

Е. И. КОРОВКИН, В. П. ПИАСТРО, В. В. СИДОРЕНКО
(Ленинград)

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Коррелометры с непосредственным вводом информации предназначаются, как правило, для статистического экспресс-анализа, т. е. для измерения статистических характеристик сигналов в момент функционирования изучаемого объекта. Требования высокой надежности и повышенного быстродействия заставляют предельно упрощать техническое исполнение отдельных узлов и блоков подобных коррелометров. В качестве анализаторов экспресс-анализа в настоящее время широко используются полярные (знакосочетательные) коррелометры, однако ряд существенных недостатков этих приборов: сравнительно низкая точность, жесткая привязка структурной схемы к определенному закону распределения исследуемых сигналов — существенно сужает область их применения.

Разработанный и описанный в [1] квазимультимпликативный метод построения коррелометров позволяет проектировать простые по схемному исполнению быстродействующие корреляционные анализаторы, обладающие достаточно высокой точностью. Коррелометры такого типа предназначаются для экспресс-анализа случайных сигналов с произвольными законами распределения. Алгоритм работы квазимультимпликативного коррелометра связывает оценки измеряемой корреляционной функции $R_{XY}^*\left(\frac{T}{N}\mu\right)$ случайных дискретизованных по времени и квантованных по уровням случайных сигналов $X\left(\frac{T}{N}k\right)$ и $Y\left(T\frac{k+\mu}{N}\right)$ со взвешенным с весом ζ_{jl} количеством актов одновременного попадания $\gamma_{jl}(k, \mu)$ мгновенных ординат сигналов в S^2 интервалов анализа:

$$R_{XY}^*\left(\frac{T}{N}\mu\right) = \frac{1}{N-\mu} \sum_{j=1}^S \sum_{l=1}^S \left[\zeta_{jl} \sum_{k=1}^{N-\mu+1} \gamma_{jl}(k, \mu) \right]. \quad (1)$$

где T — длительности реализаций коррелируемых сигналов; N — количество равных интервалов, на которые разбиты длительности; μ — относительный временной сдвиг сигналов.

Методическая погрешность анализа, осуществляемого квазимультимпликативными коррелометрами, определяется в значительной степени корректным выбором весовых коэффициентов интервалов анализа ζ_{jl} . Это замечание оказывается тем более существенным, что с целью максимального упрощения технического исполнения коррелометров входя-

щие в их структурные схемы амплитудные квантизаторы строятся не более чем на 5—9 уровней.

Величина весового коэффициента j l-го интервала анализа определяется соотношением

$$\zeta_{jl} = (\eta_j)_X (\eta_l)_Y. \quad (2)$$

Здесь $(\eta_j)_X, (\eta_l)_Y$ — передаваемые на выход амплитудного квантизатора уровни при выполнении условий:

$$\Theta_j \leq X(t) < \Theta_{j+1}; \quad \Theta_l \leq Y(t) < \Theta_{l+1}, \quad (3)$$

где Θ_j, Θ_{j+1} и Θ_l, Θ_{l+1} — границы j -го и l -го интервалов квантования.

Табл. 1 иллюстрирует построение весовых коэффициентов интервалов анализа ζ_{jl} двухканального коррелометра, содержащего амплитудные квантизаторы с I и Z интервалами квантования.

Таблица 1

		I				
j	1	2	...	l	...	Z
1	ζ_{11}	ζ_{12}	...	ζ_{1l}	...	ζ_{1Z}
2	ζ_{21}	ζ_{22}	...	ζ_{2l}	...	ζ_{2Z}
...
j	ζ_{j1}	ζ_{j2}	...	ζ_{jl}	...	ζ_{jZ}
...
I	ζ_{I1}	ζ_{I2}	...	ζ_{Il}	...	ζ_{IZ}

Нетрудно видеть, что полный ансамбль весовых коэффициентов интервалов анализа, равный IZ , при обработке центрированных случайных сигналов с симметричными законами распределения уменьшается в 4 раза, так как с точностью до знака оказываются справедливыми следующие соотношения:

$$\zeta_{11} = \zeta_{l1} = \zeta_{lZ} = \zeta_{IZ}; \quad \zeta_{12} = \zeta_{l2} = \zeta_{1(Z-1)} = \zeta_{l(Z-1)} \text{ и т. д.} \quad (4)$$

Как следует из выражения (2), численные значения весовых коэффициентов интервалов анализа определяются величинами выходных уровней различных интервалов квантования. В свою очередь выходные уровни $(\eta_j)_X, (\eta_l)_Y$ определяются видом амплитудной характеристики квантизатора, т. е. выбранным видом функционального соотношения его входных и выходных параметров.

Амплитудные квантизаторы случайных сигналов представляют собой, вообще говоря, нелинейные устройства, преобразующие непрерывные $x(t)$ случайные сигналы в дискретные $\eta(t)$; при этом бесконечное множество мгновенных значений $x(t)$ преобразуется в конечное S -множество, количество степеней свободы которого определяется числом возможных состояний выходного параметра квантизатора. Вероятность того, что случайная дискретная (по уровню) величина $\eta(t)$ примет значение

η_j , определяется соотношением

$$P(\eta = \eta_j) = \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} W(x) dx, \quad (5)$$

где $W(x)$ — дифференциальный закон распределения входного сигнала амплитудного квантизатора. Передача сообщений через амплитудный квантизатор неизбежно сопровождается потерей информации. Текущая величина ошибки $\varepsilon(t)$, которую принято называть шумом квантования, равна

$$\varepsilon(t) = x(t) - \eta(t). \quad (6)$$

Пределы изменения $\varepsilon(t)$ зависят от выбранного в конкретном квантизаторе вида сопоставления текущего значения входного сигнала $x(t)$ и выходных уровней η_j . Действительно, пусть сигнал $x(t)$ определен в пределах $(-X, X)$. Пусть указанный интервал разбит на S интервалов, причем границы первого интервала $[\theta_1 = -X, \theta_2]$, второго — $[\theta_2, \theta_3]$ и т. д., границы S -го интервала — $[\theta_S, \theta_{S+1} = X]$. Далее, при выполнении условия

$$\theta_j \leq x(t) < \theta_{j+1} \quad (7)$$

назначается выходной уровень квантизатора

$$\eta_j = 0,5 [\theta_j + \theta_{j+1}]. \quad (8)$$

При непрерывном изменении $x(t)$ от $-X$ до X ошибка квантования $\varepsilon(t)$ имеет вид кусочно-линейной функции с разрывом производной в точках смены уровней квантизатора. При достаточно большом числе интервалов S закон распределения практически не зависит от вида $W(x)$ и стремится к равномерному. Нулевые значения $\varepsilon(t)$ совпадают с моментами, когда мгновенные ординаты входного сигнала $x(t)$ оказываются равными соответствующим выходным уровням η_j . Запишем выражение (8) в общем виде

$$\eta_j = k [\theta_j + \theta_{j+1}], \quad (9)$$

где

$$\frac{\theta_j}{\theta_j + \theta_{j+1}} \leq k \leq \frac{\theta_{j+1}}{\theta_j + \theta_{j+1}}. \quad (10)$$

Тогда предельные значения погрешности квантования могут быть найдены из выражений:

$$(\varepsilon_-)_{\max} = \theta_j (1 - k) - k \theta_{j+1}; \quad (\varepsilon_+)_{\max} = \theta_{j+1} (1 - k) - k \theta_j. \quad (11)$$

Изменение коэффициента связи k вызывает изменение математического ожидания ε_0 . При этом дисперсия сигнала ошибки [математическое ожидание квадрата центрированной функции $\varepsilon(t)$] остается постоянной и равной $\delta^2/12$, а средняя величина потерь, определяемая через квадратичную функцию потерь $\Xi[x(t) - \eta(t)]$ в виде

$$\langle \varepsilon^2(t) \rangle = M\{\Xi[x(t) - \eta(t)]\}, \quad (12)$$

обнаруживает функциональную зависимость от k . Действительно, полагая закон распределения сигнала ошибки квантования равномерным в пределах, задаваемых выражением (11), и равным $1/\delta$, запишем величину средних потерь

$$\langle \varepsilon^2(t) \rangle = \frac{1}{\delta} \int_{\theta_j(1-k) - k\theta_{j+1}}^{\theta_{j+1}(1-k) - k\theta_j} \Xi [x(t) - \eta(t)] d\varepsilon = \langle [\overset{\circ}{\varepsilon}(t)]^2 \rangle + \varepsilon_0^2, \quad (13)$$

где $\overset{\circ}{\varepsilon}(t)$ — центрированный сигнал ошибки. Как следует из (11),

$$\varepsilon_0 = \int_{(\varepsilon^-)_{\max}}^{(\varepsilon^+)_{\max}} \varepsilon(t) \frac{1}{\delta} d\varepsilon = \frac{\theta_j + \theta_{j+1}}{2} (1 - 2k). \quad (14)$$

Запишем общее выражение для коэффициента связи k , экстремальные значения которого находим из условия (10):

$$k = \frac{\theta_j + m\delta}{\theta_j + \theta_{j+1}}, \quad (15)$$

где $0 \leq m \leq 1$. Из (14) и (15) следует

$$\varepsilon_0 = \frac{\delta}{2} (1 - 2m). \quad (16)$$

Учитывая

$$\langle [\overset{\circ}{\varepsilon}(t)]^2 \rangle = \frac{\delta^2}{12}, \quad (17)$$

из (13) и (16) получим

$$\langle \varepsilon^2(t) \rangle = \frac{\delta^2}{12} [1 + 3(1 - 2m)^2]. \quad (18)$$

И окончательно относительное превышение величины средних потерь при квантовании сигнала дисперсии сигнала ошибки составит

$$\psi(m) = \frac{\langle \varepsilon^2(t) \rangle}{\langle [\overset{\circ}{\varepsilon}(t)]^2 \rangle} = [1 + 3(1 - 2m)^2]. \quad (19)$$

Функция веса $\psi(m)$ имеет ярко выраженный гиперболический характер (рис. 1); минимальное значение $\psi(m)$ (вершина параболы) соответствует $m=0,5$, когда величина средних потерь совпадает с дисперсией сигнала ошибки ($\varepsilon_0=0$).

Все предыдущие соотношения были выведены в предположении большой величины S . При использовании многоуровневых амплитудных квантизаторов можно полагать среднее квадратическое отклонение входного сигнала σ_x много большим величин интервалов квантования, т. е.

$$\frac{\sigma_x}{\delta} \gg 1. \quad (20)$$

При выполнении (20) изменение кривой дифференциального закона распределения входного сигнала квантизатора $x(t)$ в пределах любого интервала квантования θ_j, θ_{j+1} можно полагать линейным. Закон распределения ошибки квантования может быть получен наложением (аналитическим или графическим) участков кривой $W(x)$ с соблюдением условия совмещения точек абсциссы

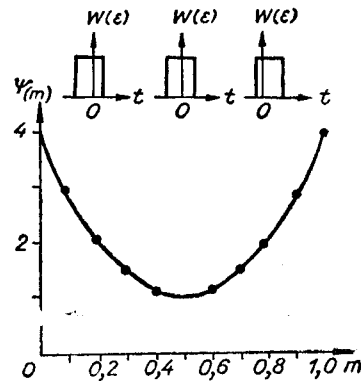


Рис. 1.

$W(x)$, соответствующих η_j . Аналитическое соотношение для закона распределения сигнала ошибки квантования имеет вид

$$W(\varepsilon) = \sum_{j=1}^S W_X(\varepsilon + \eta_j); \quad \Theta_j - \eta_j \leq \varepsilon < \Theta_{j+1} - \eta_j, \quad (21)$$

где $W_X(\varepsilon + \eta_j)$ — закон распределения входного сигнала, аргумент x которого заменен на $(\varepsilon + \eta_j)$.

На рис. 2 показан вид дифференциальных законов распределения сигнала ошибки квантования для $S=2$, $S=4$ и $S=6$ при выполнении соотношения (8). Результаты расчетов сведены в табл. 2. Закон распределения централизованного входного сигнала при построении $W(\varepsilon)$ принимался нормальным, а сам сигнал нормированным, т. е.

$$x(t) = \frac{1}{\sigma_{x'}} x'(t).$$

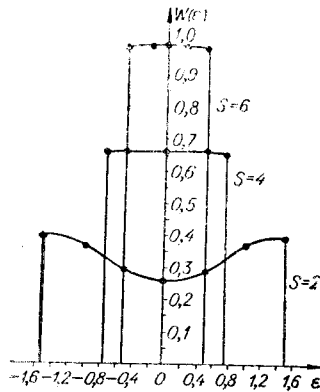


Рис. 2.

Как следует из кривых на рис. 2, распределение сигнала ошибки при $S=2$ является бимодальным. С ростом числа интервалов квантования $W(\varepsilon)$ приближается к равномерному, не совпадая с ним полностью вплоть до $S=6$. Выбор η_j , согласно (8), обеспечивает нулевое значение математического ожидания сигнала ошибки $\varepsilon(t)$ и как следствие величину

функции веса $\psi(m) = 1$, т. е. совпадение средних потерь при квантовании с дисперсией $\varepsilon(t)$. Оптимизация работы амплитудного квантизатора

Таблица 2

S = 2							
-1,5 ≤ ε < 1,5; δ = 3							
η ₁ = η ₂ = 1,5							
ε	-1,50	-1,00	-0,50	0	+0,50	+1,00	+1,50
W(ε)	0,4033	0,3686	0,2960	0,2590	0,290	0,366	0,4033
S = 4							
-0,75 ≤ ε < +0,75; δ = 1,5							
η ₁ = η ₄ = 2,25; η ₂ = η ₃ = 0,75							
ε	-0,75	-0,50	-0,25	0	+0,25	+0,50	+0,75
W(ε)	0,6623	0,6647	0,6656	0,6656	0,6656	0,6647	0,6623
S = 6							
-0,5 ≤ ε < +0,5; δ = 1							
η ₁ = η ₆ = 2,5; η ₂ = η ₅ = 1,5; η ₃ = η ₄ = 0,5							
ε	-0,50	-0,25	0	+0,25	+0,50	—	
W(ε)	0,9553	0,9975	0,9982	0,9975	0,9953	—	

возможна в направлении минимизирования дисперсии сигнала ошибки при сохранении малой величины средних потерь, т. е. в области одновременного выполнения условий:

$$\langle [\hat{\varepsilon}(t)]^2 \rangle = \langle [\varepsilon(t)]^2 \rangle_{\min}; \quad \psi(m) = 1. \quad (22)$$

Следует отметить, что выражение (20) составлено при условии $m_j = \text{const}$. При этом в общем случае соотношение

$$\eta_j + \eta_{s+1-j} = 0, \quad (23)$$

за исключением тривиального выбора $m_j = 0.5$, не выполняется, т. е. интервалам квантования, симметрично расположенным относительно математического ожидания сигнала $x(t)$, соответствуют различные по абсолютной величине уровни, передаваемые на выход квантизатора. Последнее обстоятельство и вызывает $\varepsilon_0 \neq 0$ и как следствие $\psi(m) > 1$.

Рассмотрим вариант работы амплитудного квантизатора при

$$m_j \neq \text{const} \text{ и } m_j = 1 - m_{s+1-j}. \quad (24)$$

При этом

$$k_j = \frac{\theta_j + m_j \delta}{\theta_j + \theta_{j+1}}; \quad k_{s+1-j} = \frac{\theta_{s+1-j} + m_{s+1-j} \delta}{\theta_{s+1-j} + \theta_{s+2-j}}. \quad (25)$$

Из (9) и (24) следует:

$$\eta_j = \theta_j + m_j \delta; \quad \eta_{s+1-j} = \theta_{s+1-j} + (1 - m_j) \delta. \quad (26)$$

Учитывая, что θ_j и θ_{s+1-j} — «левые» границы интервалов, симметрично расположенных относительно математического ожидания X_0 сигнала $x(t)$ ($X_0 = 0$), имеем

$$\theta_j + \theta_{s+1-j} = -\delta \quad (27)$$

и, следовательно, $\eta_j + \eta_{s+1-j} = 0$. Таким образом, при соблюдении условия (24) автоматически выполняется соотношение (23).

На рис. 3 показан вид сигнала ошибки $\varepsilon(m)$ при выполнении условий (23), (24) и непрерывном изменении входного сигнала от $-X$ до X . Здесь нулевое значение ε_0 влечет за собой, очевидно, совпадение величины потерь при квантовании с дисперсией сигнала ошибки D_ε . Минимизация математического ожидания квадратичной функции потерь возможна теперь только за счет уменьшения D_ε . Для нормированного гауссова сигнала $x(t)$ с нулевым математическим ожиданием на основании (21) имеем

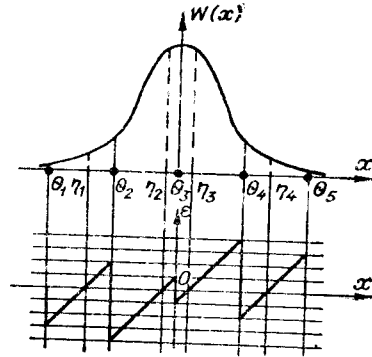


Рис. 3.

$$D_\varepsilon = \sum_{j=1}^s \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\theta_j - \eta_j}^{\theta_{j+1} - \eta_j} \varepsilon^2 e^{-\frac{(\varepsilon + \eta_j)^2}{2}} d\varepsilon. \quad (28)$$

Несложными преобразованиями выражение (28) приводим к виду

$$D_\varepsilon = \sum_{j=1}^s \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [(2\eta_j - \theta_{j+1}) \exp(-0.5\theta_{j+1}^2) + (\theta_j - 2\eta_j) \exp(-0.5\theta_j^2)] + [\eta_j^2 + 1] [\Phi(\theta_{j+1}) - \Phi(\theta_j)] \right\}. \quad (29)$$

Таблица 3

$S = 2$	$j = 1; 2$	$D_{\varepsilon_j 1,2} = 0,4987$	$\eta_j^2 - 0,7911$	$ \eta_j + 0,4853$
$S = 4$	$j = 1; 4$	$D_{\varepsilon_j 1,4} = 0,0654$	$\eta_j^2 - 0,2503$	$ \eta_j + 0,2465$
	$j = 2; 3$	$D_{\varepsilon_j 2,3} = 0,4332$	$\eta_j^2 - 0,5408$	$ \eta_j + 0,2388$
$S = 6$	$j = 1; 6$	$D_{\varepsilon_j 1,6} = 0,0214$	$\eta_j^2 - 0,0994$	$ \eta_j + 0,1164$
	$j = 2; 5$	$D_{\varepsilon_j 2,5} = 0,1359$	$\eta_j^2 - 0,3770$	$ \eta_j + 0,2703$
	$j = 3; 4$	$D_{\varepsilon_j 3,4} = 0,3413$	$\eta_j^2 - 0,3148$	$ \eta_j + 0,0987$
$S = 8$	$j = 1; 8$	$D_{\varepsilon_j 1,8} = 0,0110$	$\eta_j^2 - 0,0549$	$ \eta_j + 0,0694$
	$i = 2; 7$	$D_{\varepsilon_j 2,7} = 0,0546$	$\eta_j^2 - 0,1952$	$ \eta_j + 0,1770$
	$j = 3; 6$	$D_{\varepsilon_j 3,6} = 0,1598$	$\eta_j^2 - 0,3448$	$ \eta_j + 0,1513$
	$j = 4; 5$	$D_{\varepsilon_j 4,5} = 0,2734$	$\eta_j^2 - 0,1952$	$ \eta_j + 0,0466$

Соотношение (29) позволяет построить систему уравнений относительно величины η_j , определяющую зависимости $D_{\varepsilon_j} = f(\eta_j)$, где D_{ε_j} — элементы суммирования в (29). В табл. 3 приведены системы квадратных уравнений для различных S . Графическая интерпретация зависимостей $D_{\varepsilon_j} = f(\eta_j)$ для $S=4$ и $S=6$ приведена соответственно на рис. 4 и 5.

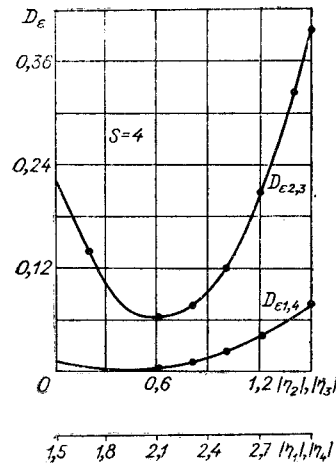


Рис. 4.

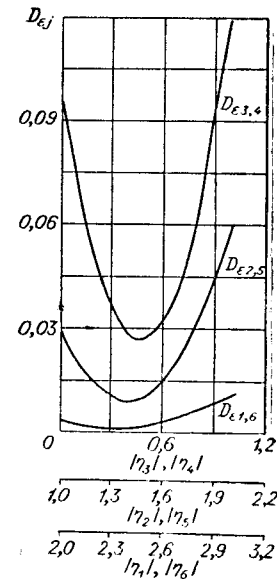


Рис. 5.

Полагая в (28) $S = \text{const}$, найдем, что условие

$$M \{ \Xi [x(t) - \eta(t)] \} = D_{\varepsilon_{\min}} \quad (30)$$

выполняется при

$$\eta_{j_{\text{opt}}} = \frac{[\exp(-0,5\theta_{j+1}^2) - \exp(-0,5\theta_j^2)]}{\sqrt{2\pi} [\Phi(\theta_j) - \Phi(\theta_{j+1})]}, \quad (31)$$

где

$$\Phi(\theta_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\theta_j} e^{-z^2/2} dz. \quad (32)$$

Из (26) и (31) имеем

$$m_{j_{\text{opt}}} = \frac{1}{\delta} \left\{ \frac{[\exp(-0,5\theta_{j+1}^2) - \exp(-0,5\theta_j^2)]}{\sqrt{2\pi} [\Phi(\theta_j) - \Phi(\theta_{j+1})]} - \theta_j \right\}. \quad (33)$$

Принимая, что закон распределения нормированного сигнала $x(t)$ ограничен пределами $(-X, X)$, где $|X|_{\sigma_x} = |X'|$, найдем

$$\delta = \frac{2X}{S}. \quad (34)$$

Учитывая, что

$$\theta_1 = -X, \quad (35)$$

запишем границы j -го интервала:

$$\theta_j = \theta_1 + (j-1)\delta = X \left[2 \frac{j-1}{S} - 1 \right]; \quad \theta_{j+1} = X \left[2 \frac{j}{S} - 1 \right]. \quad (36)$$

Выражение (31) с учетом (36) приобретает теперь следующий вид

$$\eta_{j_{\text{opt}}} = \frac{\exp \left[-0,5X^2 \left(2 \frac{j}{S} - 1 \right)^2 \right] \left[1 - \exp \frac{2X^2}{S^2} (2j - S - 1) \right]}{\sqrt{2\pi} \left\{ \Phi \left[X \left(2 \frac{j-1}{S} - 1 \right) \right] - \Phi \left[X \left(2 \frac{j}{S} - 1 \right) \right] \right\}}. \quad (37)$$

Значения $\eta_{j_{\text{opt}}}$ приведены в табл. 4.

Таблица 4

Уровень квантования	$S = 2$	$S = 4$	$S = 6$	$S = 8$
	$\delta = 3$	$\delta = 1,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0,75$
$\eta_{1 \text{ opt}}$	-0,795	-1,914	-2,320	-2,500
$\eta_{2 \text{ opt}}$	+0,795	-0,625	-1,388	-1,791
$\eta_{3 \text{ opt}}$	—	+0,625	-0,462	-1,081
$\eta_{4 \text{ opt}}$	—	+1,914	+0,462	-0,357
$\eta_{5 \text{ opt}}$	—	—	+1,388	+0,357
$\eta_{6 \text{ opt}}$	—	—	+2,320	+1,081
$\eta_{7 \text{ opt}}$	—	—	—	+1,791
$\eta_{8 \text{ opt}}$	—	—	—	+2,500

При обработке сигналов амплитудными квантизаторами имеет место нелинейное преобразование. Поэтому закон распределения выходного сигнала квантизатора $\eta(t)$ отличается от закона распределения $x(t)$. Вопросы построения дифференциальных законов распределения выходных эффектов нелинейных систем при известных характеристиках преобразователя и входного воздействия в достаточной степени изучены и описаны в [2]. Нелинейные системы со ступенчатыми характеристиками преобразуют законы распределения входных сигналов в дельтообразные функции, ориентация которых по оси абсцисс определяется величинами выходных уровней системы. Площади дельтообразных выбросов пропорциональны вероятностям попадания сигнала $x(t)$ в соответствующие интервалы квантования.

Общее выражение для дифференциальных законов распределения выходных эффектов амплитудных квантизаторов со ступенчатыми характеристиками имеет вид

$$W(\eta) = \lambda \sum_{j=1}^S \alpha_j \delta(\eta - \eta_j), \quad (38)$$

где λ — множитель, определяемый из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(\eta) d\eta = 1; \quad (39)$$

α_j — вероятность попадания сигнала $x(t)$ в интервал квантования с границами Θ_j, Θ_{j+1} ;

$$\begin{aligned} \alpha_j &= P(\Theta_j \leq x \leq \Theta_{j+1}) = \\ &= \int_{\Theta_j}^{\Theta_{j+1}} W(x) dx. \end{aligned} \quad (40)$$

На рис. 6 представлены законы распределения выходных сигналов амплитудного квантизатора, характеристика которого построена оптимальным (в указанном выше смысле) образом: значения уровней характеристики совпадают с величинами $\eta_{j, \text{opt}}$, приведенными в табл. 4, а в моменты смены уровней определяются количеством интервалов S в соответствии с уравнениями (35).

Выбор значений $\eta_{j, \text{opt}}$ согласно (37), т. е. построение оптимальной характеристики квантизатора, приводит к существенному изменению закона распределения плотности вероятности сигнала ошибки $\varepsilon(t)$. Действительно, при выполнении условия (24) значения η_j

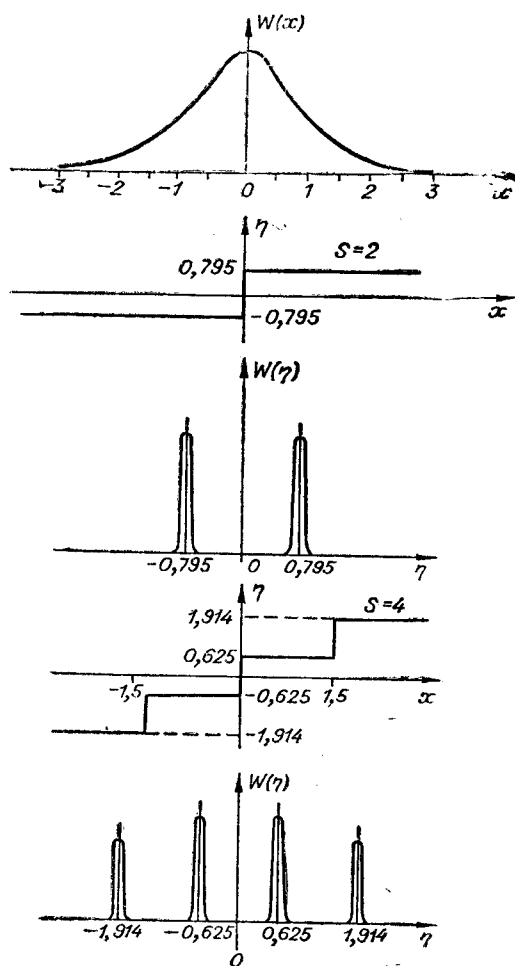


Рис. 6.

Таблица 5

S = 2

 $-2,205 \leq \varepsilon \leq +2,205; \quad \delta = 3$ $|\tau_1| = |\tau_2| = 0,795$

ε	-2,205	-1,500	-0,795	-0,500	0	+0,500	+0,795	+1,500	+2,205
$W(\varepsilon)$	0,0044	0,0286	0,5116	0,5545	0,5814	0,5545	0,5116	0,0286	0,0044

S = 4

 $-1,086 \leq \varepsilon \leq +1,086; \quad \delta = 1,5$ $|\tau_1| = |\tau_4| = 1,914; \quad |\tau_2| = |\tau_3| = 0,625$

ε	-1,086	-0,875	-0,625	-0,414	0	+0,414	+0,625	+0,875	+1,086
$W(\varepsilon)$	0,0044	0,1377	0,5975	0,7787	0,7838	0,7787	0,5975	0,1377	0,0044

S = 6

 $-0,630 \leq \varepsilon \leq +0,630; \quad \delta = 1$ $|\tau_1| = |\tau_6| = 2,32; \quad |\tau_2| = |\tau_5| = 1,388; \quad |\tau_3| = |\tau_4| = 0,462$

ε	-0,630	-0,612	-0,538	-0,462	-0,388	-0,320	0	+0,320	+0,388	+0,462	+0,538	+0,612	+0,630
$W(\varepsilon)$	0,0044	0,0595	0,3113	0,7397	1,0105	1,0740	1,0756	1,0740	1,0105	0,7397	0,3113	0,0595	0,0044

располагаются симметрично относительно x_0 . При этом область возможных значений ошибки квантования превышает величину шага δ , а закон распределения $W(\varepsilon)$ принимает вид кусочно-непрерывной функции с разрывами производной первого порядка. Результаты вычислений по формуле (21) при $\eta_j = \eta_{j\text{opt}}$ для $S=2, S=4, S=6$ приведены в табл. 5.

Распределение $W(\varepsilon)$ для значений $S=2, S=4, S=6$ при $\eta_j = \eta_{j\text{opt}}$

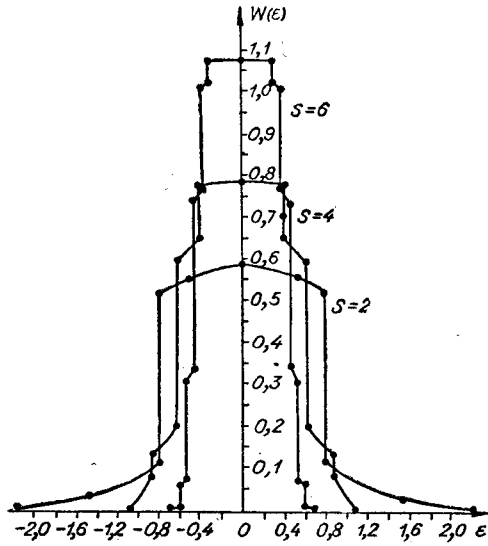


Рис. 7.

приведены на рис. 7. При построении $W(\varepsilon)$ распределение сигнала $x(t)$ принималось гауссовым, ограниченным пределами $(-3, 3)$.

Сравним оценки дисперсии сигнала ошибки $\varepsilon(t)$ для случая построения характеристики квантизатора на основе выражений (8) и (37). Как следует из (29), дисперсия сигнала ошибки при выполнении соотношения (8), т. е. при $m_j = 0,5 = \text{const}$, имеет вид

$$D'_\varepsilon = \sum_{j=1}^S \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [\Theta_j \exp \times \right. \\ \times (-0,5\Theta_{j+1}^2) - \Theta_{j+1} \exp \times \\ \times (-0,5\Theta_j^2)] + \frac{1}{4} [(\Theta_j + \Theta_{j+1})^2 + \\ \left. + 4] [\Phi(\Theta_{j+1}) - \Phi(\Theta_j)] \right\}. \quad (41)$$

Принимая $x \in [-X, X]$ для $S=2, S=4, S=6, S=8$ при $|X|=3$ из уравнений (41) соответственно получим:

$$\Theta_j = 3(j-2); \quad \Theta_{j+1} = 3(j-1); \quad (42)$$

$$\Theta_j = 1,5(j-3); \quad \Theta_{j+1} = 1,5(j-2); \quad (43)$$

$$\Theta_j = (j-4); \quad \Theta_{j+1} = (j-3); \quad (44)$$

$$\Theta_j = 0,75(j-5); \quad \Theta_{j+1} = 0,75(j-4). \quad (45)$$

Подставляя (42)–(45) в (41), найдем D'_ε . Результаты вычислений сведены в табл. 6.

Таблица 6

s	$D_{\varepsilon\text{opt}}$	D'_ε	D_ε''	$\alpha_1, \%$	$\alpha_2, \%$
2	0,32800	0,41900	0,75000	21,7	56,3
4	0,15396	0,18245	0,18750	15,6	17,8
6	0,07186	0,079+2	0,08333	9,9	13,8
8	0,02042	0,02201	0,04693	7,3	56,5

Дисперсию сигнала ошибки квантования $\varepsilon(t)$ при выборе η_j согласно (31), найдем

$$D_{\varepsilon\text{opt}} = \sum_{j=1}^S \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[2 \frac{\exp(-0,5\Theta_{j+1}^2) - \exp(-0,5\Theta_j^2)}{\sqrt{2\pi} [\Phi(\Theta_j) - \Phi(\Theta_{j+1})]} \Theta_{j+1} \right] \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \exp(-0,5\theta_{j+1}^2) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\theta_j - 2 \frac{\exp(-0,5\theta_{j+1}^2) - \exp(-0,5\theta_j^2)}{\sqrt{2\pi} [\Phi(\theta_j) - \Phi(\theta_{j+1})]} \right] \times \\ & \times \exp(-0,5\theta_j^2) + \left[\left(\frac{\exp(-0,5\theta_{j+1}^2) - \exp(-0,5\theta_j^2)}{\sqrt{2\pi} [\Phi(\theta_j) - \Phi(\theta_{j+1})]} \right)^2 + 1 \right] \times \\ & \times [\Phi(\theta_{j+1}) - \Phi(\theta_j)]. \end{aligned} \quad (46)$$

Подставляя (42) — (45) в (46), определим дисперсию $D_{\varepsilon, \text{opt}}$ для случаев квантования входного сигнала по 2, 4, 6 и 8 интервалам (табл. 6). Для сравнения в табл. 6 приведены результаты вычисления дисперсии сигнала ошибки квантования при принятии гипотезы равномерности закона распределения.

Относительное уменьшение дисперсии сигнала ошибки (выигрыш в точности) при оптимальном квантовании будем оценивать (см. табл. 6):

$$\alpha_1 = \frac{D'_\varepsilon - D_{\varepsilon, \text{opt}}}{D'_\varepsilon} \cdot 100\%; \quad \alpha_2 = \frac{D''_\varepsilon - D_{\varepsilon, \text{opt}}}{D''_\varepsilon} \cdot 100\%;$$

$$D'_\varepsilon = \frac{X^2}{3S^2}.$$

Воспользуемся выражением для оценки «сверху» составляющей погрешности определения нормированной корреляционной функции, обусловленной амплитудной дискретизацией анализируемых сигналов:

$$|\Delta \rho(\mu)| \leq 4 \left\{ \exp\left(-\frac{8\pi^2 \sigma^2}{\delta^2}\right) - \exp\left(-\frac{2\pi^2 \sigma^2}{\delta^2}\right) \right\} \sqrt{\frac{D'_\varepsilon}{\sigma^2} + \frac{D''_\varepsilon}{\sigma^2}}. \quad (47)$$

Подставляя в (47) значения дисперсий шумов квантования для случаев неравномерного оптимального квантования ($D_{\varepsilon, \text{opt}}$), равномерного квантования с оптимальными выходными уровнями (D'_ε) и равномерного неоптимального квантования, получим при $S=2$, $S=4$, $S=6$ значения указанной погрешности $\Delta \rho(\mu)$ (табл. 7). Оптимальное (в указанном выше смысле) квантование случайной информации при корреляционных измерениях позволяет существенно повысить точность анализа. Экспериментальная проверка, выполненная на разработанной корреляционной аппаратуре, подтвердила корректность рассматриваемых в работе теоретических положений.

Таблица 7

s	Δρ(μ) , %		
	$D_\varepsilon = D_{\varepsilon, \text{opt}}$	$D'_\varepsilon = D'_\varepsilon$	$D''_\varepsilon = D''_\varepsilon$
2	58,1	70,5	113,4
4	15,5	18,5	19
6	7,2	8,0	8,4

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Д. Колтик, В. П. Пиастро, Р. В. Яролошвили. Новый принцип построения автоматических корреляторов.— Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области электрических измерений, вып. 98 (158). М.—Л., 1968.
2. В. И. Тихонов. Статистическая радиотехника. М., «Советское радио», 1966.

Поступила в редакцию
27 февраля 1970 г.,
окончательный вариант —
3 июня 1970 г.