АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 5 1970

УДК 681.142.621

Е. В. МИХАЙЛОВ
(Москва)

О ВЛИЯНИИ АДДИТИВНОЙ ПОМЕХИ НА ПОГРЕШНОСТЬ АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Пусть на входе аналого-цифрового преобразователя (АЦП) действует сигнал

$$x(t) = u(t) + \xi(t),$$

где $u(t)$ — полезный сигнал; $\xi(t)$ — аддитивная помеха, а быстродействие АЦП таково, что погрешностью, вызванной изменением полезного сигнала $u(t)$ за время преобразования, можно пренебречь. Требуется определить погрешность аналого-цифрового преобразования, вносимую помехой $\xi(t)$; эта погрешность зависит как от свойств АЦП, так и от характера помехи $\xi(t)$ и в этом смысле является характеристикой процесса преобразования, а не собственно АЦП.

В общем случае, не накладывая ограничений на закон изменения помехи, исследование необходимо проводить с учетом действия инерционных элементов АЦП и того обстоятельства, что за время преобразования помеха $\xi(t)$ может измениться на величину, существенно большую одного кванта. Для такого случая мы и будем искать решение поставленной задачи. Особенность задачи в том, что АЦП при таких условиях следует рассматривать как существенно нелинейный преобразователь. Предполагая, что инструментальной погрешностью АЦП можно пренебречь, будем искать решение применительно к АЦП поразрядного, следящего и развертывающего уравновешивания (в дальнейшем эту группу АЦП будем называть АЦП с дискретным уравновешиванием).

Обобщенная блок-схема АЦП такого типа представлена на рис. 1. Нуль-орган (НО), сравнивая входной сигнал $x(t)$ с компенсационной величиной u_k, управляет работой ФК — формирователя кода N. Цифроаналоговый преобразователь (ЦАП) преобразует код N в компенсационную величину u_k.

Попытаемся установить соотношение, описывающее процесс уравновешивания АЦП. Преобразование, осуществляемое ЦАП, можно записать следующим образом:

$$u_{\text{к}i} = \mu N_i, \tag{1}$$

где $u_{\text{к}i}$ — значение компенсационной величины в i-м такте уравновешивания; N_i — значение кода в этом же такте уравновешивания; μ — коэффициент пропорциональности. Зависимость между входными и выходными сигналами НО определим с помощью оператора B:

$$u_{\text{НО}i} = B\,\{u_{\text{к}1} - x(t),\ u_{\text{к}2} - x(t),\ \ldots,\ u_{\text{к}i} - x(t)\}, \qquad (2)$$

где $u_{\text{НО}i}$ — входной сигнал НО в конце i-го такта уравновешивания; $u_{\text{к}1}$, $u_{\text{к}2}$, . . . , $u_{\text{к}i}$ — значения компенсационной величины в соответствующих тактах уравновешивания, определенные согласно (1).

Зависимость между кодом N и выходными сигналами НО определим с помощью оператора A:

вешивания. Если известны операторы A и B, то, применяя последовательно для каждого такта уравновешивания (начиная с первого такта) совокупность (1)—(3), можно шаг за шагом получить результат последнего такта уравновешивания, т. е. результат преобразования АЦП сигнала $x(t)$.

Рассмотрим операторы A и B. Оператор A для АЦП следящего и развертывающего уравновешивания можно записать следующим образом:

$$N_i = \sum_{j=1}^{i-1} u_{\text{НО}j}. \qquad (4)$$

Для АЦП с развертывающим уравновешиванием сигнал $u_{\text{НО}}$ может принимать значения 0 или 1, а для АЦП следящего уравновешивания —1 или 1. Оператор A для АЦП поразрядного уравновешивания можно записать так:

$$N_i = \sum_{j=1}^{i-1} g_j\, u_{\text{НО}j} + g_i, \qquad (5)$$

где g_1, g_2, ..., g_j, ..., g_i — некоторые постоянные для данного способа кодирования числа, обычно называемые весовыми коэффициентами разрядов [1, 2], включаемых в соответствующих тактах уравновешивания. В справедливости выражений (4) и (5) легко убедиться, построив временные диаграммы процесса уравновешивания для указанных типов АЦП.

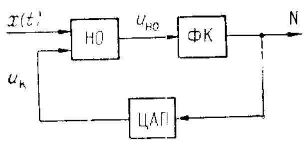

Рис. 1.

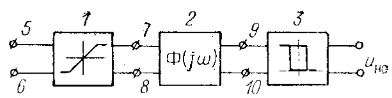

Рис. 2.

Для определения оператора B построим, согласно [3, 4], эквивалентную схему НО (рис. 2). НО представлен последовательным соединением нелинейного элемента типа «ограничитель» *1*, звена *2* с передаточной функцией $\Phi(j\omega)$, отражающего инерционные свойства усилителя НО, и релейного элемента *3*, выходной сигнал которого может принимать два значения 0 или *1*. С учетом эквивалентной схемы НО оператор B можно записать следующим образом:

$$u_{\text{НО}i} = M\left\{Q\left(\sum_{j=1}^{i} L\,[u_{\text{к}j} - x(t)]\right)\right\}, \qquad (6)$$

где M — оператор, описывающий преобразование, осуществляемое релейным элементом *3*; Q — оператор, описывающий преобразование, осуществляемое звеном *2*; L — оператор, описывающий преобразование, осуществляемое ограничителем *1*.

Преобразования, описываемые операторами L и M, даны в [4], а в качестве оператора Q применим интеграл Дюамеля.

Рассмотрим на примере АЦП поразрядного уравновешивания применение предлагаемого метода определения результата преобразования АЦП выходного сигнала, содержащего аддитивную помеху $\xi(t)$. Пусть на входе АЦП действует сигнал $x(t)$; в момент $t_{\text{н}}$ начинается преобразование.

Согласно (5), определяем значение кода N_1 в первом такте уравновешивания $N_1 = g_1$ и, согласно (1), компенсационную величину $U_{\text{к}1} = \mu\, g_1$. На входе НО в первом такте уравновешивания действует сигнал (см. рис. 1 и 2) $u_{56}(t) = u_{\text{к}1} - x(t)$, где $t_{\text{н}} \leqslant t \leqslant t_{\text{н}} + \Delta t$; Δt — длительность такта уравновешивания. Сигнал $u_{56}(t)$ поступает на ограничитель *1*. На выходе ограничителя

$$u_{78}(t) = L\{u_{56}(t)\} = L\{u_{\text{к}1} - x(t)\}.$$

Напряжение на выходе звена *2* определим с помощью интеграла Дюамеля (оператор Q):

$$u_{9-10}(t) = u_{9-10}(t_{\text{н}}) + u_{78}(t_{\text{н}})\, y(t) + \int_{t_{\text{н}}}^{t} u'_{78}(\tau)\, y(t-\tau)\, d\tau,$$

где $y(t)$ — переходная функция звена *2*.

В конце первого такта уравновешивания из последнего равенства получим $u_{9-10}(t_{\text{н}} + \Delta t)$. Сигнал на выходе НО в конце первого такта уравновешивания, согласно (6), равен

$$u_{\text{НО}1} = M\{u_{9-10}(t_{\text{н}} + \Delta t)\}.$$

Определив $u_{\text{НО}1}$, согласно (5), находим значение кода во втором такте уравновешивания

$$N_2 = g_1\, u_{\text{НО}1} + g_2.$$

Значения величин $u_{\text{к}2}$, $u_{56}(t)$ и $u_{78}(t)$ следующие:

$$u_{\text{к}2} = \mu\,(g_1\, u_{\text{НО}1} + g_2);$$

$$u_{56}(t) = u_{\text{к}2} - x(t), \text{ где } t_{\text{н}} + \Delta t \leqslant t \leqslant t_{\text{н}} + 2\Delta t;$$

$$u_{78}(t) = L\{u_{56}(t)\} = L\{u_{\text{к}2} - x(t)\}.$$

В конце второго такта уравновешивания на выходе звена *2* сигнал, который определяем, применяя оператор Q, равен

$$u_{9-10}(t_{\text{н}} + 2\Delta t)$$

и на выходе НО

$$u_{\text{НО}2} = M\{u_{9-10}(t_{\text{н}} + 2\Delta t)\}.$$

Определив $u_{\text{HO}2}$, согласно (5), находим значение кода в третьем такте уравновешивания

$$N_3 = g_1 u_{\text{HO}1} + g_2 u_{\text{HO}2} + g_3.$$

Аналогичным образом определяем, далее, последовательно N_4, N_5, ..., N_i. В общем случае для любого i-го такта уравновешивания можно записать следующие выражения для определения $u_{56}(t)$, $u_{78}(t)$, $u_{9-10}(t_\text{н} + i\,\Delta t)$:

$$u_{56}(t) = u_{\text{к}i} - x(t), \text{ где } t_\text{н} + (i-1)\,\Delta t \leqslant t \leqslant t_\text{н} + i\,\Delta t;$$

$$u_{78}(t) = L\{u_{56}(t)\};$$

$$u_{9-10}(t_\text{н} + i\,\Delta t) = u_{9-10}[t_\text{н} + (i-1)\,\Delta t] + u_{78}[t_\text{н} + (i-1)\,\Delta t]\,y(\Delta t) + \int\limits_{t_\text{н}+(i-1)\Delta t}^{t_\text{н}+i\Delta t} u'_{78}(\tau)\,y(t-\tau)\,d\tau.$$

Определив $u_{\text{HO}i}$, согласно (5), находим N_{i+1} и т. д. В последнем n-м такте уравновешивания определяем результат преобразования, т. е. выходной код АЦП:

$$N(t_\text{к}) = \sum_{j=1}^{n} g_j\,u_{\text{HO}j},$$

где $t_\text{к}$ — момент окончания преобразования АЦП.

Зная результат преобразования сигнала $x(t)$, находим приведенную ко входу АЦП абсолютную погрешность преобразования $\Delta(t_\text{к})$, вызванную действием помехи $\xi(t)$. Погрешность находим, датируя результат преобразования моментом его окончания:

$$\Delta(t_\text{к}) = \mu\,N(t_\text{к}) - u(t_\text{к}), \tag{7}$$

где $u(t_\text{к})$ — значение полезной составляющей входного сигнала $x(t)$.

Для определения погрешности $\Delta(t_\text{к})$, согласно (7), нам необходимо знать момент начала преобразования $t_\text{н}$. Это условие не всегда выполнимо. Обычно можно предполагать, что преобразование может начаться в любой момент времени на некотором длительном интервале T действия входного сигнала $x(t)$.

В этом случае для оценки погрешности преобразования необходимо знать результаты преобразований входного сигнала $x(t)$, которые получились бы, если бы преобразование начиналось в любой момент времени на данном интервале T. Пусть интервал времени T начинается в момент $t_\text{н}$. Предположим, что преобразование началось в момент $t_\text{н}$; тогда методом, изложенным выше, можно определить результат преобразования $N(t_\text{к})$.

Если бы преобразование началось в момент $t_\text{н} + \delta$, где $\delta \ll t_\text{к} - t_\text{н}$, то мы получили бы результат $N(t_\text{к}+\delta)$ (рис. 3). Если бы оно началось в момент $t_\text{н} + 2\delta$, то мы получили бы $N(t_\text{к} + 2\delta)$ и т. д. Если бы преобразование началось в момент $t_\text{н} + m\,\delta$, то получили бы $N(t_\text{к} + m\,\delta)$. Последовательность результатов преобразований $N(t_\text{к})$, $N(t_\text{к} + \delta)$, $N(t_\text{к} + 2\delta)$, ..., $N(t_\text{к} + m\,\delta)$ определяет результаты m преобразований входного сигнала $x(t)$, которые имели бы место, если бы преобразования начинались в моменты времени $t_\text{н}$, $t_\text{н} + \delta$, $t_\text{н} + 2\delta$, ..., $t_\text{н} + m\,\delta$.

Если $m \to \infty$, а $\delta \to 0$, то последовательность результатов преобразований образует функцию $N(t)$, определяющую результат преобразования для случая начала преобразования в любой момент времени действия входного сигнала $x(t)$.

Построив функцию $N(t)$ на интересующем нас интервале T, можно определить приведенную ко входу АЦП погрешность преобразования $\Delta(t)$ для любого момента времени интервала T

$$\Delta(t) = \mu N(t) - u(t). \tag{8}$$

Если момент начала преобразования сигнала $x(t)$ неизвестен, то воспользоваться выражением (8) для определения погрешности преобразования мы не можем. Момент начала преобразования можно считать случайной величиной с равномерным законом распределения. В этом случае можно применить статистический подход к оценке погрешности преобразования.

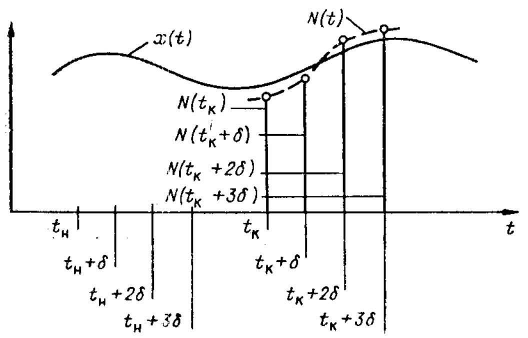

Рис. 3.

Можно определить математическое ожидание погрешности $\Delta(t)$ на интервале Т $S[\Delta(t)] = S[\mu N(t) - u(t)]$, корреляционную функцию $R[\Delta(t)]$ и плотность распределения вероятности $p[\Delta(t)]$. Предлагаемый метод расчета погрешности преобразования, вносимый аддитивной помехой, пригоден как для детерминированной, так и для случайной стационарной помехи $\xi(t)$. Если помеха $\xi(t)$ является стационарным случайным процессом, то для определения $\Delta(t)$ и $N(t)$ необходимо знать реализацию этого случайного процесса.

Предлагаемый метод был проверен экспериментально. Эксперимент проводился с АЦП поразрядного уравновешивания с параметрами, приведенными в [4, 5]. На вход АЦП подключался сигнал $x(t) = u_0 + E\sin\omega t$. Постоянное напряжение u_0 имитировало полезный сигнал. синусоида $E\sin\omega t$ имитировала аддитивную помеху $\xi(t)$. При $u_0 = 1563$ *мв*, $E = 45$ *мв* для ряда частот синусоидальной помехи определялись экспериментальные и расчетные зависимости $N(t)$ и $\Delta(t)$. Расхождение между расчетными и экспериментальными данными было незначительное.

Предложенный метод определения результата преобразования АЦП с дискретным уравновешиванием входного сигнала при наличии аддитивной помехи удобно реализовать с помощью цифровой вычислительной машины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Гитис. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. Госэнергоиздат, 1961.
2. К. А. Нетребенко. Цифровые автоматические компенсаторы. Госэнергоиздат, 1961.
3. Е. В. Михайлов. Аналого-цифровой преобразователь поразрядного уравновешивания для измерения пиковых значений переменных периодических напряжений.— Измерительная техника, 1968, № 8.
4. Е. В. Михайлов. Анализ погрешности нуль-органа в аналого-цифровых преобразователях поразрядного уравновешивания.— Измерительная техника, 1969, № 12.
5. Е. В. Михайлов. Помехозащитный цифратор поразрядного уравновешивания.— Приборы и системы управления. 1967, № 9.

Поступила в редакцию
4 ноября 1969 г.