

А. Н. ТАРАСЕНКО  
 (Киев)

### ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИЙ ФАЗОВЫЙ МОСТ С ЛИНЕЙНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Для измерения весьма малых приращений активных сопротивлений в последнее время начинают применять фазовые неуравновешенные мосты переменного тока [1, 2]. Использование фазы выходного напряжения в качестве носителя полезной информации позволяет устранить один из основных недостатков неуравновешенных мостов — зависимость результата измерения от нестабильности напряжения питания цепи. Кроме того, в измерительных устройствах с фазовыми преобразователями появляется возможность существенно уменьшить влияние последующих звеньев цепи на точность устройства, а также упростить цифровое представление результатов измерения. Однако все преимущества применения неуравновешенных мостов в качестве фазовых измерительных преобразователей могут быть реализованы только при обеспечении линейной зависимости между изменением контролируемого параметра и выходной величиной измерительного устройства. Для моста с одним реактивным элементом, включенным в плечо сопротивления  $R_1$ , и при  $R_2=R_3=R_4=R$  зависимость сдвига фазы напряжения на выходе моста относительно напряжения питания от изменения сопротивления одного из плеч моста нелинейна [1]:

$$\varphi = \arctg \frac{2 R X_1}{R_1^2 - R^2 + X_1^2}, \quad (1)$$

где  $\varphi$  — сдвиг фазы напряжения на выходе моста относительно напряжения питания;  $X_1$  — сопротивление реактивного элемента, включенного последовательно с активным сопротивлением  $R_1$ . Обычно выбирают  $R_1 \approx R$  и  $|X_1| \ll R$ ; тогда выражение (1) может быть записано так:

$$\varphi = \arctg \frac{X_1}{\Delta R}, \quad (2)$$

где  $\Delta R$  — приращение контролируемого сопротивления.

Ниже рассматривается один из способов линеаризации указанной зависимости без существенного увеличения оборудования [3]. Для получения линейной зависимости  $\varphi = F(\Delta R)$  мост выполняется из шести активных и двух реактивных сопротивлений (рис. 1, а). Топографическая диаграмма моста приведена на рис. 1, б. Фазовый сдвиг, пропорциональный величине изменения контролируемого сопротивления  $R_1$ , изме-

ряют между напряжениями  $\dot{U}_{dc}$  и  $\dot{U}_{de}$ . В таком устройстве нелинейность зависимости  $\varphi = F(\Delta R)$  одной половины моста компенсируется аналогичной нелинейностью второго полумоста. Для этого необходимо, чтобы при увеличении  $\Delta R$  чувствительность одного полумоста  $S_\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial R}$  уменьшалась, а другого — увеличивалась. Так как наибольшая чувствительность четырехплечего моста достигается при  $90^\circ$  сдвиге выходного напряжения относительно напряжения питания, то для двойного мос-

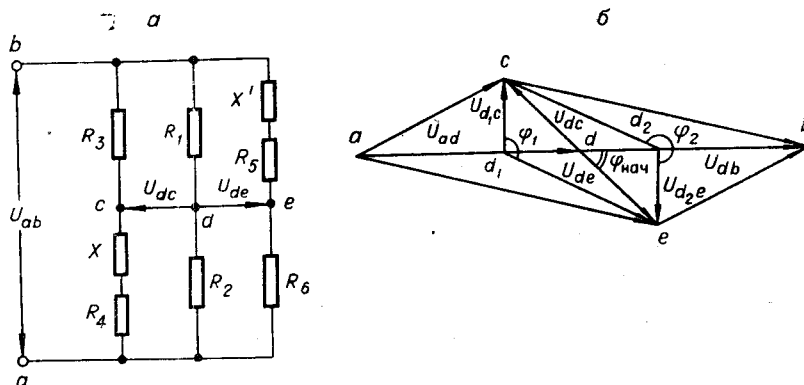


Рис. 1.

та (см. рис. 1, а) значения сопротивлений  $R_3, R_4, R_5, R_6$  и  $X$  выбираются такими, чтобы во всем диапазоне изменения  $R_1$  фазовые сдвиги между напряжениями  $\dot{U}_{dc}$  и  $\dot{U}_{ba}$ , а также  $\dot{U}_{de}$  и  $\dot{U}_{ab}$  не превышали  $90^\circ$ , т. е. точка  $d$  векторной диаграммы не должна выходить за пределы отрезка  $d_1d_2$  (см. рис. 1, б). При этом с достаточной точностью может быть обеспечено постоянство чувствительности двойного моста:

$$S_\varphi = S'_\varphi + S''_\varphi \approx \text{const},$$

где  $S'_\varphi$  и  $S''_\varphi$  — чувствительности полумостов.

В данном случае нелинейность фазовой характеристики четырехплечего неуравновешенного моста переменного тока компенсируется аналогичной нелинейностью фазовой характеристики второй половины двойного моста. Реактивное сопротивление  $X$ , включаемое в плечи моста, может иметь как индуктивный, так и емкостный характер [4]. Причем линейность фазовой характеристики обеспечивается без использования дополнительного активного элемента резистивного датчика в отличие от обычных дифференциальных схем. Аналогичная линейризация выполнена в амплитудно-фазовом преобразователе для преобразования амплитуды переменного напряжения в фазовый сдвиг [5].

Для определения фазовой характеристики моста принимаем, что входное сопротивление усилителей в измерительных диагоналях моста бесконечно велико, а внутреннее сопротивление источника питания моста равно нулю. Тогда комплексные коэффициенты передачи по напряжению каждой половины моста могут быть представлены согласно [6]:

$$\dot{W}_1 = \frac{(R_4 + jX)(R_1 + R_2) - R_2(R_3 + R_4 + jX)}{(R_3 + R_4 + jX)(R_1 + R_2)},$$

$$\dot{W}_2 = \frac{(R_1 + R_2)R_6 - R_2(R_5 + R_6 + jX)}{(R_5 + R_6 + jX)(R_1 + R_2)},$$

где  $W_1$  — комплексный коэффициент передачи четырехплечего моста, состоящего из  $R_1, R_2, R_3, R_4, X$ ;  $W_2$  — комплексный коэффициент передачи моста, состоящего из  $R_1, R_2, R_5, R_6, X$ . Фазовые сдвиги выходных напряжений относительно напряжения моста для первой и второй половины мостов могут быть определены так:

$$\varphi' = \pi - \operatorname{arctg} \frac{X R_3 (R_1 + R_2)}{(R_1 R_4 - R_2 R_3) (R_3 + R_4) + X^2 R_1};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X R_6 (R_1 + R_2)}{(R_2 R_5 - R_1 R_6) (R_5 + R_6) + X^2 R_2}.$$

Для обеспечения высокой чувствительности моста  $S_\varphi$  значение  $X$  выбирают соизмеримым с максимальным приращением контролируемого сопротивления  $\Delta R_m$ . Для тензодатчиков  $\Delta R_m$  составляет доли процента. Тогда, принимая  $R_1 = R + \Delta R$ , найдем значения сопротивлений остальных плеч моста при  $R_2 = R$  и  $|X| \ll R$ :

$$R_3 = R_6 = R - \frac{1}{2} \Delta R_x; \quad R_4 = R_5 = R + \frac{1}{2} \Delta R_x.$$

Величина  $\Delta R_x$  выбирается несколько больше  $\Delta R_m$ . Линейность зависимости  $\varphi = F(\Delta R)$  соблюдается на участке, меньшем, чем величина

$$(R + \Delta R_x) - (R - \Delta R_x) = 2 \Delta R_x,$$

где  $\Delta R_x = n \Delta R_m$ ;  $n$  — постоянный коэффициент ( $n > 1$ ).

Тогда фазовая характеристика сдвоенного моста может быть представлена следующим образом:

$$\varphi = \varphi' + \varphi'' = \pi - \operatorname{arctg} \frac{X}{\Delta R_x + \Delta R} + \operatorname{arctg} \frac{X}{\Delta R_x - \Delta R} =$$

$$= \pi - \operatorname{arccctg} \frac{\Delta R_x + \Delta R}{X} + \operatorname{arccctg} \frac{\Delta R_x - \Delta R}{X}. \quad (3)$$

После дифференцирования (3) по  $\Delta R$  и ввода обозначения  $k = \frac{X}{\Delta R_x}$  можем записать выражение для чувствительности сдвоенного моста

$$S_\varphi = S'_\varphi + S''_\varphi = \frac{d\varphi}{d(\Delta R)} = \frac{\frac{1}{k \Delta R_x}}{1 + \left[ \frac{1}{k} \left( 1 + \frac{\Delta R}{\Delta R_x} \right) \right]^2} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{k \Delta R_x}}{1 + \left[ \frac{1}{k} \left( 1 - \frac{\Delta R}{\Delta R_x} \right) \right]^2} = \frac{2}{k \Delta R_x} \frac{1 + \frac{1}{k^2} + \frac{\Delta R^2}{k^2 \Delta R_x^2}}{\left( 1 + \frac{1}{k^2} + \frac{\Delta R^2}{k^2 \Delta R_x^2} \right)^2 - \left( \frac{2 \Delta R}{k^2 \Delta R_x} \right)^2}.$$

При  $\Delta R = 0$  получим  $S_0 = \frac{2}{k \Delta R_x \left( 1 + \frac{1}{k^2} \right)}$ . Следовательно,

$$S_\varphi = S_0 \left[ 1 - \frac{\frac{\Delta R^2}{k^2 \Delta R_x^2} \left( 1 - \frac{3}{k^2} + \frac{\Delta R^2}{k^2 \Delta R_x^2} \right)}{\left( 1 + \frac{1}{k^2} + \frac{\Delta R^2}{k^2 \Delta R_x^2} \right)^2 - \left( \frac{2 \Delta R}{k^2 \Delta R_x} \right)^2} \right]. \quad (4)$$

Принимая линейной зависимость  $\varphi$  от  $\Delta R$  на участке  $2 R_m$ , можем записать  $\varphi = \pi + S_\lambda \Delta R$ , где  $S_\lambda$  — чувствительность моста с линеаризированной характеристикой.

Оценим погрешность линеаризации фазовой характеристики моста для  $S_\lambda = S_0$ . В общем случае погрешность (в %) из-за нелинейности может быть представлена выражением

$$\begin{aligned} \delta_n &= \frac{\varphi_\lambda - \varphi}{\Delta \varphi_{\max}} \cdot 100\% = \frac{100\%}{\Delta \varphi_{\max}} [S_\lambda \Delta R - \int_0^{\Delta R} (S' + S'') d(\Delta R)] = \\ &= \frac{100\%}{S_\lambda \Delta R_m} \int_0^{\Delta R} (S_\lambda - S' - S'') d(\Delta R), \end{aligned}$$

где  $\varphi_\lambda = S_\lambda \Delta R$  — текущее значение линеаризированной характеристики;  $\Delta \varphi_{\max} = S_\lambda \Delta R_m$  — приращение фазового сдвига на линейном участке.

Для любой точки характеристики погрешность из-за нелинейности может быть рассчитана по формуле

$$\delta_{in} = \frac{100\%}{S_\lambda \Delta R_m} (S_\lambda - S'_i - S''_i) \Delta R_i.$$

На границах диапазона изменения  $\Delta R$ , т. е. при  $\Delta R_i = \Delta R_m$ , получим соотношение для максимальной погрешности нелинейности

$$\delta_{mн} = \frac{S_\lambda - S'_\varphi - S''_\varphi}{S_\lambda} \cdot 100\%.$$

Следовательно, на всем линейном участке характеристики разность чувствительностей линеаризированной и реальной фазовых характеристик, выраженная в процентах от чувствительности линеаризированной характеристики, не должна превышать допустимой величины погрешности нелинейности:

$$\delta_{mн} = \frac{S_\lambda - S'_\varphi - S''_\varphi}{S_\lambda} \cdot 100\% \leq \delta_{н. доп}. \quad (5)$$

После подстановки  $S_\lambda = S_0$  получим

$$\delta_{mн} = \left(1 - \frac{S_\varphi}{S_0}\right) \cdot 100\% = \frac{\frac{\Delta R_m^2}{k^2 \Delta R_x^2} \left(1 - \frac{3}{k^2} + \frac{\Delta R_m^2}{k^2 \Delta R_x^2}\right) \cdot 100\%}{\left(1 + \frac{1}{k^2} + \frac{\Delta R_m^2}{k^2 \Delta R_x^2}\right)^2 - \left(\frac{2 \Delta R_m}{k^2 \Delta R_x}\right)^2} \leq \delta_{н. доп},$$

или при  $\Delta R_x = n \Delta R_m$

$$\delta_{mн} = \frac{\frac{1}{k^2 n^2} \left(1 - \frac{3}{k^2} + \frac{1}{n^2 k^2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^2 n^2}\right)^2 - \frac{4}{k^4 n^2}} \leq \delta_{н. доп}. \quad (6)$$

Выбирая значение  $n$  из формулы (6), можем определить величину  $k$  и по заданной величине  $\Delta R_m$  найдем значения  $X$ ,  $\Delta R_x$  и  $S_0$  для обеспечения требуемой линейности фазовой характеристики моста ( $\delta_{н. доп}$ ).

Оптимальные значения величин  $k$  и  $n$  могут быть определены графоаналитически. Введем обобщенный параметр

$$A = \frac{1}{k} \left( 1 - \frac{\Delta R}{n \Delta R_m} \right) \quad (7)$$

и построим графики функций (рис. 2):

$$S' = \frac{d}{dA} (\pi - \text{arctg } A); \quad S'' = \frac{d}{dA} (\text{arctg } A).$$

Кривая  $S''$  построена для отрицательных значений величины  $A$ . Так как на линейном участке фазовой характеристики моста суммарная

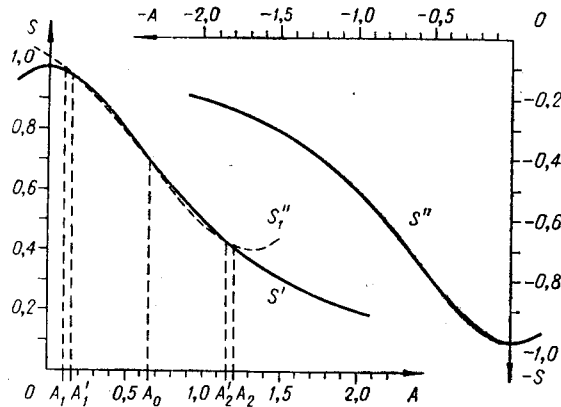


Рис. 2.

чувствительность  $S_\varphi = S'_\varphi + S''_\varphi$  должна оставаться постоянной, перемещаем линию  $S''$  параллельно самой себе, накладывая на  $S'$  так, чтобы они совпадали на возможно большем участке. Величина несовпадения графиков  $S'$  и  $S''$  пропорциональна отклонению реальной фазовой характеристики от линеаризированной с чувствительностью  $S_\varphi = S'_0 + S''_0$ , где  $S'_0$  и  $S''_0$  — значения чувствительности полумостов в точках соприкосновения (или пересечения)  $S'$  и  $S''$ .

Соблюдая условие (5), выбираем линейный участок фазовой характеристики и определяем значения  $A_1$  и  $A_2$ , ограничивающие этот участок. По значениям  $A_1$  и  $A_2$ , согласно (7), при  $\Delta R = \Delta R_m$  вычисляем  $k$  и  $n$ .

Приведем пример расчета. Пусть задана величина допустимой погрешности нелинейности  $\delta_{н. доп} = 0,3\%$ . Тогда, согласно рис. 2 (линии  $S'$  и  $S''$ ), находим, что линейный участок ограничен значениями  $A_1 = 0,1$  и  $A_2 = 1,2$ . Максимальными значениями чувствительностей  $S'_{m\varphi}$  и  $S''_{m\varphi}$  будут при  $A = 0$  и  $A = 1,3$ , т. е.  $\Delta R_x$  должно быть несколько больше  $\Delta R_m$ .

Согласно (7), можем записать  $\frac{1}{k} \left( 1 + \frac{\Delta R_x}{n \Delta R_m} \right) = 1,3$ . Отсюда имеем  $\frac{1}{k} = 0,65$ ;  $k = 1,538$ ;  $n = 1,18$ ;  $\varphi_{нач} = \text{arctg } \frac{1}{k} = 56^\circ 59'$ .

В точках  $A_1 = 0,15$  и  $A_2 = 1,15$  реальная характеристика пересекается с линеаризированной, где  $\Delta R_1 = (0,15k - 1) \Delta R_x = -0,91 \Delta R_m$ ,  $\Delta R_2 = (1,15k - 1) \Delta R_x = +0,91 \Delta R_m$ .

Для  $\Delta R_m = \pm 0,5$  ом получим  $\Delta R_x = 0,59$  ом;  $X = 0,91$  ом;  $\Delta R_1 = -0,455$  ом;  $\Delta R_2 = +0,455$  ом. На рис. 3 приведены графики фазовой характеристики моста 1 и погрешности из-за нелинейности 2, рассчитанных при  $\Delta R_m = \pm 0,5$  ом и  $\delta_{н. доп} \leq 0,3\%$ . Для других значений  $\delta_{н. доп}$  линейный участок характеристики соответственно изменится.

Из приведенных расчетов видно, что погрешность из-за нелинейности характеристики на всем диапазоне изменения  $\Delta R$  не превышает  $0,2\%$  и только при  $\Delta R = \Delta R_x$  достигает  $0,32\%$ . При этом фазовый сдвиг напряжений на выходе моста изменяется от  $135^\circ 13'$  до  $224^\circ 47'$ . Для других значений  $\Delta R_m$  выбранная линейность характеристики бу-

дет обеспечена при тех же значениях  $k$  и  $n$ , т. е. пределы изменения фазового сдвига остаются теми же, хотя чувствительность характеристики изменится. Таким образом, выбором значений  $\Delta R_x$  и  $X$  при указанных значениях  $k$  и  $n$  обеспечивается приведение разных значений  $\Delta R_m$  к единому пределу изменения фазового сдвига. Другими словами, выполняется нормализация фазового сдвига на выходе моста. Эксперимент проводился для моста с емкостными реактивными сопротивлениями, включенными параллельно плечам моста. Номинальное значение сопротивления тензодатчика  $R=200 \text{ ом}$ ,  $\Delta R_m=55 \text{ ом}$ . Величина емкости конденсатора  $C=10\,000 \text{ нф}$ . Частота напряжения питания моста  $400 \text{ гц}$ ;  $X_C=1,005 \text{ ом}$  (приведенное к последовательному включению реактивного сопротивления в плече моста);  $\Delta R_x=0,65 \text{ ом}$ .

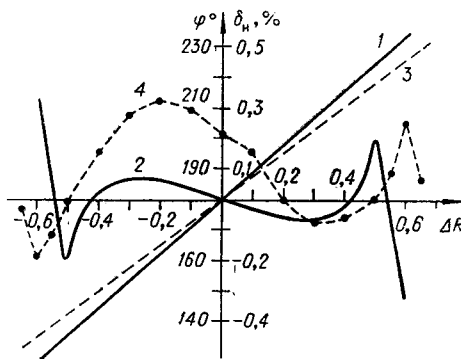


Рис. 3.

На рис. 3 приведены экспериментальная фазовая характеристика моста 3 и график погрешности нелинейности характеристики 4. Линия 4 несколько отличается от расчетной 2 из-за погрешности измерения фазового сдвига. Максимальная погрешность на линейном участке  $\delta_n = 0,32\%$  получена в точке  $\Delta R = -0,2 \text{ ом}$ . Значение этой погрешности рассчитывалось по отношению к приращению фазового сдвига  $\Delta \varphi_{\max} = 224^\circ 47' - 135^\circ 13' = 89^\circ 34'$ . Сопротивление датчика при этом изменялось от  $199,45$  до  $200,55 \text{ ом}$ . Погрешность измерения приращения сопротивления на  $1,10 \text{ ом}$  составляла  $\delta_{\Delta R} = 0,32\%$ , т. е. погрешность измерения сопротивления по отношению к его номинальному значению ( $R=200 \text{ ом}$ ) равна

$$\delta = 0,32\% \cdot \frac{1,1}{200} = 0,00176\%.$$

Благодаря высокой чувствительности и линейности фазовой характеристики описанный мост переменного тока может найти применение в многоканальных тензометрических устройствах. Результаты измерения достаточно просто могут быть представлены в цифровой форме, что облегчает использование ЦВМ для автоматической обработки полученных результатов в тензометрии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К. Г. Рего. Фазовые неуравновешенные мосты переменного тока.— В сб. «Контрольно-измерительная техника», № 2. Львов, Изд-во ЛьвГУ, 1966.
2. В. И. Костенко и О. Н. Суетин. Высокочувствительный фазовый модулятор.— Измерительная техника, 1966, № 4.
3. А. Н. Тарасенко. Неуравновешенный мост переменного тока для измерения сопротивлений. Авторское свидетельство № 241529.— ОИПОТЗ, 1969, № 14.
4. А. Н. Тарасенко. Фазовые модуляторы для тензодатчиков.— Труды семинара «Технические средства систем обработки данных, управления и измерения», вып. 2. Киев, 1968.
5. В. Г. Пшеничный. Амплитудно-фазовый преобразователь. Авторское свидетельство № 251267.— ИПОТЗ, 1969, № 27.
6. К. Б. Карандеев, Г. А. Штамбергер. Обобщенная теория мостовых цепей переменного тока. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.

Поступила в редакцию  
20 октября 1969 г.