АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 4 1970

УДК 621.391.25 : 621.391.015

В. И. ЖИРАТКОВ

(Новосибирск)

МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ n-ТАКТНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНОЙ СХЕМЫ В ОДНОТАКТНУЮ

В настоящее время в различных областях науки, техники, производства большое распространение получили информационно-измерительные системы (ИИС) [1]. В состав таких ИИС, наряду с другими устройствами, входит устройство для обработки полученной информации. Простейшая блок-схема подобной ИИС представлена на рис. 1.

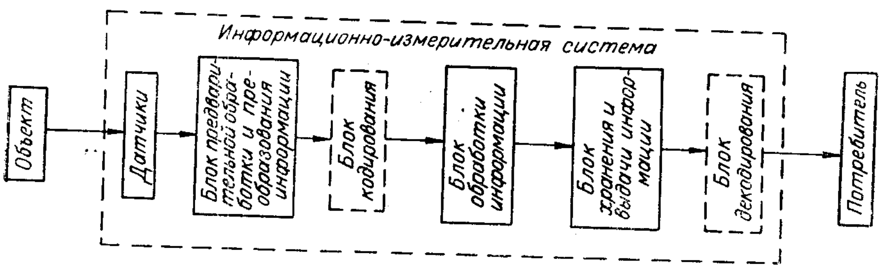

Рис. 1.

Как правило, в ИИС устройство обработки информации является дискретным, что требует, в свою очередь, в случае аналоговых входных сигналов специальных преобразующих устройств — аналого-цифровых преобразователей. Большое значение при этом имеет достоверность передачи дискретной информации между отдельными блоками ИИС. Для этой цели во многих случаях используются корректирующие коды. Одним из классов применяемых кодов являются циклические. При использовании таких кодов появляется необходимость введения в ИИС специальных блоков кодирования и декодирования, показанных на рис. 1 штрихами. Операции кодирования для циклических кодов наиболее просто реализуются на регистрах сдвига с обратной связью, представляющих собой линейные последовательностные схемы (ЛПС) [2]. Однако эти устройства относятся к многотактным и в простейшем случае операция кодирования выполняется за n тактов, где n — длина кодовой последовательности. Часто возникает задача ускорения выполнения операции кодирования. Эта задача решается, если последовательности кодировать не поразрядно, а одновременно по несколько ра́зрядов. Такой метод кодирования описывается в работе [3].

В данной статье рассматривается вопрос о возможности сведения многотактной ЛПС к однотактной.

Как известно, работа линейной последовательностной схемы полностью описывается определяющей матрицей T. Если обозначить вектором-строкой $X = (x_1\, x_2 \ldots x_r)$ состояние ЛПС в момент времени t, а вектором-строкой $X' = (x_1'\, x_2' \ldots x_r')$ состояние в момент времени $t+1$, то уравнение работы ЛПС без входа может быть записано в виде

$$X' = X\,T. \qquad (1)$$

Для ЛПС, предназначенных для кодирования циклических кодов, матрица T совпадает с матрицей Фробениуса:

$$T = \begin{pmatrix} 0\,1\,0\,0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0\,0\,1\,0 & \ldots & 0 & 0 \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ 0\,0\,0\,0 & \ldots & 0 & 1 \\ p_0\,p_1\,p_2\,p_3 & \ldots & p_{r-2} & p_{r-1} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

Здесь p_i ($i=0 \ldots r-1$) — коэффициенты порождающего циклический код полинома $P(x)$. Ранг матрицы T равен r-й степени полинома $P(x)$. При наличии входа у ЛПС уравнение (1) записывается следующим образом*:

$$X' = XT + YV, \qquad (3)$$

где $Y = (y_1, y_2 \ldots y_k, 0_{k+1} \ldots 0)$ — некоторый вектор, имеющий n компонент, из которых первые k соответствуют символам кодируемого слова, а остальные $n-k$ — нули. V — матрица размерностью $n \times r$ имеет вид

$$\begin{Bmatrix} 100 \ldots 0 \\ 000 \ldots 0 \\ 000 \ldots 0 \\ \ldots \\ \ldots \\ 000 \ldots 0 \end{Bmatrix} \qquad (4)$$

Поскольку кодирование осуществляется, начиная со старших разрядов, то вектор Y удобнее записать так:

$$Y = (y_{n-1}\, y_{n-2} \ldots y_{n-k+1}\, y_{n-k} \underbrace{0 \ldots 0}_{n-k \text{ нулей}}).$$

Пусть вектор X_0 характеризует начальное состояние ЛПС в момент времени t_0. Тогда в момент времени t_1 состояние ЛПС будет определяться вектором

$$X_1 = X_0 T + Y V_1, \qquad (5)$$

где V_1 — матрица вида (4). В момент времени t_2

$$X_2 = (X_0 T + Y V_1) T + Y V_2, \qquad (6)$$

где

$$V_2 = \begin{pmatrix} 000 \ldots 0 \\ 100 \ldots 0 \\ 000 \ldots 0 \\ \ldots \\ 000 \ldots 0 \end{pmatrix} \qquad (7)$$

* Здесь и ниже суммирование производится по модулю 2.

В некоторый момент времени t_i состояние ЛПС описывается уравнением

$$X_i = \underbrace{(\cdots (}_{i-1 \text{ скобка}} X_0 T + Y V_1) T + \cdots + Y V_{i-1}) T + Y V_i. \qquad (8)$$

Матрица V_i имеет вид, подобный матрицам (4) и (7); все элементы ее, за исключением элемента α_{i1}, равны 0, а $\alpha_{i1} = 1$. Для момента времени t_n

$$X_n = \underbrace{(\cdots (}_{n-1 \text{ скобка}} X_0 T + Y V_1) T + \cdots + Y V_{n-1}) T + Y V_n. \qquad (9)$$

Раскрывая скобки в выражении (9), получим

$$X_n = X_0 T^n + Y V_1 T^{n-1} + \cdots + Y V_i T^{n-i} + \cdots$$
$$\cdots + Y V_{n-1} T + Y V_n. \qquad (10)$$

Если принять, что $X_0 = (0, 0, \ldots, 0)$ — нулевой вектор, характеризующий начальное состояние ЛПС, то выражение (10) примет вид

$$X_n = Y(V_1 T^{n-1} + V_2^{n-2} + \cdots + V_i T^{n-i} + \cdots + V_{n-1} T + V_n) \qquad (11)$$

или

$$X_n = Y R, \qquad (12)$$

где матрица R имеет размерность $n \times r$ и равна

$$R = (V_1 T^{n-1} + V_2 T^{n-2} + \cdots + V_i T^{n-i} + \cdots + V_n).$$

Определим вид матрицы $V_i T^{n-i}$. Поскольку матрица V_i состоит из элементов, равных нулю, кроме элемента α_{i1}, равного 1, то матрицу $V_i T^{n-1}$ можно представить, как

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \alpha_{11}^{n-i} & \alpha_{12}^{n-i} & \ldots & \alpha_{1r}^{n-i} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ i\text{-я строка} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \qquad (13)$$

Здесь α_{1i}^{n-i} — i-й элемент 1-й строки матрицы T^{n-i}. Тогда, учитывая (13), получим

$$R = \begin{pmatrix} \alpha_{11}^{(n-1)} & \alpha_{12}^{(n-1)} & \ldots & \alpha_{1r}^{(n-1)} \\ \alpha_{11}^{(n-2)} & \alpha_{12}^{(n-2)} & \ldots & \alpha_{1r}^{(n-2)} \\ \alpha_{11}^{(n-i)} & \alpha_{12}^{(n-i)} & \ldots & \alpha_{1r}^{(n-i)} \\ \alpha_{11}^{(1)} & \alpha_{12}^{(1)} & \ldots & \alpha_{1r}^{(1)} \\ 1 & 0 & & 0 \end{pmatrix} \qquad (14)$$

Из выражения (12) видно, что состояние X_n ЛПС может быть достигнуто за один такт путем преобразования входного вектора Y с помощью матрицы R при условии, что начальное состояние ЛПС равно нулю.

Таким образом, устройство кодирования, представляющее собой многотактную последовательностную схему, можно свести к однотактной схеме, если матрицу T заменить матрицей R.

Некоторые трудности построения матрицы R возникают при определении ее элементов, т. е. элементов матриц T^j ($j=0, 1,..., n-1$). Однако, используя особую структуру матрицы, можно найти итерационные формулы для определения элементов матрицы T^j. Алгоритм нахождения элементов матрицы T^j может быть сформулирован следующим образом.

Элементы первых $r-1$ строк матрицы T^j совпадают с элементами $r-1$ последних строк матрицы T^{j-1}; элементы r-й строки β_{ri} матрицы T^j связаны с элементами матрицы T и T^{j-1} следующими соотношениями:

$$\beta_{ri} = p_0\, \alpha_{rr};\ \beta_{ri} = \alpha_{r\,(i-1)} + \alpha_{r\,(i-1)} p_{i-1}, \tag{15}$$

где α_{rr}, $\alpha_{r\,(i-1)}$ ($i = 2, 3, \ldots, r$) — элементы матрицы T^{j-1}; p_0, p_{i-1} $i = 2, 3, \ldots, r$) — коэффициенты полинома $P(x)$.

Используя соотношение (15), можно найти элементы матрицы R. Необходимо отметить, что этот процесс легко машинизируется.

Поскольку при кодировании последние $n-k$ компонент вектора Y равны нулю, то, очевидно, нижние r строк матрицы R не будут участвовать в формировании координат вектора X_n. Тогда выражение (12) может быть записано так:

$$X_n = Y'\, R', \tag{16}$$

где

$$Y' = (y_{n-1}\, y_{n-2} \ldots y_{n-k});$$

$$R' = \begin{pmatrix} \alpha_{11}^{n-1} & \alpha_{12}^{n-1} & \ldots & \alpha_{1r}^{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{11}^{n-k} & \alpha_{12}^{n-k} & \ldots & \alpha_{1r}^{n-1} \end{pmatrix} \tag{17}$$

Матрица R' размерности $k \times r$ получается из матрицы R путем отбрасывания нижних $n-k$ строк.

Рассмотрим пример описанного выше метода. Пусть дан циклический код, порожденный полиномом $P(x) = (x+1)(x^3+x+1) = x^4+x^3+x^2+1$. Матрица T может быть представлена следующим образом:

$$T = \begin{pmatrix} 0100 \\ 0010 \\ 0001 \\ 1011 \end{pmatrix}$$

Для данного кода имеем $n=8$, $k=r=4$. Устройство кодирования реализовано на регистре сдвига с обратными связями (рис. 2). Если на вход

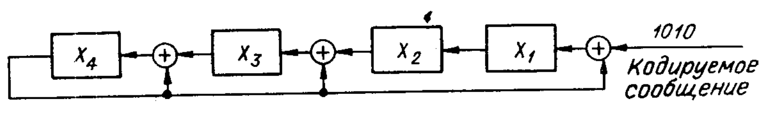

Рис. 2.

подавать последовательность $Y=1010$, то после $n=8$ тактов вектор состояния регистра сдвига будет соответствовать контрольным символам и равен 0110. В случае применения метода, описанного выше, схема, представленная на рис. 2, преобразуется так, как это показано на рис. 3. Работа этой схемы описывается матрицей R':

$$\begin{pmatrix} 1000 \\ 0111 \\ 1110 \\ 1011 \end{pmatrix}$$

После одного такта работы схемы состояние регистра X_8 будет иметь вид 0110, которое в схеме рис. 2 достигается только по истечении восьми тактов.

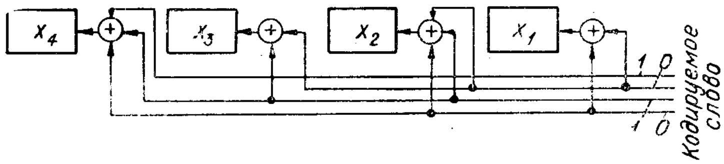

Рис. 3.

Приведенный в работе метод преобразования многотактной линейной последовательностной схемы в однотактную является предельным. Однако этот же метод может быть использован при построении s-тактных ЛПС ($1<s<n$). В этом случае изменится только вид матрицы R. Выбор того или иного значения s определяется требованиями по быстродействию, предъявляемыми к ЛПС в каждом конкретном случае, а также возможностями технической реализации многовходовых сумматоров по модулю 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Карпюк, М. П. Цапенко. Об измерительных информационных системах.— Автометрия, 1965, № 2.
2. У. Питерсон. Коды, исправляющие ошибки. М., «Мир», 1964.
3. А. Б. Фролов, И. Д. Путинцев, В. И. Жиратков. Ускоренный способ кодирования и декодирования для циклических кодов.— Труды Всесоюзной конференции по кодированию. М., 1965.

Поступила в редакцию
24 декабря 1969 г.