

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

УДК 621.317.727.1

К. БАДЖЬМИРОВСКИЙ, В. МАЛИНИН, Б. ПИВКО

(Варшава, Новосибирск)

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЦИФРОВОГО ДЕЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ НАПРАВЛЕННЫХ ГРАФОВ

Точность цифровых вольтметров поразрядного уравнивания в большой степени зависит от точности цифрового делителя, формирующего компенсационное напряжение. В связи с этим возникает необходимость в определении зависимости между погрешностью коэффициента передачи делителя μ_j и погрешностями его сопротивлений. Эту зависимость можно выразить через коэффициенты влияния b_{ij} [1]. Процесс нахождения этих коэффициентов упрощается, если использовать метод направленных графов. Согласно определению [1], коэффициент влияния параметра ξ_i делителя находится из следующего соотношения:

$$b_{ij} = \frac{\xi_i}{\mu_j} \frac{\partial \mu_j}{\partial \xi_i} = \frac{d(\ln \mu_j)}{d(\ln \xi_i)}. \quad (1)$$

Значение b_{ij} зависит от номера позиции делителя j , т. е. комбинации замкнутых и разомкнутых ключей. Пользуясь понятиями теории обратной связи [2], коэффициент влияния можно выразить через возвратные разности:

$$b_{ij} = \frac{1}{F_{ij}} - \frac{1}{F_{ij}^0}, \quad (2)$$

где F_{ij} , F_{ij}^0 — соответственно возвратные разности относительно параметра ξ_i :

$$F_{ij} = \frac{F_j}{F_j(\xi_i = 0)}; \quad (3)$$

$$F_{ij}^0 = \frac{F_j^0}{F_j^0(\xi_i = 0)}, \quad (4)$$

где F_j , F_j^0 — соответственно возвратные разности относительно всех иммитансов делителя. Рассмотрим теперь способ вычисления возвратных разностей.

На рис. 1, а приводится исходная схема делителя, преобразуя которую можно получить большинство применяемых практически схем. В направленном графе этой схемы* (см. рис. 1, б) выходное напряжение U_j является независимой переменной (исток), а напряжение ис-

* Ветви графа с единичными передачами приведены без обозначений.

точника образцового напряжения U_0 — зависимой переменной (стоком), т. е. коэффициент передачи этого графа есть величина, обратная коэффициенту передачи делителя. Поскольку рассматриваемый граф не содержит петель, его коэффициент передачи T_{2n} находим как сумму пере-

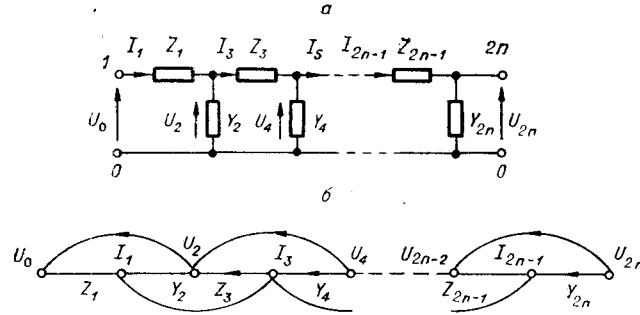


Рис. 1.

дач всех возможных путей между истоком U_{2n} и стоком U_0 . В общем случае коэффициент передачи между узлами U_e и U_0 вычисляем по следующей формуле:

$$\begin{aligned}
 T_e = 1 + & \sum_{p=1}^{e-1} \sum_{q=p+1}^e Z_p Y_q + \sum_{\substack{p=1 \\ q=p+1}}^{2n-3} \sum_{\substack{r=e-1 \\ s=q+1}}^{r=e-1} Z_p Y_q Z_r Y_s + \\
 & + Z_1 Y_{2n} \sum_{q=2}^{e-2} \sum_{p=q+1}^{2n-1} Y_q Z_p + \\
 & + \sum_{\substack{p=1 \\ q=p+1}}^{p=e-s} \sum_{\substack{r=q+1 \\ s=r+1}}^{r=e-3} \sum_{\substack{t=s+1 \\ u=t+1}}^{t=e-1} Z_p Y_q Z_r Y_s Z_t Y_u + \dots,
 \end{aligned} \quad (5)$$

где $e=2, 4, 6, \dots$; p, r, t, \dots нечетные; q, s, u, \dots четные; Z_p, Y_q — сопротивление и проводимость делителя соответственно. При $e=2n$ $T_e = T_{2n}$, где n — общее число узлов в графе. Позиция исходной схемы, приведенная на рис. 1, *a*, соответствует единице младшего разряда на выходе делителя. При других значениях коэффициента передачи схема делителя изменяется таким образом, что концы отдельных проводимостей Y_q или части этих проводимостей (если несколько проводимостей включено параллельно) переключаются от общей клеммы 0 к клемме 1 . В графе делителя этому соответствует появление дополнительной ветви с передачей — Y_q , направленной от узла U_0 к узлу I_p . В качестве иллюстрации на рис. 2, *a* дана схема с двумя переключенными проводимостями, а на рис. 2, *б* показан соответствующий граф. На рис. 2, *в* изображен этот же граф после преобразований, из которого следует, что рассматриваемому переключению проводимости Y_p соответствует появление в узле U_0 исходного графа собственной петли с передачей

$$T_{0f} = -Y_f T_f, \quad (6)$$

где

$$T_f = \sum_{p=1}^{f-1} Z_p + Z_1 \sum_{\substack{q=2 \\ p=q+1}}^{q=f-2} Y_q Z_p + Z_{2n-1} \sum_{\substack{p=f-3 \\ p=1 \\ q=p+1}}^{p=f-3} Y_p Z_q +$$

$$\begin{aligned}
& + Z_1 \sum_{\substack{q=2 \\ p=q+1}}^{q=f-4} \sum_{\substack{s=f-2 \\ r=s+1}}^{s=f-2} Y_p Z_q Y_s Z_r + \\
& + Z_{2n-1} \sum_{\substack{p=1 \\ q=p+1}}^{p=f-5} \sum_{\substack{r=f-3 \\ s=r+1}}^{r=f-3} Z_p Y_q Z_r Y_s + \dots; \quad (7)
\end{aligned}$$

f — номер проводимости, подключенной к узлу U_0 ; $f=2, 4, 6, \dots$; T_f — сумма передач всех возможных путей между узлами I_{f-1} и U_0 . Несколько громоздкие формулы (5) и (7) можно заменить одним простым рекуррентным соотношением

$$T_\eta = T_{\eta-2} + T_{\eta-1} \xi_\eta; \quad \eta = 1, 2, 3, \dots, 2n, \quad (8)$$

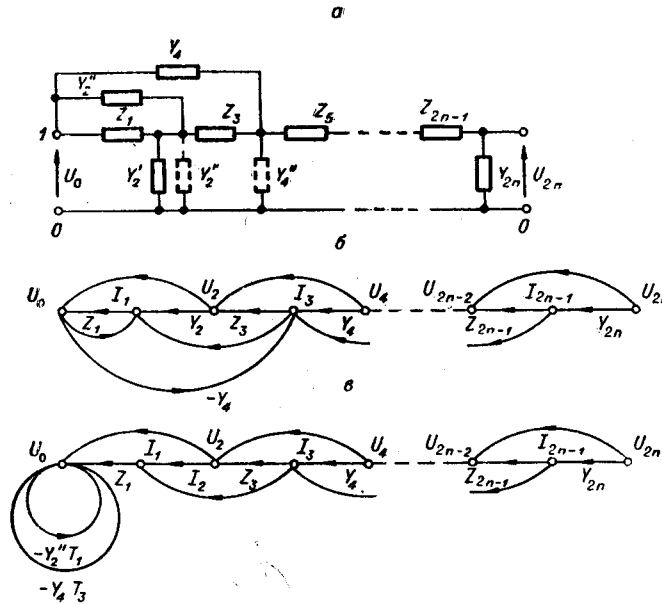


Рис. 2.

где

$$\xi_\eta = \begin{cases} Z_\eta; & \eta = 1, 3, 5, \dots, 2n-1; \\ Y_\eta; & \eta = 2, 4, 6, \dots, 2n; \end{cases}$$

$T_0 = 1$; $T_k = 0$ при $k < 0$. Причем

$$T_\eta = \begin{cases} T_f; & \eta = 1, 3, 5, \dots, 2n-1; \\ T_e; & \eta = 2, 4, 6, \dots, 2n. \end{cases}$$

В общем случае граф сводится к виду, изображенному на рис. 3, а. Тогда

$$T_j = \frac{T_{2n}}{1 - T_{0j}}, \quad (9)$$

где

$$T_{0j} = - \sum_q \alpha_{qj} T_{0q}; \quad (10)$$

$\alpha_{qj} = 1$ (или 0), если q -я проводимость в делителе подключена к узлу I или O соответственно. Из (9) следует, что

$$F_j = 1 - T_{0j}. \quad (11)$$

Для определения F_j^0 в графе, изображенном на рис. 3, а, произведем инверсию единичной ветви между узлами U_0 и U_{2n} . На основе инвертированного графа (см. рис. 3, б)

$$F_j = T_{2n}. \quad (12)$$

После подстановки (11), (12) в (3), (4), а последних в (2) найдем окончательное решение:

$$b_{ij} = \frac{1 - T_{0j} (\xi_i = 0)}{1 - T_{0j}} - \frac{T_{2n} (\xi_i = 0)}{T_{2n}}. \quad (13)$$

В качестве примера вычислим коэффициенты влияния для делителя, схема и соответствующий граф которого приведены на рис. 4, а и б. Для позиции делителя с коэффициентом передачи, пропорциональным 0,19999, из (8) найдем, что: $T_1=4R$; $T_2=10$; $T_3=40R$; $T_4=100$; $T_5=400R$; $T_6=1000$; $T_7=4000R$; $T_8=10\ 000$; $T_9=40\ 000R$; $T_{10}=40\ 000$. Тогда, согласно (11) и (12), $F_j = 1 + T_1 Y_2 + T_3 Y_4 + T_5 Y_6 + T_7 Y_8 + T_9 Y_{10} = 19\ 999$; $F_j^0 = T_{10}$. Очевидно, что $F_j (Y_{101} = 0) = 9999$ и $T_{10} (Y_{101} = 0) = 30\ 000$. Коэффициент влияния проводимости Y_{101} , согласно (13), равен $b_{101} = -0,25\ 002\ 501$. Значения остальных коэффициентов сведены в таблицу. Здесь следует отметить, что значения коэффициентов влияния сопротивления и проводимости одного элемента равны по абсолютной величине и противоположны по знаку.

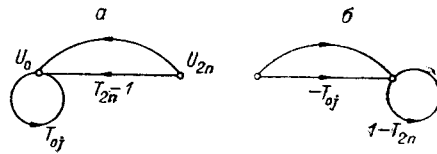


Рис. 3.

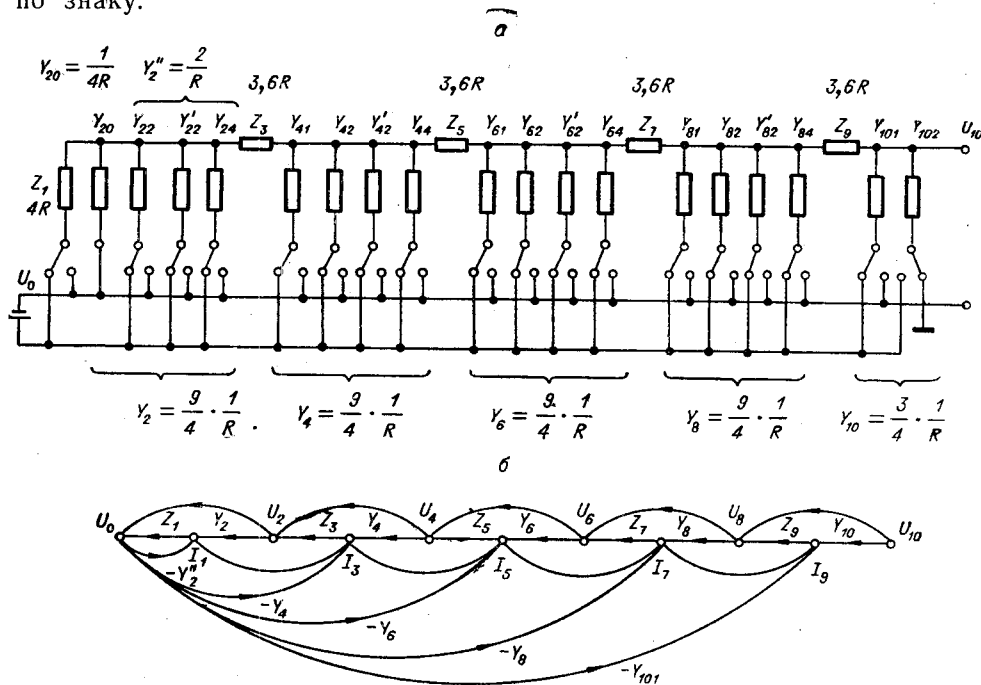


Рис. 4.

b_{101}	-0,25 002 501	b_5	0,00 001 841
b_{102}	0,5	b_{41}	-0,000 004 796
b_9	-0,22 497 750	$b_{42}=b'_{42}$	-0,000 009 592
b_{31}	-0,00 250 475	b_{44}	-0,000 019 183
$b_{32}=b'_{32}$	-0,00 500 951	b_3	0,00 004
b_{84}	-0,01 001 901	b_{20}	0,000 045 454
b_7	-0,00 220 927	$b_{22}=b'_{22}$	-0,0 000 090 907
b_{61}	-0,00 002 955	b_{24}	-0,0 000 181 814
$b_{62}=b'_{62}$	-0,0 0 00 591	b_1	-0,0 000 045 482
b_{85}	-0,00 011 819	—	—

Для сравнения приведем аналитическое выражение коэффициента передачи рассматриваемой схемы, полученное авторами методом узловых напряжений, исходя из матрицы проводимостей:

$$T_j = k_9 \sum_{q=101}^{102} \alpha_{qj} Y_q + k_7 k_9 \sum_{q=81}^{84} \alpha_{qj} Y_q + k_3 k_7 k_9 \sum_{q=61}^{64} \alpha_{qj} Y_q + k_3 k_5 k_7 k_9 (Y_1 + \sum_{q=22}^{24} \alpha_{qj} Y_q), \quad (14)$$

где

$$k_3 = \frac{g_3}{g_3 + g_{20} + g_1 + \sum_{q=22}^{24} g_q}; \quad k_5 = \frac{g_5}{g_5 + \sum_{q=41}^{44} g_q + g_3(1 - k_3)};$$

$$k_7 = \frac{g_7}{g_7 + \sum_{q=61}^{64} g_q + g_5(1 - k_5)}; \quad k_9 = \frac{1}{\sum_{q=101}^{102} g_q + g_7(1 - k_7)}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Л. Быховский. Основы динамической точности электрических и механических цепей. М., Изд-во АН СССР, 1958.
2. Y. Chow, E. Cassagnol. Linear Signal — Flore Graphs and Applications. John Wiley, New York — London, 1962.

Поступила в редакцию
29 декабря 1969 г.,
окончательный вариант —
6 марта 1970 г.