2. М. А. Розенблат. Магнитные усилители, ч. II. М., «Советское радио», 1960.
3. М. З. Юдич. Устройство для защиты нуль-органа. Авторское свидетельство № 225585.— ИПОТЗ, 1968, № 27.

Поступило в редакцию 3 ноября 1969 г., окончательный вариант — 29 декабря 1969 г.

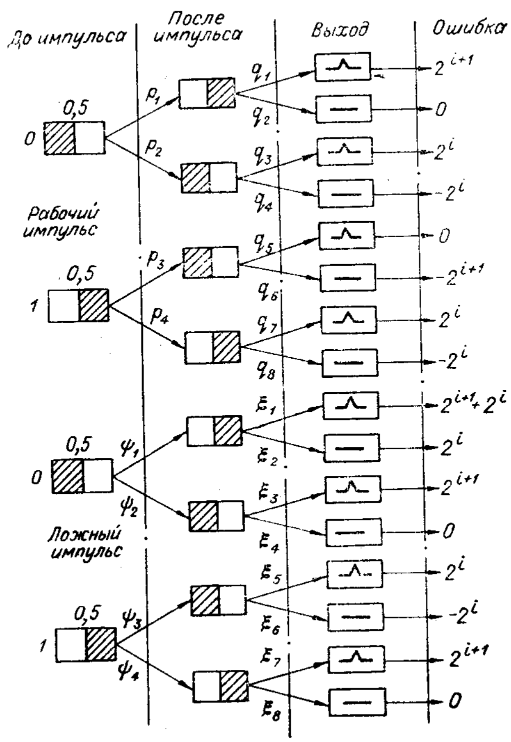
УДК 621.117

В. А. ДОБРЫДЕНЬ

(Харьков)

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОШИБКИ СЧЕТЧИКА, ОБУСЛОВЛЕННОЙ СБОЯМИ

Благодаря помехозащищенности, удобству хранения и индикации результатов и ряду других достоинств цифровое представление величин все более широко используется в измерительной технике. Однако и оно не свободно от случайных погрешностей, имеющих в этом случае дискретный характер и обусловленных, в частности, сбоями в работе дискретных элементов. Одним из наиболее распространенных устройств цифровых измерительных систем является двоичный счетчик импульсов. Сбои, возникающие в счетчике, могут служить источником погрешности измерений, которая при использовании их в автоматической системе управления приводит к отклонению режима управляемого процесса от оптимального и тем самым — к экономическим потерям. Поэтому представляют интерес характеристики этой погрешности, наиболее полной из которых является плотность распределения ошибки счетчика $f(\Delta)$.



Рассмотрим двоичный счетчик простейшей структуры, имеющий n разрядов (триггеров). Определим плотность распределения ошибки $f(\Delta)$ для достаточно большого времени работы счетчика при следующих допущениях. Входные импульсы (рабочие) образуют регулярный поток с интервалом времени τ; длительность импульсов пренебрежимо мала в сравнении с τ; на входе i-го разряда имеется пуассоновский поток ложных импульсов с параметрами λ_i. Счетчик работает в режиме отсутствия переносов из старшего разряда (например, сброс в исходное состояние всегда осуществляется до заполнения счетчика).

Триггер i-го разряда характеризуется состоянием в момент поступления входного импульса (0 или 1 с вероятностью 0,5), состоянием после импульса, наличием (или отсутствием) импульса на его выходе и возникающей при этом ошибкой счета. В случае поступления рабочего импульса ошибка возникает при несрабатывании триггера, при ошибочном генерировании импульса переноса в старший разряд (наличие его при переходе триггера из 0 в 1 или отсутствие его при обратном переходе) либо при совместном появлении этих событий. В случае ложного импульса ошибка возникает при срабатывании триггера, при возникновении импульса переноса и при том и другом одновременно. Деревья логических возможностей указанных событий с соответствующими условными вероятностями переходов и величинами вносимых ошибок приведены на рисунке. Два верхних «дерева» относятся к поступлению рабочего импульса, а два нижних — ложного. Их вид аналогичен, однако переходные вероятности и значения ошибок существенно иные. Кроме того, если рабочий импульс на вход триггера i-го разряда поступает в течение времени $2^i\tau$ с вероятностью 1, то ложный — с вероятностью

$$\xi_i = 1 - \exp(-2^i \tau \lambda_i),$$

поскольку за время между рабочими импульсами на вход триггера i-го разряда поступает j ложных с вероятностью $(j=0, 1, \ldots,)$

$$Q_i(j) = \frac{(2^i \tau \lambda_i)^j}{j!} \exp(-2^i \tau \lambda_i),$$

т. е. среднее число ν_i ложных импульсов на его входе за это время равно

$$\nu_i = M[j] = 2^i \tau \lambda_i.$$

Нетрудно видеть (см. рисунок), что распределение ошибки, возникающей в i-м разряде при поступлении рабочего импульса, будет выражаться табл. 1, а при поступлении ложного импульса — табл. 2. Для произвольного числа импульсов — рабочих или ложных — распределение можно найти, если рассмотреть все возможные сочетания ошибок с соответствующими вероятностями. Поскольку ошибка счетчика равна сумме ошибок разрядов, в условиях принятых допущений она подчиняется сложному распределению Пуассона [1].

Таблица 1

2^{i+1}	2^i	0	-2^i	-2^{i+1}
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$0{,}5\, p_1 q_1$	$0{,}5\,(p_2 q_3 + p_4 q_7)$	$0{,}5\,(p_1 q_2 + p_3 q_5)$	$0{,}5\, p_2 q_4 + p_4 q_8)$	$0{,}5\, p_3\, q_6$

Таблица 2

$2^{i+1}+2^i$	2^{i+1}	2^i	0	-2^i
b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
$0{,}5\,\psi_1 \xi_1$	$0{,}5\,(\psi_2 \xi_3 + \psi_4 \xi_7)$	$0{,}5\,(\psi_1 \xi_2 + \psi_3 \xi_5)$	$0{,}5\,(\psi_2 \xi_4 + \psi_4 \xi_8)$	$0{,}5\,\psi_3 \xi_6$

Практически важный результат следует из асимптотической нормальности сложных пуассоновских распределений [2, 3], дающий основания считать распределение ошибки счетчика при достаточно большом числе входных импульсов нормальным. Это значительно облегчает аналитическое исследование систем, содержащих счетчики, и сводит многие вычисления к использованию таблиц интеграла вероятностей. Наглядно и убедительно, хотя и не строго, асимптотическую нормальность распределения изучаемой ошибки можно показать следующим образом. Если принять естественное, подтверждающееся экспериментально условие ординарности потока сбоев счетчика, вероятностью события, состоящего в многократной ошибке при обработке одного и того же импульса, можно пренебречь. Иначе говоря, поскольку вероятность ошибки при обработке импульса априори невелика, можно пренебречь величиной более высокого порядка малости — вероятностью того, что ошибочно возникший импульс переноса будет в свою очередь обработан с ошибкой. Аналогично обстоит дело с вероятностью потенциально возможной ошибки при обработке импульса «пропавшего» в результате сбоя. Следовательно, принятие условия ординарности потока сбоев счетчика обеспечивает независимость ошибок в отдельных разрядах, при этом асимптотическая нормальность $f(\Delta)$ следует из центральной предельной теоремы [3].

Найдем на основании изложенного оценки параметров асимптотического распределения ошибки счетчика.

По данным табл. 1 и 2 определим математическое ожидание и дисперсию ошибки на один рабочий (Δ_{i1}) и один ложный (Δ_{i2}) импульс на входе триггера i-го разряда:

$$A_i = M[\Delta_{i1}] = a_1 2^{i+1} + a_2 2^i - a_4 2^i - a_5 2^{i+1};$$

$$B_i = M[\Delta_{i2}] = b_1 (2^{i+1} + 2^i) + b_2 2^{i+1} + b_3 2^i - b_5 2^i;$$

$$D[\Delta_{i1}] = a_1 (2^{i+1} - A_i)^2 + a_2 (2^i - A_i)^2 +$$

$$+ a_3 A_i^2 + a_4 (-2^i - A_i)^2 + a_5 (-2^{i+1} - A_i)^2;$$

$$D[\Delta_{i2}] = b_1 (2^{i+1} + 2^i - B_i)^2 + b_2 (2^{i+1} - B_i)^2 +$$

$$+ b_3 (2^i - B_i)^2 + b_4 B_i^2 + b_5 (-2^i - B_i)^2.$$

За время T, в течение которого на вход i-го разряда поступит k_i рабочих импульсов, среднее число поступивших сюда же ложных импульсов составит $k_i \nu_i$; таким образом,

$$C_i = M[\Delta_i] = k_i (A_i + \nu_i B_i); \quad D_i = D[\Delta_i] = k_i (D[\Delta_{i1}] + \nu_i D[\Delta_{i2}]),$$

откуда

$$f(\Delta) \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Delta - m)^2}{2\sigma^2}\right),$$

где

$$m = \sum_0^{n-1} C_i; \quad \sigma = \sqrt{\sum_0^{n-1} D_i}.$$

Следует подчеркнуть, что m и τ зависят от рассматриваемого интервала времени T и величины τ, причем полученные результаты дают несколько завышенную погрешность.

Описанный подход может быть использован также для анализа ошибок счетчика, работающего в других режимах, например при случайном потоке входных импульсов, различных потоках ложных, при наличии цепей черезразрядного переноса и т. д.

Полученные результаты позволяют оценить достоверность показаний двоичных счетчиков измерительных систем и указать основные источники их ненадежности.

Автор выражает благодарность В. О. Курт-Умерову, убедившему его в необходимости проведенного исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М., «Мир», 1964.
2. С. Н. Бернштейн. Распространение предельной теоремы теории вероятностей на суммы зависимых величин.— Успехи матем. наук, 1944, вып. 10.
3. М. Лоэв. Теория вероятностей. М., Изд-во иностр. лит., 1962.

Поступило в редакцию
8 июля 1969 г.,
окончательный вариант —
16 февраля 1970 г.