

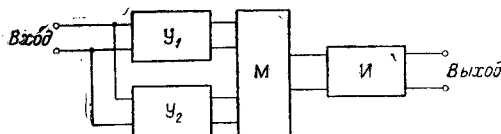
А. Г. КОЗАЧОК, В. М. КУНОВ, З. А. ЛИВШИЦ

(Новосибирск)

АНАЛИЗ ПОРОГА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ КОРРЕЛЯЦИОННОГО УСИЛИТЕЛЯ

Среди различных методов измерения сигналов, лежащих ниже уровня шума электронных усилителей, важное место занимает корреляционный метод [1]. Известно, что принципиально порог чувствительности этого метода не ограничен [2]. Практически же он отличается от предельно возможного из-за трудностей технического порядка и прежде всего из-за конечности времени измерения. Последнее обстоятельство имеет особенно важное значение при измерении сигналов в диапазоне звуковых и инфразвуковых частот.

На рисунке изображена блок-схема типичного корреляционного усилителя: Y_1 и Y_2 — два канала усиления; M — множительное устройство; I — интегратор.



Данная работа является попыткой установить количественную связь между временем измерения, погрешностью измерения, частотной полосой пропускания усилителя и шумами в обоих каналах. Кроме того, ставилась задача оценить возможность использования корреляционного метода для улучшения порога чувствительности низкочастотных усилителей, имеющих, кроме «белого» шума, спектральная плотность которого постоянна, еще и фликкер-шум, спектральная плотность которого обратно пропорциональна частоте.

Предположим, что частотные характеристики каналов прямоугольные, а спектральная плотность шума, приведенного ко входу, в каждом из каналов может быть описана формулами:

$$\left. \begin{aligned} S_{y_1}(\omega) &= \frac{\lambda_1}{\omega} + \lambda_2 \\ S_{y_2}(\omega) &= \frac{\lambda_1'}{\omega} + \lambda_2' \end{aligned} \right\} \text{при } \omega \in [\omega_1, \omega_2]; \quad (1)$$

$$S_{y_1} = S_{y_2} = 0 \text{ при } \omega \notin [\omega_1, \omega_2]. \quad (2)$$

Здесь λ_1 и λ_1' — коэффициенты, зависящие от уровня фликкер-шума, а λ_2 и λ_2' — коэффициенты, зависящие от уровня «белого» шума в каж-

дом канале; ω — круговая частота; ω_1 и ω_2 — соответственно нижняя и верхняя граничные частоты полосы пропускания.

Обозначим полезный сигнал через $x(t)$, а шумы в каналах через $y_1(t)$ и $y_2(t)$. Будем полагать, что процессы $x(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$ стационарные и попарно независимые с нулевым средним значением.

Пусть \bar{z}_n^2 и \bar{z}_p^2 — сигналы на выходе идеального (нешумящего) и реального корреляционных усилителей соответственно, т. е.

$$\bar{z}_n^2 = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt; \quad (3)$$

$$\bar{z}_p^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - y_1(t)][x(t) - y_2(t)] dt. \quad (4)$$

Найдем квадрат разности между выходным сигналом идеального корреляционного усилителя и реального. Для этого из (3) вычтем (4) и полученную разность возведем в квадрат. В результате будем иметь

$$(\bar{z}_n^2 - \bar{z}_p^2)^2 = \frac{1}{T^2} \sum_{i=1}^6 I_i, \quad (5)$$

где

$$I_1 = \left[\int_0^T x(t) y_1(t) dt \right]^2; \quad (6)$$

$$I_2 = \left[\int_0^T x(t) y_2(t) dt \right]^2; \quad (7)$$

$$I_3 = \left[\int_0^T y_1(t) y_2(t) dt \right]^2; \quad (8)$$

$$I_4 = 2 \left[\int_0^T y_1(t) y_2(t) dt \right] \left[\int_0^T x(t) y_2(t) dt \right]; \quad (9)$$

$$I_5 = 2 \left[\int_0^T x(t) y_1(t) dt \right] \left[\int_0^T y_1(t) y_2(t) dt \right]; \quad (10)$$

$$I_6 = 2 \left[\int_0^T x(t) y_1(t) dt \right] \left[\int_0^T x(t) y_2(t) dt \right]. \quad (11)$$

Вычислим теперь математическое ожидание случайной величины $(\bar{z}_n^2 - \bar{z}_p^2)^2$, которое в данном случае является квадратом абсолютной среднеквадратичной погрешности:

$$M(\bar{z}_n^2 - \bar{z}_p^2)^2 = \frac{1}{T} [M(I_1) + M(I_2) + \dots + M(I_6)]. \quad (12)$$

Здесь M — символ математического ожидания. Найдем $M(I_1)$. Из (6) получаем

$$M(I_1) = M \left[\int_0^T x(t_1) y_1(t_1) dt_1 \int_0^T x(t_2) y_1(t_2) dt_2 \right] =$$

$$= M \left[\int_0^T \int_0^T x(t_1) y_1(t_1) x(t_2) y_1(t_2) dt_1 dt_2 \right]. \quad (13)$$

Так как порядок операций интегрирования и взятия математического ожидания можно изменять, то выражение (13) запишем в виде

$$M(I_1) = \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 M[x(t_1) x(t_2) y_1(t_1) y_1(t_2)]. \quad (14)$$

Поскольку математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий, то

$$M(I_1) = \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 M[x(t_1) x(t_2)] M[y_1(t_1) y_1(t_2)]. \quad (15)$$

Учитывая, что $M[x(t_1)x(t_2)] = k_x(t_2 - t_1)$, а $M[y_1(t_1)y_1(t_2)] = k_{y_1}(t_2 - t_1)$ — корреляционные функции стационарных случайных процессов $x(t)$ и $y_1(t)$ соответственно, вычисленные в точке $(t_2 - t_1)$, выражение (15) можно представить так:

$$M(I_1) = \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 k_x(t_2 - t_1) k_{y_1}(t_2 - t_1). \quad (16)$$

После замены переменных $\tau = t_2 - t_1$, $\mu = \frac{t_2 + t_1}{2}$ и интегрирования полученного выражения по μ с учетом того, что $k_x(\tau)$ и $k_{y_1}(\tau)$ — четные функции, будем иметь

$$M(I_1) = 2 \int_0^T (T - \tau) k_x(\tau) k_{y_1}(\tau) d\tau. \quad (17)$$

Аналогично находим математические ожидания I_2 и I_3 :

$$M(I_2) = 2 \int_0^T (T - \tau) k_x(\tau) k_{y_2}(\tau) d\tau; \quad (18)$$

$$M(I_3) = 2 \int_0^T (T - \tau) k_{y_1}(\tau) k_{y_2}(\tau) d\tau. \quad (19)$$

Математические ожидания I_4, I_5, I_6 равны нулю, так как по условию $M[y_1(t)] = M[y_2(t)] = 0$. Подставляя (17) — (19) в (12), получим

$$\begin{aligned} M(\bar{z}_n^2 - \bar{z}_p^2)^2 &= \frac{2}{T^2} \int_0^T (T - \tau) k_x(\tau) [k_{y_1}(\tau) + k_{y_2}(\tau)] d\tau + \\ &+ \frac{2}{T^2} \int_0^T (T - \tau) k_{y_1}(\tau) k_{y_2}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (20)$$

Корреляционные функции, входящие в формулу (20), можно определить из спектральной плотности по формуле Винера — Хинчина

$$k(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos \omega \tau d\omega. \quad (21)$$

Таким образом, формулы (20) и (21) устанавливают связь в самом общем виде между среднеквадратичной погрешностью, временем усреднения, шумами в каналах и частотной характеристикой усилителя. Используя эти формулы, оценим нижний предел измерения широкополосного корреляционного усилителя низкой частоты.

Из (21) с учетом (1) и (2) находим

$$k_{y_1}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left(\frac{\lambda_1}{\omega} + \lambda_2 \right) \cos(\omega\tau) d\omega = \frac{\lambda_1}{\pi} [\text{Ci}(\omega_2\tau) - \text{Ci}(\omega_1\tau)] + \frac{\lambda_2}{\pi} \frac{\sin \omega_2\tau - \sin \omega_1\tau}{\tau}. \quad (22)$$

Здесь $\text{Ci}(x) = -\int_x^{\infty} \frac{\cos t}{t} dt$ — интегральный косинус. Аналогично получаем формулу для $k_{y_2}(\tau)$:

$$k_{y_2}(\tau) = \frac{\lambda_1'}{\pi} [\text{Ci}(\omega_2\tau) - \text{Ci}(\omega_1\tau)] + \frac{\lambda_2'}{\pi} \frac{\sin \omega_2\tau - \sin \omega_1\tau}{\tau}. \quad (23)$$

И, наконец, для корреляционной функции полезного сигнала имеем общую формулу

$$k_x(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega. \quad (24)$$

Здесь $S_x(\omega)$ — спектральная плотность измеряемого сигнала. С учетом (22) — (24) выражение (20) можно записать в виде

$$M(\bar{z}_n^2 - \bar{z}_p^2)^2 = \frac{2}{\pi} \left[(\lambda_1 + \lambda_1') J_1 + (\lambda_2 + \lambda_2') J_2 + \frac{\lambda_1 \lambda_1'}{\pi} J_3 + \frac{\lambda_2 \lambda_2'}{\pi} J_4 + \frac{\lambda_1 \lambda_2' + \lambda_1' \lambda_2}{\pi} J_5 \right]. \quad (25)$$

Здесь

$$J_1 = \frac{1}{\pi T^2} \int_0^T (T - \tau) \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega \right] [\text{Ci}(\omega_2\tau) - \text{Ci}(\omega_1\tau)] d\tau; \quad (26)$$

$$J_2 = \frac{1}{\pi T^2} \int_0^T (T - \tau) \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega \right] \left[\frac{\sin \omega_2\tau - \sin \omega_1\tau}{\tau} \right] d\tau; \quad (27)$$

$$J_3 = \frac{1}{T^2} \int_0^T (T - \tau) [\text{Ci}(\omega_2\tau) - \text{Ci}(\omega_1\tau)]^2 d\tau; \quad (28)$$

$$J_4 = \frac{1}{T^2} \int_0^T (T - \tau) \frac{(\sin \omega_2\tau - \sin \omega_1\tau)^2}{\tau^2} d\tau; \quad (29)$$

$$J_5 = \frac{1}{T^2} \int_0^T (T - \tau) [\text{Ci}(\omega_2\tau) - \text{Ci}(\omega_1\tau)] \frac{\sin \omega_2\tau - \sin \omega_1\tau}{\tau} d\tau. \quad (30)$$

Будем рассматривать класс сигналов, в котором при любой зависимости спектральной плотности от частоты сигналы имеют одно и то же действующее значение

$$\bar{z}_n^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_x(\omega) d\omega. \quad (31)$$

поскольку при корреляционном методе измеряется именно действующее значение сигнала.

Так как интегралы J_1 и J_2 зависят от функции $S_x(\omega)$, которая может быть весьма произвольной, то попытаемся из рассматриваемого класса сигналов выделить тот сигнал, измерение которого производится с наименьшей погрешностью. Математически это выражается в том, что необходимо найти то $S_x(\omega)$, при котором сумма $(\lambda_1 + \lambda'_1) J_1 + (\lambda_2 + \lambda'_2) J_2$ максимальна. Учитывая (26), (27), эту сумму можно представить в виде

$$\begin{aligned} & (\lambda_1 + \lambda'_1) J_1 + (\lambda_2 + \lambda'_2) J_2 = \\ & = \frac{1}{\pi T^2} \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_x(\omega) \left\{ (\lambda_1 + \lambda'_1) \int_0^T (T - \tau) [\text{Ci}(\omega_2 \tau) - \text{Ci}(\omega_1 \tau)] \times \right. \\ & \times \cos \omega \tau d\tau + (\lambda_2 + \lambda'_2) \int_0^T (T - \tau) \frac{\sin \omega_2 \tau - \sin \omega_1 \tau}{\tau} \cos \omega \tau \left. \right\} d\omega. \quad (32) \end{aligned}$$

Выражение в фигурных скобках формулы (32) есть ограниченная функция, зависящая от ω . Поэтому при некотором $\omega = \omega_0 \in [\omega_1, \omega_2]$ это выражение принимает наибольшее значение. При этом можно заметить, учитывая (31), что сумма (32) максимальна, если спектральная плотность сигнала выражается следующим образом:

$$S_x(\omega) = \pi \bar{z}_n^2 \delta(\omega - \omega_0), \quad (33)$$

где $\delta(\omega - \omega_0)$ — дельта-функция.

Следовательно, с наибольшей погрешностью измеряется синусоидальный сигнал некоторой частоты $\omega_0 \in [\omega_1, \omega_2]^*$. Отметим, что этот факт (экстремальность моногармонического сигнала определенной частоты) имеет место независимо от статистических свойств шумов усилителя. так как единственное обстоятельство, на которое мы опирались в доказательстве (ограниченность выражения в фигурных скобках (32) как функции ω), справедливо для любых корреляционных функций.

Итак, необходимо вычислить интегралы

$$J_1 = \frac{1}{T^2} \int_0^T (T - \tau) [\text{Ci}(\omega_2 \tau) - \text{Ci}(\omega_1 \tau)] \cos \omega \tau d\tau; \quad (34)$$

$$J_2 = \frac{1}{T^2} \int_0^T (T - \tau) \frac{\sin \omega_2 \tau - \sin \omega_1 \tau}{\tau} \cos \omega \tau d\tau, \quad (35)$$

а затем найти значение $\omega = \omega_0$, при котором сумма (32) максимальна. Получение аналитической зависимости ω_0 от параметров корреляционного усилителя невозможно. Поэтому приходится прибегать к численным методам. Здесь мы этим подробно заниматься не будем.

* Если таких частот несколько, то с той же погрешностью будут измеряться и сигналы, спектр которых представляет собой линейную комбинацию этих частот.

Интегралы (34), (35), (28), (29) вычисляются интегрированием по частям (с использованием [3]). Окончательные результаты таковы:

$$J_1' = \frac{1}{2c} \left[\text{si}(c+a) + \text{si}(c-a) - \text{si}(c+b) - \text{si}(c-b) + \right. \\ \left. + \frac{\cos(a+c)-1}{a+c} + \frac{\cos(c-a)-1}{c-a} - \frac{\cos(b-c)-1}{c-b} - \frac{\cos(c+b)-1}{c+b} \right] + \frac{1}{c^2} \left[\ln \frac{b}{a} - \cos c (\text{Ci } b - \text{Ci } a) \right] + \\ + \frac{1}{2c^2} \left[\text{Ci}(b-c) + \text{Ci}(b+c) - \text{Ci}(c-a) - \text{Ci}(c+a) - \ln \frac{b^2-c^2}{c^2-a^2} \right]; \quad (36)$$

$$J_2 = \frac{1}{2T} \left[\text{si}(b-c) + \text{si}(b+c) - \text{si}(a-c) - \text{si}(a+c) - \frac{1-\cos(b+c)}{b+c} - \right. \\ \left. - \frac{1-\cos(b-c)}{b-c} + \frac{1-\cos(a-c)}{a-c} + \frac{1-\cos(a+c)}{a+c} \right]; \quad (37)$$

$$J_3 = \frac{1}{2} (\text{Ci } b - \text{Ci } a)^2 - (\text{Ci } b - \text{Ci } a) \left(\frac{\sin b}{b} - \frac{\sin a}{a} \right) + \frac{\text{si } 2b}{b} + \\ + \frac{\text{si } 2a}{a} - \frac{\text{si}(a+b)}{a} - \frac{\text{si}(b-a)}{b} - \frac{\text{si}(b+a)}{b} + \frac{\text{si}(b-a)}{b} + \frac{\pi}{2a} - \\ - \frac{\pi}{2b} - \frac{1}{2b} \left[\frac{\cos(a+b)-1}{a+b} + \frac{\cos(b-a)-1}{b-a} + \frac{1-\cos 2b}{2b} \right] - \\ - \frac{1}{b^2} \left[\ln \frac{b}{a} - \cos b (\text{Ci } b - \text{Ci } a) \right] - \frac{1}{2b^2} \left[C + \text{Ci } 2b - \text{Ci}(b-a) - \right. \\ \left. - \text{Ci}(b+a) - \ln \frac{2b}{b^2-a^2} \right] + \frac{1}{2a} \left[\frac{\cos 2a-1}{2a} - \frac{\cos(b-a)-1}{a-b} - \right. \\ \left. - \frac{\cos(a+b)-1}{a+b} \right] + \frac{1}{a^2} \left[\ln \frac{b}{a} - \cos a (\text{Ci } b - \text{Ci } a) \right] + \\ + \frac{1}{2a^2} \left[\text{Ci}(b-a) + \text{Ci}(a+b) - C - \text{Ci } 2a - \ln \frac{b^2-a^2}{2a} \right]; \quad (38)$$

$$J_4 = \frac{1}{T^2} \left[-1 + \frac{\cos 2b}{2} + b \text{Si } 2b + \frac{\cos 2a}{2} + a \text{Si } 2a + \cos(b-a) + \right. \\ \left. + (b-a) \text{Si}(b-a) - \cos(b+a) - (a+b) \text{Si}(a+b) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\text{Ci } 2b + \text{Ci } 2a) + \text{Ci}(b-a) - \text{Ci}(a+b) + \frac{1}{2} \ln \frac{a+b}{4ab(b-a)} - C \right]. \quad (39)$$

В выражениях (36)–(39) введены обозначения: $a = \omega_1 T$; $b = \omega_2 T$; $c = \omega T$; $C = 0,577\dots$ — постоянная Эйлера;

$$\text{si } x = - \int_x^\infty \frac{\sin t}{t} dt; \quad \text{Si } x = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt.$$

Что касается интеграла J_5 [формула (30)], то его нельзя выразить конечным набором элементарных и интегральных функций. В связи с этим вычисление его значения при различных ω_1 , ω_2 , T производилось на ЭЦВМ. Анализ результатов вычисления показал, что с погрешностью,

не превышающей 5%, при $5 < \frac{\omega_1}{2\pi} < 200$, $5 \cdot 10^3 < \frac{\omega_2}{2\pi} < 10^5$ и $1 < T < 200$ интеграл может быть представлен в виде

$$J_5 \approx \frac{\psi(\omega_1, \omega_2)}{T}. \quad (40)$$

Округленные значения функции $\psi(\omega_1, \omega_2)$ для $\frac{\omega_2}{2\pi} = 2 \cdot 10^4$ гц и для различных ω_1 представлены в таблице.

$\frac{\omega_1}{2\pi}$	5	10	20	30	50	100	200
$\psi(\omega_1, \omega_2)$	13,0	11,9	10,8	10,2	9,4	8,3	7,2

Точное определение частоты ω_0 сигнала, измерение которого производится с наибольшей погрешностью, сопряжено с трудностями, обусловленными сложностью выражений (36) и (37). Поэтому в дальнейшем ограничимся приближенными оценками. Для этого найдем максимальные значения интегралов (36) и (37) в отдельности.

Обеспечение достаточной точности при измерении действующих значений требует выполнения условия $a = \omega_1 T \gg 1$. Это условие позволяет представить некоторые интегральные функции, входящие в выражения (36) — (39), в виде быстросходящихся знакпеременных асимптотических рядов [4] и ограничиться первым членом разложения. Кроме того, можно считать $b \gg a$, так как нас интересует случай широкополосного устройства.

Пренебрегая слагаемыми порядка малости $\frac{1}{a^2}$, из (36) получим

$$J'_1 \approx \frac{1}{2c} \left[\text{si}(c-a) + \pi + \text{si}(b-c) + \frac{\cos(c-a) - 1}{c-a} - \frac{\cos(b-c) - 1}{c-b} \right]. \quad (41)$$

Из (41) следует, что если c близко к a , но так, что $c - a > 1$, то J'_1 имеет наибольшее значение, примерно равное

$$J'_{1\max} \approx \frac{\pi}{2a} = \frac{\pi}{2\omega_1 T}. \quad (42)$$

Аналогично для J'_2 получаем приближенную формулу

$$J'_2 \approx \frac{1}{2T} \left[\text{si}(b-c) + \pi + \text{si}(c-a) - \frac{1 - \cos(b-c)}{b-c} + \frac{1 - \cos(a-c)}{a-c} \right]. \quad (43)$$

Максимальное значение интеграла $J'_{2\max}$ приближенно равно

$$J'_{2\max} \approx \frac{\pi}{2T}. \quad (44)$$

Значения $J'_{1\max}$ и $J'_{2\max}$ завышены не более чем в 2 раза. В этом легко убедиться, подставляя в выражения (41) и (43) значение $c = a$.

Из (26) и (27), учитывая (33), (42), (44), можем найти приближенные выражения для максимальных значений интегралов J_1 и J_2 :

$$J_{1\max} \approx \frac{\pi z_H^2}{2\omega_1 T}; \quad (45)$$

$$J_{2\max} \approx \frac{\pi z_H^2}{2T}. \quad (46)$$

Из (38), допуская погрешность $O\left(\frac{\ln \frac{b}{a}}{a^2}\right)$, находим приближенное выражение для интеграла J_3 :

$$J_3 \approx \frac{\pi}{2 \omega_1 T}. \quad (47)$$

Из (39), пренебрегая слагаемыми порядка малости $\frac{\ln 4ab}{T^2}$, получим приближенную формулу для J_4 :

$$J_4 \approx \frac{\pi (\omega_2 - \omega_1)}{2 T}. \quad (48)$$

Подставим выражения для интегралов J_1 — J_5 из (40), (45)—(48) в формулу (25). Тогда для математического ожидания случайной величины $(z_n^2 - z_p^2)^2$ справедливо выражение

$$\begin{aligned} M(z_n^2 - z_p^2)^2 \approx & (\lambda_1 + \lambda_1') \frac{\overline{z_n^2}}{\omega_1 T} + (\lambda_2 + \lambda_2') \frac{\overline{z_n^2}}{T} + \frac{\lambda_1 \lambda_1'}{\pi \omega_1 T} + \\ & + \frac{2 \lambda_2 \lambda_2' (\omega_2 - \omega_1)}{\pi T} + \frac{2 (\lambda_1 \lambda_2' + \lambda_1' \lambda_2)}{T} \psi(\omega_1, \omega_2). \end{aligned} \quad (49)$$

Формула (49) позволяет приближенно рассчитать необходимое время интегрирования по заданной среднеквадратичной погрешности измерения, частотной полосе пропускания и шумам в каналах для низкочастотного широкополосного корреляционного усилителя. Численные расчеты с типичными характеристиками корреляционных усилителей звукового диапазона частот показывают, что формула (49) даст завышенное не более чем в 4 раза значение величины $M(z_n^2 - z_p^2)^2$. Поэтому использование выражения (49) целесообразно в тех случаях, когда интересует порядок величины $M(z_n^2 - z_p^2)^2$. Для более точных расчетов необходимо обращаться к выражениям (25), (32), (36)—(40).

Если входы двух каналов корреляционного усилителя соединены параллельно, то шумы в каналах усилителя уже будут зависимыми. Эта зависимость появляется по двум причинам. Во-первых, «тепловой» шум сопротивления источника сигналов проходит на оба канала и, во-вторых, реальные шумовые токи входных каскадов, проходя по сопротивлению источника, создают на нем шумовое напряжение, которое усиливается обоими каналами.

Минимальный порог чувствительности корреляционного усилителя достигается в том случае, когда каналы не связаны через источник сигналов. Возможность такого включения имеется обычно при измерении неэлектрических величин электрическими методами, если использовать, например, два датчика для измерения одной и той же неэлектрической величины и подключить выходы датчиков к входу каждого канала усилителя. В этом случае устраняются обе причины, приводящие к статистической связи между каналами.

Если сопротивление источника сигналов близко к нулю, то оба включения корреляционного усилителя примерно равноценны. Имея в виду этот последний случай, оценим нижний предел измерения корреляционного усилителя, входной каскад которого выполнен на электронных лампах. Допустим, что каналы идентичны, т. е.

$$\lambda_1 = \lambda_1'; \quad \lambda_2 = \lambda_2'. \quad (50)$$

Типичное значение коэффициента λ_1 равно 10^{-13} в^2 [5]. Коэффициент же λ_2 определяется из эквивалентного сопротивления шумов лампы $R_{ш}$:

$$\lambda_2 = \frac{4 K T R_{ш}}{2 \pi} \quad (51)$$

Здесь $K = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/град}$ — постоянная Больцмана; T — температура ($^{\circ}\text{К}$). Для малошумящих ламп величина $R_{ш}$ в среднем составляет 150 ом. Подставляя в формулу (51) числовые значения входящих в нее величин, получим $\lambda_2 \approx 3,9 \cdot 10^{-18} \text{ в}^2/\text{Гц}$. Напряжение шума, приведенное ко входу, при полосе частот 20 Гц — 20 кГц в каждом канале равно

$$\overline{U_{ш}^2} = \lambda_1 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{\omega} + \lambda_2 (\omega_2 - \omega_1) \approx 1,4 \cdot 10^{-12} \text{ в}^2.$$

Найдем необходимое время усреднения для сигнала, действующее значение которого составляет 100 нВ, т. е. примерно в 14 раз меньше действующего значения шума в каждом канале усилителя.

Формулу (49) с учетом (50) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{M (\overline{z_n^2} - \overline{z_p^2})^2}{\overline{z_n^2}} T = \delta^2 T \approx & \frac{2 \lambda_1}{\omega_1 \overline{z_n^2}} + \frac{2 \lambda_2}{\overline{z_n^2}} + \frac{\lambda_1^2}{\pi \omega_1 (\overline{z_n^2})^2} + \\ & + \frac{2 \lambda_2^2 (\omega_2 - \omega_1)}{\pi (\overline{z_n^2})^2} + \frac{4 \lambda_1 \lambda_2}{(\overline{z_n^2})^2} \psi (\omega_1, \omega_2). \end{aligned} \quad (52)$$

Здесь δ — относительная среднеквадратичная погрешность. Подставляя числовые значения величин, входящих в выражение (52), получим

$$\delta^2 T \approx 0,59. \quad (53)$$

Если измерение проводится с погрешностью $\delta = 0,1$, то необходимое время усреднения должно составлять не менее 59 сек, как это следует из (53).

Таким образом, в диапазоне звуковых частот возможно в несколько десятков раз улучшить порог чувствительности по напряжению усилителя, увеличивая время измерения до нескольких десятков секунд.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено общее выражение, устанавливающее взаимосвязь между погрешностью измерения, временем измерения и шумами в каналах корреляционного усилителя в случае, когда полезный сигнал и шумы в каналах — стационарные и попарно независимые случайные процессы с нулевым средним значением.

Показано, что среди всех сигналов, имеющих одно и то же действующее значение, с наибольшей погрешностью измеряется синусоидальный сигнал вполне определенной частоты.

Найдены приближенные формулы, пригодные для практических оценок порога чувствительности низкочастотных широкополосных корреляционных усилителей при наличии в каналах «белого» шума и фликкер-шума.

Проведенный в работе анализ показал, что при времени измерения порядка десяти секунд в диапазоне звуковых частот корреляционный

усилитель может иметь нижний предел измерения в несколько десятков раз меньший, чем усилитель без корреляционной обработки сигнала.

Пользуясь случаем, благодарим канд. техн. наук В. М. Ефимова за ценные советы при обсуждении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Воюцкий. Корреляционный метод обнаружения и измерения слабых сигналов. М., «Недра», 1965.
 2. Б. Р. Левин. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. М., «Советское радио», 1957.
 3. Н. С. Бродштейн и М. В. Якушкин. Таблицы интегралов. Журнал «Техническая физика», 1958, № 1.
-