ при $-(1-\Delta n)(1-\psi)\leqslant z\leqslant\leqslant(\psi+\Delta n-1)(1-\Delta n)$.

Сравнение (12) и (6) показывает, что при $\Delta n=\text{const}$ введение синхронизации уменьшает погрешность и дисперсию $D(z)_\psi$ вдвое, но закон распределения становится несимметричным и, следовательно, появляется систематическая погрешность измерения.

При $\Delta n=\text{const}$ и $\varphi=\text{const}$ погрешность z является величиной детерминированной и плотность распределения принимает вид

$$f(z)_{\psi,\,\Delta n,\,\varphi} = \begin{cases} \delta(z+\varphi\,\Delta n)+\delta\,[z+\varphi\,(1-\Delta n)-\psi]+ \\ +\delta\,[z+\Delta n\,(1-\varphi)+\psi-1]+\delta\,[z+(1-\varphi)\times \\ \times(1-\Delta n)];\quad z<0; \\ \delta\,[z-\varphi\,(1-\Delta n)+\psi]+\delta\,[z-\Delta n\,(1-\varphi)]+ \\ +\delta\,[z-\varphi\,(1-\Delta n)]+\delta\,[z-\Delta n\,(1-\varphi)- \\ -(\psi+1)];\quad z>0. \end{cases} \tag{13}$$

сти частоты и фазовых интервалов на обобщенную погрешность в фазометрах с синхронизацией начала измерения.

Фазометрам с постоянным измерительным временем, кроме погрешности Δ_1, являющейся методической, свойственна также погрешность время-импульсного преобразования фазовых интервалов Δ_2, ограничивающая верхний частотный предел фазометров этого типа. Используя результаты работы [4], где определены вероятности этой погрешности при однократном преобразовании в случае нестабильности фазовых интервалов, условную плотность распределения (при фиксированном значении φ_0) запишем в виде

$$f(\Delta_2)_{\varphi_0} = \sum_{j=-i}^{i} P[\Delta_2(j)]\,\delta[\Delta_2 - \Delta_2(j)], \tag{14}$$

где

$$P[\Delta_2(j)] = \int_0^{t_0} f(\omega) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{m t_0 - \omega}^{t_0(m+1)-\omega} f(\varphi T)\,d(\varphi T) \times \right.$$

$$\left. \times \left[\int_{t_0(m+j)-\omega-\alpha}^{t_0(m+1+j)-\omega-\alpha} f(\varphi T)\,d(\varphi T) \right] \right\} d\omega;$$

$$\Delta_2(j) = (i+j)\frac{t_0}{T} - \varphi; \quad \alpha = \varphi T - t_0 E\left(\frac{\varphi T}{t_0}\right); \qquad i = E\left(\frac{\varphi T}{t_0}\right);$$

$f(\varphi T) = Tf(\varphi)$ — плотность распределения фазовых интервалов; t_0 — период частоты заполнения; ω — временной сдвиг начала время-импульсного преобразования относительно импульсов заполнения в пределах периода t_0; $f(\omega)$ — плотность распределения ω; $E(\ )$ — целая часть отношения, заключенного в скобки; m, i, j — целые числа $(-i<j<i)$.

Если ω выразить в долях периода t_0, то его можно будет назвать фазой время-импульсного преобразования. Формула (14) справедлива как для синхронного, так и для несинхронного время-импульсного преобразования. При $\omega = \mathrm{const}$ приведенное выражение для условной плотности распределения значительно упрощается.

Для устранения систематических погрешностей цифровых фазометров обычно принимаются меры, чтобы плотность распределения $f(\omega)$ была равномерна в пределах от 0 до t_0. Если при этом можно еще пренебречь нестабильностью фазовых интервалов, то из (14), как частный случай, получим известную формулу для условной плотности распределения погрешности несинхронного время-импульсного преобразования:

$$f(\Delta_2)_\varphi = \frac{\alpha}{t_0}\,\delta(T\Delta_2 - t_0 + \alpha) + \left(1 - \frac{\alpha}{t_0}\right)\delta(T\Delta_2 + \alpha). \tag{15}$$

При равномерном законе распределения измерямых значений фазы плотность распределения $f(\alpha)$ также равномерна. Интегрируя при этом условии выражение (15) по α, получим, что безусловная плотность распределения погрешности время-импульсного преобразования определяется законом Симпсона. Действительно,

$$\begin{aligned} f(\Delta_2)_\varphi &= \int_0^{t_0} f(\alpha)\,\frac{\alpha}{t_0}\,\delta(T\Delta_2 - t_0 + \alpha)\,d\alpha = \frac{1}{t_0^2}(t_0 - T\Delta_2); \qquad \Delta_2 > 0; \\ f(\Delta_2)_\varphi &= \int_0^{t_0} f(\alpha)\left(1 - \frac{\alpha}{t_0}\right)\delta(T\Delta_2 + \alpha)\,d\alpha = \frac{1}{t_0^2}(T\Delta_2 + t_0); \quad \Delta_2 < 0. \end{aligned} \tag{16}$$

Безусловная плотность распределения погрешности время-импульсного преобразования с учетом нестабильности фазовых интервалов $f(\Delta_2')$ может быть найдена путем составления композиции закона Симпсона с плотностью распределения $f(\varphi T)$.

Формулы (14)—(16) характеризуют плотность распределения погрешности отдельного преобразования. Если результаты всех преобразований в пределах серии независимы, то, пользуясь этими соотношениями, можно определить все основные статистические характеристики средней погрешности время-импульсного преобразования $\widetilde{\Delta}_2$. Если же результаты преобразований зависимы, то дополнительно нужно рассчитать коэффициенты корреляции.

Погрешности Δ_1 и Δ_2 определяются совершенно различными факторами, и поэтому они обычно независимы. Это позволяет с помощью полученных в настоящей работе расчетных соотношений для плотностей распределения этих погрешностей легко рассчитать статистические характеристики общей погрешности измерения фазы с учетом нестабильности частоты и фазовых интервалов с произвольными законами распределения, а также выбрать оптимальное время измерения, при котором общая погрешность измерения минимальна.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Кузнецкий, М. К. Чмых. Статистические характеристики методических погрешностей цифровых фазометров.— Труды V Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1965.
2. С. С. Кузнецкий, М. К. Чмых. Закон распределения ошибок дискретного преобразования в фазометрах с постоянным измерительным временем в области низких частот.— Сб. «Реферативная информация по радиоэлектронике», 1968, № 9, реф. 8232 (Д-559).
3. Э. И. Вологдин. К вопросу статистической оценки методических погрешностей цифровых фазометров.— Сб. «Реферативная информация по радиоэлектронике», 1968, № 17, реф. 16311 (Д-672).
4. Э. И. Вологдин. Об одном методе анализа несинхронизированных аналого-цифровых преобразователей.— Тезисы докладов и сообщений IX Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Новосибирск, 1968.

Поступила в редакцию
3 ноября 1969 г.