

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

УДК 621.317.08 : 621.391.882.3

А. Г. КОЗАЧОК, В. М. КУНОВ

(Новосибирск)

МЕТОД РАСЧЕТА ВЛИЯНИЯ ВХОДНОЙ ЕМКОСТИ НА ШУМОВЫЕ СВОЙСТВА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ С УСИЛИТЕЛЯМИ

Входная емкость усилителя (обычно это емкость входного кабеля) приводит не только к сужению частотного диапазона измерительного устройства, но и к ухудшению его порога чувствительности. Последнее обстоятельство особенно важно при измерении предельно малых сигналов, сравнимых по величине с шумом усилителя. В связи с этим возникает необходимость в анализе влияния входной емкости на порог чувствительности измерительного устройства и на величину оптимального сопротивления источника сигналов. В данной работе задача о влиянии входной емкости на шумовые свойства измерительных устройств с усилителями решается в наиболее общей постановке, что позволяет использовать результаты для анализа усилителей, выполненных на различных усилительных элементах: электронных лампах, полевых и биполярных транзисторах.

Из теории шумящих четырехполюсников известно, что реальный усилитель можно представить шумящим с двумя вынесенными, в общем случае коррелированными генераторами шумов [1]. Обычно шумы приводятся ко входу [2]. Тогда шумовыми параметрами будут: генератор шумовой э. д. с., включенной последовательно со входом, генератор шумового тока, шунтирующий вход, и коэффициент корреляции между ними. Пусть без учета выходной емкости шумовые параметры усилителя в узкой полосе частот будут e, i, γ (рис. 1). Присоединение емкости C параллельно входу усилителя изменяет эти параметры. Изменившиеся параметры обозначим e_w, i_w, γ_w . Задача заключается в том, чтобы по e, i, γ и емкости C найти e_w, i_w, γ_w .

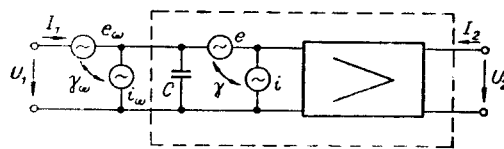


Рис. 1.

Уравнения линейного шумящего четырехполюсника с такой системой шумовых параметров имеют вид:

$$I_1 = y_{11} (U_1 + e_w) + y_{12} U_2 + i_w; \quad (1)$$

$$I_2 = y_{21} (U_1 + e_w) + y_{22} U_2. \quad (2)$$

Здесь y — элементы матрицы, описывающей линейный четырехполюсник. Остальные обозначения ясны из рис. 1.

Введем в рассмотрение другую систему шумовых параметров — с двумя генераторами тока (рис. 2) [2]. При этой системе уравнения шумящего четырехполюсника можно записать так:

$$I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 + i_1; \quad (3)$$

$$I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 + i_2. \quad (4)$$

Здесь i_1 и i_2 — шумовые токи соответственно на входе и выходе четырехполюсника. Из (3) и (4) следует, что $i_1 = I_1$, $i_2 = I_2$ при коротком замыкании на входе и выходе четырехполюсника. Поскольку определение токов i_1 и i_2 происходит при коротком замыкании входа и выхода, то результат не будет зависеть от величины входного и выходного сопротивлений, а следовательно, и от входной емкости. В этом основное преимущество введенной системы шумовых параметров.

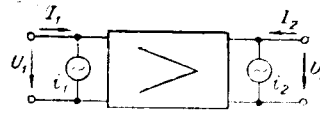


Рис. 2.

Уравнения (1) — (4) описывают один и тот же четырехполюсник, поэтому между параметрами e_ω , i_ω и i_1 , i_2 существуют зависимости [2]:

$$i_\omega = i_1 - y_{11} e_\omega; \quad (5)$$

$$e_\omega = \frac{i_2}{y_{21}}. \quad (6)$$

В выражениях (5), (6) от величины входной емкости зависит только входная проводимость y_{11} . Она равна сумме активной проводимости и емкостной:

$$y_{11} = y_{11}^0 + j \omega C. \quad (7)$$

Из выражения (6) видно, что шумовая э. д. с. не зависит от входной емкости, т. е.

$$e_\omega = e. \quad (8)$$

Объясняется это тем, что шумовая э. д. с. характеризует шумы усилителя при замкнутом входе. Подключение параллельно входу любых элементов при этом условии ничего не изменяет.

Из (5) — (7) с учетом (8) для шумового тока получаем выражение

$$i_\omega = i + j \omega C e. \quad (9)$$

Из (9) находим среднеквадратичное значение шумового тока:

$$\overline{|i_\omega|^2} = \overline{|i|^2} + \omega^2 C^2 \overline{|e|^2}. \quad (10)$$

Таким образом, шумовой ток состоит из двух компонент. Одна из них не зависит от входной емкости, а другая — зависит. Это объясняется тем, что шумовой ток вообще можно разделить на две составляющие: реальный ток во входной цепи и фиктивный, пересчитанный эквивалентным образом из выходной цепи усилительного каскада во входную. Вторая составляющая шумового тока изменяется с изменением схемы, так как устанавливаются другие условия пересчета шумов.

Найдем коэффициент корреляции с учетом величины входной емкости

$$\Gamma_\omega = \frac{\overline{e_\omega i_\omega}}{\sqrt{\overline{e_\omega^2} \overline{i_\omega^2}}} = \frac{\overline{(i + j \omega C e) e}}{\sqrt{\overline{e^2} (\overline{|i|^2} + \omega^2 C^2 \overline{|e|^2})}} =$$

$$\frac{\overline{e i} + j \omega C \overline{|e|^2}}{\sqrt{\overline{|e|^2} \overline{|i|^2} \left(1 + \omega^2 C^2 \frac{\overline{|e|^2}}{\overline{|i|^2}}\right)}} = \frac{\gamma + j \omega C \sqrt{\frac{\overline{|e|^2}}{\overline{|i|^2}}}}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 \frac{\overline{|e|^2}}{\overline{|i|^2}}}}. \quad (11)$$

Так как $\frac{\overline{|e|^2}}{\overline{|i|^2}} = R_{\text{opt}}^2$, где R_{opt} — оптимальное сопротивление источника сигнала при отсутствии входной емкости [3], то выражение для коэффициента корреляции можно записать в виде

$$\gamma_{\omega} = \frac{\gamma + j \omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}, \quad (12)$$

где $\tau = C R_{\text{opt}}$. Таким образом, коэффициент корреляции становится комплексной величиной.

Введение величины τ позволяет соотношение (10) для шумового тока записать в виде

$$\overline{|i_{\omega}|^2} = \overline{i^2} (1 + \omega^2 \tau^2). \quad (13)$$

Ухудшение усилителем отношения сигнал/шум чаще всего характеризуют величиной коэффициента шума, который равен отношению мощности шума на входе усилителя от всех источников шума к той ее части, которая обусловлена шумами источника сигнала. Без учета входной емкости и при активном сопротивлении источника сигналов коэффициент шума выражается через параметры e, i, γ следующим образом [4]:

$$F = 1 + \frac{1}{4k T \Delta f} \left[\frac{\overline{|e|^2}}{R} + \overline{|i|^2} R + 2\gamma \sqrt{\overline{|e|^2} \overline{|i|^2}} \right], \quad (14)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ — постоянная Больцмана в *дж/град*; T — абсолютная температура в $^{\circ}\text{K}$; Δf — эффективная полоса пропускания в *гц*; R — активное сопротивление источника в *ом*.

Коэффициент шума достигает минимума при $R = R_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\overline{|e|^2}}{\overline{|i|^2}}}$, причем минимальное значение его равно

$$F_{\text{min}} = 1 + \frac{(1 + \gamma) \sqrt{\overline{|e|^2} \overline{|i|^2}}}{2k T \Delta f}. \quad (15)$$

Найдем соотношения для коэффициента шума, его минимального значения и оптимального сопротивления источника сигнала с учетом входной емкости. Для этого, а также при последующем анализе нам понадобится находить квадрат действующего значения суммы двух случайных э. д. с., имеющих комплексный коэффициент корреляции. Запишем необходимую формулу в общем виде:

$$\begin{aligned} \overline{|e_x|^2} &= \overline{(e_x + e_y)(e_x + e_y)^*} = \overline{(e_x + e_y)(e_x^* + e_y^*)} = \\ &= \overline{|e_x|^2} + \overline{|e_y|^2} + \overline{e_x e_y^*} + \overline{e_x^* e_y}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь звездочкой обозначены комплексно-сопряженные величины. Так как $\overline{e_x e_y^*} = \overline{(e_x^* e_y)^*}$ и, кроме того, комплексный коэффициент корреляции определяется одной из формул [5]:

$$\gamma_{xy} = \frac{\overline{e_x e_y^*}}{\sqrt{\overline{|e_x|^2} \overline{|e_y|^2}}} \quad \text{или} \quad \gamma_{xy} = \frac{\overline{e_x^* e_y}}{\sqrt{\overline{|e_x|^2} \overline{|e_y|^2}}},$$

то выражение (16) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \overline{|e_x|^2} &= \overline{|e_x|^2} + \overline{|e_y|^2} + (\gamma_{xy} + \gamma_{xy}^*) \sqrt{\overline{|e_x|^2} \overline{|e_y|^2}} = \\ &= \overline{|e_x|^2} + \overline{|e_y|^2} + 2\operatorname{Re} \gamma_{xy} \sqrt{\overline{|e_x|^2} \overline{|e_y|^2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Если источник сигналов имеет активное выходное сопротивление (рис. 3), то, произведя замену генератора тока i_ω эквивалентным генератором э. д. с., можно считать, что в данном случае

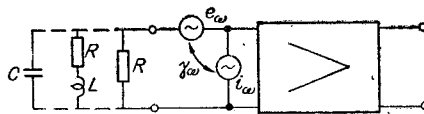


Рис. 3.

$$\overline{|e_x|^2} = \overline{e_\omega^2} = \overline{e^2}; \quad \overline{|e_y|^2} = \overline{|i_\omega|^2} R^2 = \overline{i^2} (1 + \omega^2 \tau^2) R^2;$$

$$2\operatorname{Re} \gamma_{xy} = \frac{2\gamma}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}. \quad (18)$$

Используя соотношения (14) и (18), для коэффициента шума получаем формулу

$$F = 1 + \frac{1}{4k T \Delta f} \left[\frac{\overline{e^2}}{R} + \overline{i^2} (1 + \omega^2 \tau^2) R + 2\gamma \sqrt{\overline{e^2} \overline{i^2}} \right]. \quad (19)$$

Находя минимум зависимости F от R , получаем для оптимального сопротивления источника сигналов и минимального коэффициента шума соотношения:

$$R_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\overline{e^2}}{\overline{i^2} (1 + \omega^2 \tau^2)}}; \quad (20)$$

$$F_{\text{min}} = 1 + \frac{\gamma + \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}{2k T \Delta f} \sqrt{\overline{e^2} \overline{i^2}}. \quad (21)$$

Из (19)—(21) следует, что с увеличением входной емкости увеличивается коэффициент шума и его минимальное значение и, следовательно, ухудшается отношение сигнал/шум. При этом сопротивление источника сигналов для достижения оптимума необходимо понижать. Увеличение F_{min} и уменьшение R_{opt} происходит тем сильнее, чем больше оптимальное сопротивление источника сигналов при отсутствии входной емкости. В усилителях на электронных лампах и полевых транзисторах величина R_{opt} на несколько порядков больше, чем в усилителях на биполярных транзисторах. Поэтому влияние входной емкости особенно сильно проявляется в усилителях на электронных лампах и полевых транзисторах.

В измерительной технике широко используются источники сигналов не только с активным сопротивлением, но и с индуктивным или емкостным. Рассмотрим случай, когда источник сигналов имеет индуктивный характер выходного сопротивления. При этом можно считать, что

$$\overline{|e_x|^2} = \overline{|e_\omega|^2} = \overline{e^2}; \quad \overline{|e_y|^2} = \overline{|i_\omega|^2} (R^2 + \omega^2 L^2);$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(e_x e_y^*) &= \operatorname{Re}[\overline{e i_\omega (R + j \omega L)}] = \operatorname{Re}(e i_\omega R + j \omega L e i_\omega) = \\ &= \operatorname{Re}[\gamma_\omega \sqrt{\overline{e^2 |i_\omega|^2}} R] - \operatorname{Im}[\gamma_\omega \omega L \sqrt{\overline{e^2 |i_\omega|^2}}] = \\ &= \sqrt{\overline{e^2 \bar{i}^2}} (\gamma R - \omega^2 \tau L) = \gamma \sqrt{\overline{e^2 \bar{i}^2}} R - \omega^2 L C \overline{e^2}. \end{aligned}$$

Учитывая последние равенства, для коэффициента шума получаем выражение

$$F = 1 + \frac{\overline{e_\Sigma^2}}{4k T \Delta f R} = 1 + \frac{1}{4k T \Delta f} \left[\frac{\overline{e^2} (1 - \omega^2 L C)}{R} + \overline{i_\omega^2} R (1 + \omega^2 \tau_1^2) + 2\gamma \sqrt{\overline{e^2 \bar{i}^2}} \right], \quad (22)$$

где $\tau_1 = \frac{L}{R}$. Как видно из выражения (22), при индуктивном характере сопротивления источника входная емкость может уменьшить коэффициент шума, особенно на частотах вблизи резонанса колебательного контура, образованного индуктивностью L и емкостью C .

Предположим, наконец, что источник сигналов имеет емкостное сопротивление $\frac{1}{\omega C_0}$. Так как здесь невозможно использовать понятие коэффициента шума (он равен бесконечности), то найдем непосредственно отношение сигнал/шум $\frac{\overline{e_c^2}}{\overline{e_\Sigma^2}}$. В данном случае имеем:

$$\overline{e_x^2} = \overline{e^2}; \quad \overline{e_y^2} = \overline{i_\omega^2} \frac{1}{\omega^2 C_0^2} + \frac{C^2}{C_0^2} \overline{e^2};$$

$$\operatorname{Re} \overline{e_x e_y^*} = \operatorname{Re} \left[\overline{e i_\omega \frac{1}{j \omega C_0}} \right] = \frac{1}{\omega C_0} \sqrt{\overline{e^2 |i_\omega|^2}} \operatorname{Im} \gamma_\omega = \frac{C}{C_0} \overline{e^2}$$

Величина суммарной шумовой э. д. с. равна

$$\overline{e_\Sigma^2} = \overline{e^2} \left(1 + \frac{C^2}{C_0^2} + 2 \frac{C}{C_0} \right) + \frac{\bar{i}^2}{\omega^2 C_0^2} = \overline{e^2} \left(1 + \frac{C}{C_0} \right)^2 + \frac{\bar{i}^2}{\omega^2 C_0^2} \quad (23)$$

Для отношения сигнал/шум получаем соотношение

$$\frac{\overline{e_c^2}}{\overline{e_\Sigma^2}} = \frac{\overline{e_c^2}}{\overline{e^2} \left(1 + \frac{C}{C_0} \right)^2 + \frac{\bar{i}^2}{\omega^2 C_0^2}}. \quad (24)$$

Для дальнейшего анализа предположим, что можно изменять внутреннее сопротивление источника сигнала без изменения мощности источника, например, используя трансформатор. Запишем формулу (24) еще так:

$$\frac{\overline{e_c^2}}{\overline{e_\Sigma^2}} = \frac{\overline{e_c^2} \omega C_0}{\overline{e^2} \left(1 + \frac{C}{C_0} \right)^2 \omega C_0 + \frac{\bar{i}^2}{\omega C_0}}. \quad (25)$$

Так как мощность $\overline{e_c^2} \omega C_0$ по условию неизменна, то максимум $\frac{\overline{e_c^2}}{\overline{e_\Sigma^2}}$ будет достигаться при минимуме знаменателя выражения (25)

Находя этот минимум, получаем следующие формулы для оптимальной емкости и максимального отношения сигнал/шум:

$$C_{\text{opt}}^2 = \frac{\bar{i}^2}{\omega^2 \bar{e}^2} + C^2; \quad (26)$$

$$\left(\frac{\bar{e}_c^2}{\bar{e}_s^2} \right)_{\text{max}} = \frac{\bar{e}_c^2}{\bar{e}^2 \left(1 + \sqrt{\frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}} \right)^2 + \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}} \quad (27)$$

Из выражений (26), (27) видно, что с увеличением входной емкости уменьшается отношение сигнал/шум, а величина оптимальной емкости источника сигналов понижается. Как и в двух предыдущих случаях, здесь также можно сделать вывод о том, что влияние входной емкости более выражено в усилителях на электронных лампах и полевых транзисторах по сравнению с усилителями на биполярных транзисторах.

Таким образом, предложенный метод и полученные соотношения позволяют учитывать влияние входной емкости как на шумовые параметры усилителей на различных элементах, так и на отношение сигнал/шум измерительного устройства в целом при различном характере сопротивления источника сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Сифоров. Радиоприемные устройства. М., Воениздат, 1954.
2. H. Rothe, W. Dahlke. Theorie rauschender Vierpole.— AEU, 1955, № 9.
3. Л. Д. Гик, А. Г. Козачок, В. М. Кунов, Ю. А. Щепеткин. Высокочувствительные измерительные усилители. Новосибирск, «Наука», 1970.
4. Е. П. Дементьев. Элементы общей теории и расчета шумящих линейных цепей. М.—Л., Госэнергониздат, 1963.
5. Ф. Ланге. Корреляционная электроника. Л., Судпромгиз, 1963.

Поступила в редакцию
3 июля 1970 г.