

Л. И. АРХИПОВА, М. М. ГОРБОВ

(Барнаул)

ПОЛУЧЕНИЕ ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЕМКОСТНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ФОРМОЙ СЕЧЕНИЯ

Емкостные преобразователи, выполненные в виде плоского конденсатора, широко применяются для контроля площади поперечного сечения (диаметра) материалов и изделий с круглой формой сечения [1—3]. Ввиду того, что в процессе изготовления некоторые материалы, например текстильные волокна, под влиянием различного рода возмущающих воздействий могут иметь эллиптическую форму сечения, представляет интерес рассмотрение функции преобразования емкостного измерительного преобразователя для материалов указанной формы сечения.

Решение этой задачи на основе уравнения Лапласа приводит к сложным для анализа выражениям. Если считать поле нагруженного преобразователя однородным и пренебречь потерями, то при выполнении условия квазистационарности можно решить задачу приближенно в соответствии с методикой [4].

Поместим цилиндрическое тело с эллиптической формой поперечного сечения между пластинами преобразователя, как показано на рис. 1. Преобразователь можно разбить на ряд элементарных конденсаторов $C_1—C_6$. Эквивалентная схема преобразователя с телом показана на рис. 2. Из рис. 1 видно, что часть элементарных конденсаторов имеет поверхность раздела диэлектриков по кривой. Произведем расчет емкости одной такой пары элементарных конденсаторов C_1 и C_2 .

Пусть величина x имеет приращение dx ; тогда емкости элементар-

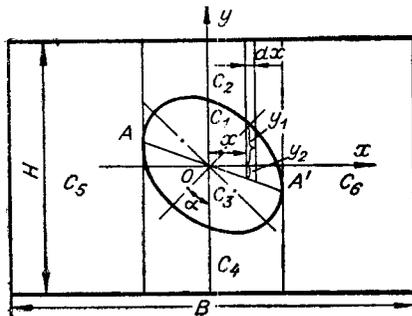


Рис. 1.

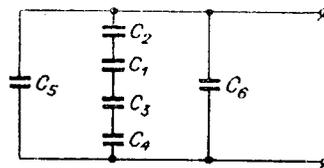


Рис. 2.

ных конденсаторов C_1 и C_2 получают приращение

$$dC_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 L}{y} dx; \quad (1)$$

$$dC_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 L}{\frac{H}{2} - y} dx, \quad (2)$$

где ε_0 — электрическая постоянная; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — относительные диэлектрические проницаемости тела и среды; L — длина преобразователя (перпендикулярна к чертежу); $y = y_1 - y_2$.

Определим величину y . y_1 — ординаты точек эллипса, повернутого относительно начала координат, а y_2 — ординаты точек прямой AA' .

$$y_1 = -x \frac{a^2 - b^2}{2l} \sin 2\alpha + \frac{ab}{l} \sqrt{l - x^2};$$

$$y_2 = -x \frac{a^2 - b^2}{2l} \sin 2\alpha.$$

Следовательно,

$$y = \frac{ab}{l} \sqrt{l - x^2}, \quad (3)$$

где a и b — полуоси эллипса; $l = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$.

Так как емкости C_1 и C_2 соединены последовательно, то суммарную емкость C_{12} определим по формуле

$$C_{12} = \int_{-\sqrt{l}}^{\sqrt{l}} \frac{dC_1 dC_2}{dC_1 + dC_2}. \quad (4)$$

Подставив уравнение (3) в (1) и (2), а полученные выражения в (4), проинтегрировав его и приняв $\varepsilon_2 = 1$, получим

$$C_{12} = \varepsilon_0 L \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \frac{2l}{ab} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{H \sqrt{l} \varepsilon_1}{\sqrt{H^2 l \varepsilon_1^2 - 4a^2 b^2 (1 - \varepsilon_1)^2}} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{2ab(1 - \varepsilon_1)}{\sqrt{H^2 l \varepsilon_1^2 - 4a^2 b^2 (1 - \varepsilon_1)^2}} \right) \right].$$

Емкости элементарных конденсаторов C_5 и C_6 рассчитываются, как емкости плоских конденсаторов.

Определив емкости элементарных конденсаторов, просуммировав полученные значения емкостей по правилам электротехники, согласно эквивалентной схеме, получим окончательное выражение функции преобразования измерительного преобразователя

$$C = \frac{\varepsilon_0 B L}{H} + \varepsilon_0 L \left\{ -\frac{2\sqrt{l}}{H} + \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \frac{l}{ab} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{H \sqrt{l} \varepsilon_1}{\sqrt{H^2 \varepsilon_1^2 l - 4a^2 b^2 (1 - \varepsilon_1)^2}} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{2ab(1 - \varepsilon_1)}{\sqrt{H^2 l \varepsilon_1^2 - 4a^2 b^2 (1 - \varepsilon_1)^2}} \right) \right] \right\}. \quad (5)$$

где B — ширина пластин. В выражении (5) второе слагаемое представляет собой емкость преобразователя от внесения тела. Обозначим $C_0 = \frac{\varepsilon_0 B L}{H}$ и рассмотрим частные случаи выражения (5).

1. При $\alpha=0^\circ$

$$C = C_0 + \varepsilon_0 L \left\{ -\frac{2a}{H} + \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} \frac{a}{b} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{H \varepsilon_1}{\sqrt{H^2 \varepsilon_1^2 - 4b^2 (1-\varepsilon_1)^2}} \right] \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{2b(1-\varepsilon_1)}{\sqrt{H^2 \varepsilon_1^2 - 4b^2 (1-\varepsilon_1)^2}} \right) \right\}. \quad (6)$$

2. При $a=b=R$, т. е. при внесении в преобразователь цилиндрического тела с круглой формой сечения радиусом R ,

$$C = C_0 + \varepsilon_0 L \left\{ -\frac{2R}{H} + \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{H \varepsilon_1}{\sqrt{H^2 \varepsilon_1^2 - 4R^2 (1-\varepsilon_1)^2}} \right] \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{2R(1-\varepsilon_1)}{\sqrt{H^2 \varepsilon_1^2 - 4R^2 (1-\varepsilon_1)^2}} \right) \right\}. \quad (7)$$

Сопоставим теоретические значения емкостей преобразователя, вносимых цилиндрическими телами с круглой формой сечения, с экспериментальными. На рис. 3 изображены кривые зависимости относительного расхождения между теоретическими и экспериментальными значениями вносимых емкостей от отношения $\frac{2R}{H}$ при различных значениях диэлектрической проницаемости тела. Теоретические значения вносимых емкостей определялись по формуле (7), относительное расхождение γ_p с помощью выражения

$$\gamma_p = \frac{\Delta C_3 - \Delta C_T}{\Delta C_3}, \quad (8)$$

где ΔC_3 и ΔC_T — экспериментальные и теоретические значения вносимых емкостей.

Для получения экспериментальных данных применялись образцы, выполненные из пенопласта ($\varepsilon_1=1,275$; $\operatorname{tg} \delta=10^{-3}$), фторопласта ($\varepsilon_1=2$; $\operatorname{tg} \delta=5 \cdot 10^{-4}$) и алюминия ($\varepsilon_1=\infty$).

Радиусы сечений пенопластовых и фторопластовых образцов $R=1,132 \text{ см} \pm 10\%$ (площади поперечного сечения $F=4 \text{ см}^2 \pm 10\%$), радиусы алюминиевых образцов $R=0,564 \text{ см} \pm 5\%$, длина всех образцов $L_1=34 \text{ см}$.

Размеры измерительного конденсатора: $B=12 \text{ см}$; $L=50 \text{ см}$; расстояние между пластинами конденсатора от 1,4 до 7,8 см. Образцы помещались в середину конденсатора. Измерение осуществлялось с помощью трансформаторного моста переменного тока на частоте 465 кГц; относительная погрешность измерения вносимой емкости не превышала 1,3%, абсолютная погрешность относительного расхождения теоретических и экспериментальных данных — 3%.

Из рис. 3 видно, что расхождение между теоретическими и экспериментальными данными не превышает 10% при $\varepsilon_1=1,275$ и увеличивается с повышением диэлектрической проницаемости, достигая 42% при $\frac{2R}{H} = 0,2$ и $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$.

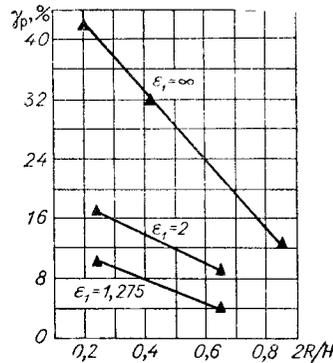


Рис. 3.

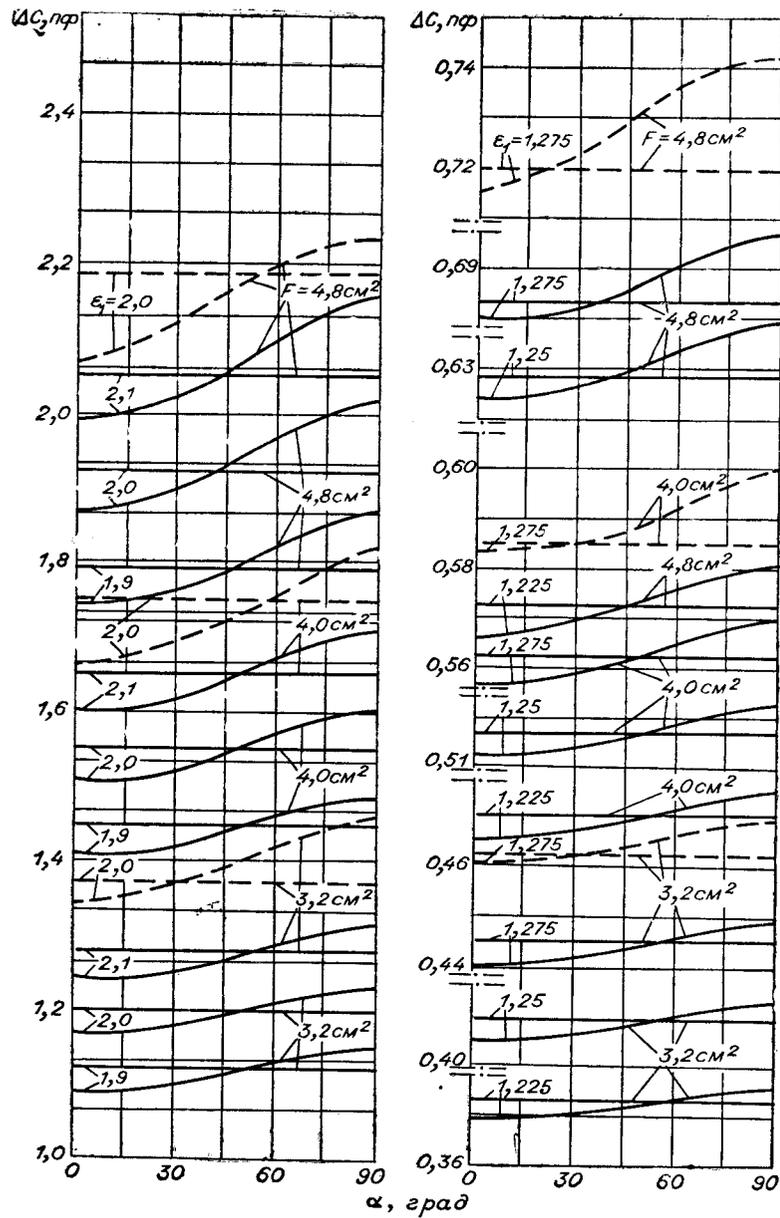


Рис. 4.

Поэтому рассматриваемый приближенный метод получения функции преобразования может быть применен при отношениях $\frac{2R}{H}$ и $\frac{2a}{H}$, близких к единице, небольших значениях диэлектрической проницаемости и условии, что тело находится в середине преобразователя.

Сопоставим теоретические и экспериментальные значения емкостей преобразователя, вносимых цилиндрическими телами с эллиптической формой сечения. На рис. 4 изображены теоретические (сплошные) и экспериментальные (штриховые) зависимости вносимых емкостей преобразователя от угла поворота образцов с эллиптической и круглой формами

сечений при длине образцов $L_1=1$ м и различных значениях параметров F и ϵ_1 . Кривые линии соответствуют коэффициенту сжатия сечения $k=0,83$, прямые — $k=1$. Теоретические кривые рассчитывались с помощью ЭЦВМ по формулам (5) и (7); расстояние между пластинами конденсатора $H=3,9$ см; погрешность установки угла поворота образцов составляла $\pm 1^\circ$; относительная погрешность измерения изменений вносимой емкости $\pm 3\%$.

Из рис. 4 видно, что наибольшее относительное расхождение теоретических и экспериментальных значений вносимых емкостей составляет 12% при $\epsilon_1=2$ и 6% при $\epsilon_1=1,275$. Изменение угла поворота образцов от 0 до $\pi/2$ вызывает относительные изменения вносимых емкостей, приблизительно равные 6% при $\epsilon_1=2$ и 2% при $\epsilon_1=1,275$.

Выводы

Получена функция преобразования емкостного измерительного преобразователя геометрических размеров цилиндрических тел с эллиптической формой сечения без учета потерь, искажений поля и при выполнении условия квазистационарности поля. Показано, что расхождение теоретических и экспериментальных данных уменьшается с уменьшением диэлектрической проницаемости и расстояния между пластинами преобразователя. Полученное выражение может быть использовано для выбора оптимальных условий контроля тел, имеющих небольшие значения диэлектрических проницаемостей, например текстильной ровницы, пряжи и т. п.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. В. Кузьмин, М. М. Горбов. Новые приборы для измерения толщины и неровности по толщине синтетических волокон.— В сб. «Автоматизация химических производств», 1970, № 3.
2. Э. В. Кузьмин, М. М. Горбов, М. П. Носов. Переносный прибор типа ПКН-1 для контроля толщины капроновых нитей.— Текстильная промышленность, 1969, № 11.
3. Н. В. Демина и др. Методы физико-механических испытаний химических волокон, нитей и пленок. М., «Легкая индустрия», 1969.
4. М. М. Горбов. Расчет функции преобразования емкостного измерительного преобразователя геометрических размеров цилиндрических тел.— Труды конференции «Молодежь, наука, производство», вып. 7. Барнаул, 1970.

Поступила в редакцию
12 мая 1970 г.,
окончательный вариант —
30 июня 1970 г.