

Ю. В. ТРОИЦКИЙ
(Новосибирск)

РАСЧЕТ ОДНОЧАСТОТНОГО ГАЗОВОГО ЛАЗЕРА С СЕЛЕКЦИЕЙ МОД ПО ДОБРОТНОСТИ

Использование оптических резонаторов с дискриминацией видов колебаний по добротности позволяет надежно получать одночастотный режим в лазерах большой длины с неоднородно-уширенной линией. Существующие методы селекции мод дают возможность осуществить сколь угодно большую «остроту» селекции, т. е. степень подавления нежелательных мод, расположенных рядом с выделяемой. Это позволяет получать одночастотную генерацию даже в лазерах с большим коэффициентом усиления. Если же активная среда имеет малый коэффициент усиления, то применение резонатора с очень высокой остротой селекции не является обязательным и, более того, может привести к значительному ухудшению характеристик лазера. Это вызвано тем, что, во-первых, во всех существующих устройствах увеличение остроты селекции приводит к росту потерь для выделяемой моды и, следовательно, к снижению мощности одночастотной генерации; во-вторых, при чрезмерной селективности резонатора потери, вносимые селектором в выделяемую моду, очень критично зависят от длины селектора, и достаточно небольшого изменения этой длины по сравнению с оптимальным значением (например, из-за нагрева, вибрации и т. п.), чтобы вызвать заметный рост потерь и, следовательно, изменение мощности лазера (если не применена какая-либо схема стабилизации).

Целью настоящей статьи является нахождение метода расчета остроты селекции мод лазерного резонатора, которая при заданных параметрах активной среды была бы достаточна для обеспечения одночастотной генерации. Постановка задачи заключается в следующем. В активной среде лазера установилось сильное монохроматическое поле на частоте ω_0 , соответствующей виду колебаний с минимальными потерями. Условие отсутствия колебаний на других частотах состоит в том, что коэффициент усиления малого сигнала на любой частоте ω в пределах спектральной линии должен быть меньше потерь резонатора на этой же частоте. Начальные условия, обеспечивающие установление сильного монохроматического поля, здесь не рассматриваются. Задача устойчивости монохроматического режима рассмотрена в [1] для случая неоднородного уширения и малой интенсивности поля.

Для пояснения на рис. 1 показан примерный ход усиления малого сигнала $\alpha_{\mu}(\omega)$ в присутствии сильного поля на частоте атомного резонанса $\omega_0 = \omega_{ml}$ (кривая 1). С увеличением частотной расстройки

$\omega - \omega_0$ слабого и сильного сигналов коэффициент усиления α_μ возрастает, а затем начинает снова падать к краям доплеровской линии. Здесь же кривая 2 показывает типичную зависимость от частоты потерь $a(\omega)$ в резонаторе с селекцией мод. Если кривая 2 повсюду проходит выше кривой 1, монохроматический режим будет устойчив. Для решения задачи необходимо найти зависимости $\alpha_\mu(\omega)$ и $a(\omega)$, разложить их в степенные ряды вокруг частоты сильного поля и сравнить коэффициенты при членах, квадратичных относительно $(\omega - \omega_0)$.

Мы будем рассматривать только случай, когда частота сильного поля совпадает с атомной частотой ω_{mn} . Это значительно упрощает окончательные формулы и оправдывается тем, что получение одночастотного режима в центре линии обычно представляет интерес для стабилизации частоты по лэмбову провалу.

Коэффициент усиления малого сигнала в присутствии сильного поля. Для нахождения $\alpha_\mu(\omega)$ использовались следующие предположения:

- 1) лазер имеет небольшой коэффициент усиления на длине разрядной трубки: $\alpha_\mu \ll 1$;
- 2) поперечная неоднородность поля и активной среды не учитывается: слабое и сильное поля представляют собой плоские волны;
- 3) коэффициент усиления малого сигнала определяется только рас пределением разности заселенностей $\rho_{mm}(\vec{v}) - \rho_{nn}(\vec{v})$ рабочих уровней m и n по скоростям в сильном монохроматическом поле;
- 4) не учитывается влияние продольной пространственной неоднородности насыщения, связанной с характером стоячей волны;
- 5) релаксация рабочих уровней вызвана как спонтанным испусканием, так и столкновениями. При этом рассматриваются лишь столкновения двух типов: сильные столкновения, вызывающие значительные изменения скорости возбужденных атомов (сюда же относится резонансный обмен возбуждением [2] и эффект реабсорбции излучения), и слабые (по скоростям) столкновения, вызывающие сбой фазы волновой функции или тушение.

Для решения задачи может быть использована формула [3]

$$\rho_{mm}(\vec{v}) - \rho_{nn}(\vec{v}) = \frac{N W(\vec{v})}{1 + \sqrt{\pi} \frac{\tau_2}{\tau_1} \left(\frac{\gamma + v}{k v} \right) \frac{x}{\sqrt{1+x}} U\left(0, \frac{\gamma + v}{k v} \sqrt{1+x}\right)} \times \left[1 - \frac{x(\gamma + v)^2}{(\vec{k} \vec{v})^2 + (\gamma + v)^2(1+x)} \right]. \quad (1)$$

Здесь N — ненасыщенная разность заселенностей уровней m и n ; $W(\vec{v}) = (\sqrt{\pi} v)^{-3} \exp(-\vec{v}^2/v^2)$; γ — постоянная распада недиагонального элемента матрицы плотности без учета сильных столкновений; v — частота сильных столкновений; τ_1 — сумма средних времен жизни атома на верхнем и нижнем уровнях до первого сильного столкновения; τ_2 —

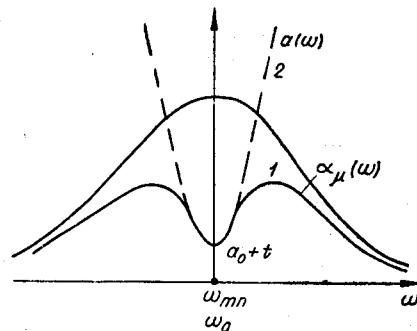


Рис. 1. Схема расчета оптического селектора:

кривая 1 — зависимость коэффициента усиления малого сигнала $\alpha_\mu(\omega)$ от частоты; кривая 2 — зависимость потерь от частоты $a(\omega)$.

сумма времен жизни на верхнем и нижнем уровнях после первого сильного столкновения; $\kappa = \frac{2\omega}{\omega_0}$, где ω — интенсивность каждой из бегущих волн, составляющих стоячую волну сильного поля, а ω_0 — параметр

от комплексного аргумента $z = x + iy$, протабулированной в [4]. Формула (1) получена в предположении отсутствия фазовой памяти при столкновениях. Она выведена для сильного поля в виде бегущей волны, но справедлива, если пренебречь пространственной неоднородностью насыщения, и для стоячей волны, частота которой совпадает с центром линии. При этом считается, что интенсивности противоположно бегущих волн складываются, в связи с чем появляется коэффициент 2 перед ω .

Коэффициент усиления α_μ малого сигнала частоты ω пропорционален величине

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho_{mm}(\vec{v}) - \rho_{nn}(\vec{v})}{(\omega - \omega_{mn} - k\vec{v})^2 + (\gamma + \nu)^2} d\vec{v}.$$

Подставляя сюда (1) и выполняя интегрирование по скоростям, получаем

$$\begin{aligned} \alpha_\mu = & \frac{\alpha_0}{U(0, \Gamma)} \left[1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{\sqrt{\pi} \kappa \Gamma}{\sqrt{1 + \kappa}} U(0, \Gamma \sqrt{1 + \kappa}) \right]^{-1} \times \\ & \times \left\{ U(\Omega, \Gamma) - \frac{\kappa \Gamma^2}{(\Omega^2 + \kappa \Gamma^2)^2 + 4 \Omega^2 \Gamma^2} \left[\frac{\Omega^2 - \kappa \Gamma^2}{\sqrt{1 + \kappa}} U(0, \Gamma \sqrt{1 + \kappa}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (\Omega^2 + \kappa \Gamma^2) U(\Omega, \Gamma) + 2 \Omega \Gamma V(\Omega, \Gamma) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Коэффициент пропорциональности α_0 равен коэффициенту усиления малого сигнала в центре линии в отсутствие сильного поля (т. е. $\kappa = 0$); $\Gamma = (\gamma + \nu)/k\bar{v}$; $\Omega = (\omega - \omega_{mn})/k\bar{v}$. Функция $V(x, y)$ является мнимой частью функции (2). Мы считаем, что α_0 и α_μ относятся к усилению на один проход. В точке $\Omega = 0$ коэффициент усиления, согласно условию генерации, должен быть равен полному уходу энергии из резонатора $(\alpha_\mu)_{\Omega=0} = a_0 + t$, где a_0 — уход энергии за счет потерь в резонаторе при $\Omega = 0$, а t — за счет пропускания зеркал.

Из (3) при $\Omega = 0$ имеем

$$\begin{aligned} a_0 + t = & \frac{\alpha_0}{U(0, \Gamma)} \left[1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{\sqrt{\pi} \kappa \Gamma}{\sqrt{1 + \kappa}} U(0, \Gamma \sqrt{1 + \kappa}) \right]^{-1} \times \\ & \times \frac{U(0, \Gamma \sqrt{1 + \kappa})}{\sqrt{1 + \kappa}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Находя из (4) выражение для α_0 и подставляя его в (3), получаем

$$\alpha_{\mu} = (a_0 + t) \frac{\sqrt{1+z}}{U(0, \Gamma\sqrt{1+z})} \left\{ U(\Omega, \Gamma) - \frac{x \Gamma^2}{(\Omega^2 + x \Gamma^2)^2 + 4 \Omega^2 \Gamma^2} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{\Omega^2 - x \Gamma^2}{\sqrt{1+z}} U(0, \Gamma\sqrt{1+z}) + (\Omega^2 + x \Gamma^2) U(\Omega, \Gamma) + 2 \Omega \Gamma V(\Omega, \Gamma) \right] \right\}. \quad (5)$$

Эта формула дает искомую зависимость коэффициента усиления малого сигнала от частоты. При этом рабочий переход характеризуется двумя величинами — относительным однородным уширением Γ и параметром насыщения ω_0 . Характеристика относительной роли сильных столкновений τ_2/τ_1 в (5) непосредственно не входит, хотя такие столкновения учитываются в ω_0 и Γ . Однако если интенсивность ω сильного поля неизвестна и мы захотим ее найти по известным потерям в резонаторе и ненасыщенному усилению, то для этого придется воспользоваться выражением (4), в которое параметр τ_2/τ_1 входит. Формула (4) в предельном случае отсутствия сильных столкновений совпадает с известным выражением (6) в [5], а в случае $\Gamma\sqrt{1+z} \ll 1$ аналогична формуле (17) в [6].

На рис. 2 приведены зависимости $\alpha_{\mu}/(a_0 + t)$ от частоты $\Omega = \frac{\omega - \omega_{mn}}{k v}$, построенные по формуле (5) при $\Gamma=0,1$ для различных значений $x=2 \omega/\omega_0$. При параметрах, типичных для газовых лазеров, существуют обширные области частот, где $\alpha_{\mu} > a_0 + t$, и в отсутствие селективных потерь возможна генерация на других видах колебаний. На рис. 2 штриховой линией показана также зависимость, полученная из более простой формулы (12.5) в [1] для $\Gamma=0,1$, $[\alpha_0/(a_0+t)]=3,66$ (предположение чисто неоднородного уширения, причем в соответствии со сказанным ранее интерференционные члены в (12.5) не приняты во внимание). Как видно из сравнения этой зависимости с кривой $x=8$, для которой превышение над порогом при $\tau_2=0$ также равно 3,66, приближенная кривая служит хорошей аппроксимацией, хотя дает несколько меньшую крутизну роста усиления вблизи $\Omega=0$.

Для нахождения условия устойчивости одночастотного режима при наличии селективных потерь разлагаем усиление слабого сигнала (5) в ряд по степеням Ω вокруг точки $\Omega=0$. При этом может быть использовано разложение функции $U+iV$ в степенной ряд, приведенное в [4]. Ограничиваясь членами, содержащими Ω^2 , получаем

$$\alpha_{\mu} = (a_0 + t) [1 + \Omega^2 A(x, \Gamma)], \quad (6)$$

где

$$A(x, \Gamma) = \left(\frac{1}{x \Gamma^2} + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2 \Gamma^2} \right) \frac{\sqrt{1+z} U(0, \Gamma)}{U(0, \Gamma\sqrt{1+z})} - \\ - \frac{4}{\sqrt{\pi} x \Gamma} \frac{\sqrt{1+z}}{U(0, \Gamma\sqrt{1+z})} - \frac{3}{x \Gamma^2} - \frac{4}{x^2 \Gamma^2}. \quad (7)$$

Величина $\Gamma^2 A$ построена на рис. 3 как функция x для семи значений Γ . Как видно из рис. 3, усиление малого сигнала имеет минимальную величину при небольших интенсивностях x , возрастает с ростом x , достига-

ет максимума, а затем начинает спадать. Таким образом, для каждого значения Γ существует область интенсивностей, при которых селекция наиболее трудна (например, $\kappa \approx 9$ для $\Gamma = 0,02$). Положение максимума сдвигается в сторону больших интенсивностей при росте Γ . В эту же сторону смещается и точка $A(\kappa, \Gamma) = 0$. Так, если $\Gamma = 0,5$, то при $\kappa < 3A < 0$, т. е. усиление малого сигнала меньше потерь, и генерации на других модах не будет даже в отсутствие селектора. Если $\Gamma > 0,65$, то во всем рассматриваемом диапазоне интенсивности $A < 0$. Второй нуль функции

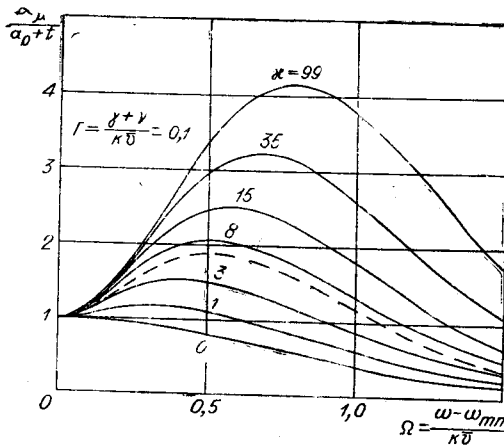


Рис. 2. Зависимость коэффициента усиления α_p малого сигнала в присутствии сильного поля от частотной расстройки $\omega - \omega_{mn}$, где ω_{mn} — частота атомного резонанса, совпадающая с частотой сильного поля. Отношение однородного и неоднородного уширения принято равным $\Gamma = 0,1$; $\alpha_0 + t$ — полные потери на один проход для сильного поля; $\kappa = \frac{2\omega}{\omega_0}$ — нормированная интенсивность сильного поля.

$A(\kappa, \Gamma)$, если он существует, имеет место при таких больших интенсивностях, которые обычно не реализуются (если иметь в виду лазеры с малым коэффициентом усиления).

Усиление малого сигнала очень резко зависит от степени однородности уширения, что видно из того, что произведения $\Gamma^2 A$ на рис. 3 имеют одинаковый порядок.

Расчет оптимального селектора. Для известных в настоящее время селективных резонаторов зависимость потерь a на один проход от частоты ω вблизи выделяемой моды можно представить в виде [7]

$$a = a_0 + t + \frac{F_0}{2} \left(\frac{\omega - \omega_{mn}}{c} l_c \right)^2. \quad (8)$$

Коэффициент F_0 является количественной характеристикой «остроты» селекции.

Это выражение справедливо при $\frac{\omega - \omega_{mn}}{c} l_c \ll 1$. Считается, что селектор настроен так, что вносит минимальные потери на частоте сильного поля $\omega_0 = \omega_{mn}$; l_c — длина селектора.

Условием устойчивости монохроматического режима является $\alpha_p < a$ для любой частоты в пределах линии. Ограничиваясь квадратичным приближением, из (6) и (8) получаем

$$(a_0 + t) A(\kappa, \Gamma) < \frac{F_0}{2} \left(\frac{\kappa \bar{\nu} l_c}{c} \right)^2. \quad (9)$$

Это искомое выражение, дающее возможность подобрать оптимальный селектор. Из (9) видно, что острота селекции должна расти с увеличением начальных потерь в резонаторе и с уменьшением доплеровской ширины (последнее при $\Gamma = \text{const}$, т. е. при неизменном отношении однородного и неоднородного уширения).

В случае сравнительно интенсивного поля генерирующей моды формула (9) может быть упрощена: в ней можно положить $A(\kappa, \Gamma) = 0,175/\Gamma^2$; как видно из хода кривых рис. 3, при этом обеспечивается

одночастотный режим для всех значений x , не превышающих 100. Тогда вместо (9) можно записать

$$\frac{F_0}{a_0 + t} > 0,35 \left[\frac{c}{x(\gamma + \nu) l_c} \right]^2. \quad (10)$$

В это выражение входит лишь однородная ширина линии $\gamma + \nu$. Коэффициент F_0 , входящий в (9) и (10), для нескольких наиболее известных типов селекторов может быть найден из рис. 1 в [7]. Он численно равен введенной в [7] мере остроты селекции F , если длина селектора l_c значительно меньше полной длины резонатора. Полные потери $a_0 + t$ можно найти обычными методами, причем для вычисления составляющей потерь, связанной с поглощением в селекторе, также могут быть использованы формулы, приведенные в [7].

Заключение. Полученное условие превышения потерь селективного резонатора над усилением малого сигнала при наличии сильного поля в центре линии позволяет рассчитать параметры селектора, обеспечивающего одночастотный режим газового лазера, в том числе при произвольном отношении однородного и неоднородного уширения линии и при большом превышении усиления над порогом.

Расчет произведен при ряде существенных упрощений. Это относится, во-первых, к нахождению разности заселенностей в присутствии сильного поля в центре линии при помощи формулы, относящейся к бегущей волне, без учета продольной неоднородности поля стоячей волны. Кроме того, не принято во внимание, что поле гауссова пучка зависит от расстояния до его оси. Такая идеализация в какой-то мере оправдывается результатами эксперимента [5], в котором обнаружено хорошее выполнение формулы (4) при $\tau_2 = 0$ для гелий-неонового лазера. Это свидетельствует о том, что и продольная, и поперечная неоднородности усредняются.

Пространственная неоднородность не учитывается и при расчете x_p . Еще более грубым выглядит предположение о том, что коэффициент усиления малого сигнала определяется лишь средним по времени значением разности заселенностей в данном частотном интервале и не учитываются нелинейные интерференционные эффекты при взаимодействии полей двух частот. Аналогичные же допущения делаются и в ряде других работ, посвященных взаимодействию мод, например в [8]. Более строгое рассмотрение условий появления второй моды возможно на основании формул Лэмба для двухмодового режима, например, в том виде,

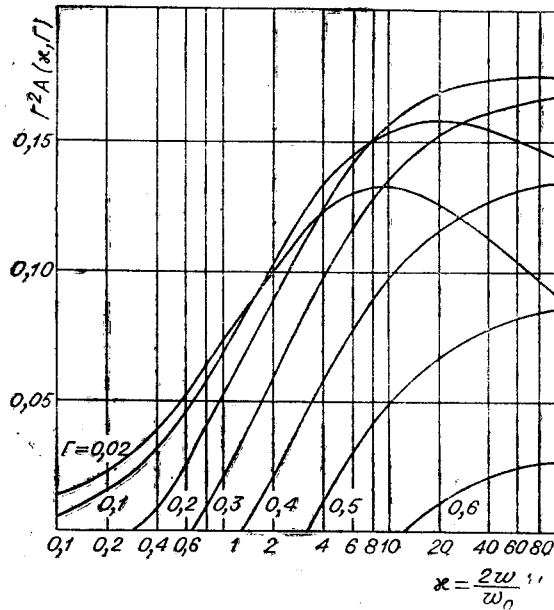


Рис. 3. Коэффициент при квадратичном члене в разложении усиления малого сигнала по степеням частотной расстройки в зависимости от интенсивности сильного поля при различных соотношениях между однородным и доплеровским уширением.

как они приведены в [9], где учтены столкновения. Однако эти формулы справедливы лишь для очень малых превышений над порогом, которые практически редко используются.

Сказанное выше свидетельствует о крайней желательности экспериментальной проверки полученных формул. Эта проверка может заключаться, например, в нахождении χ , соответствующего появлению второй моды при различных значениях Γ , F_0 и l_c .

Автор выражает искреннюю благодарность С. И. Морцевой за проведение вычислений на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Раутиан. Некоторые вопросы теории газовых квантовых генераторов.— Труды ФИАН, т. 43. М., 1968.
2. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович. Резонансный обмен возбуждениями при столкновении атомов.— Нелинейная оптика. Труды Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике. Новосибирск, «Наука», 1968.
3. А. П. Кольченко, С. Г. Раутиан. Взаимодействие атома с монохроматическим полем в модели сильных столкновений.— ЖЭТФ, 1968, т. 54, вып. 3.
4. В. И. Фаддеева, И. М. Терентьев. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. М., Гостехиздат, 1954.
5. P. W. Smith. The Output Power of a 6328—A He—Ne Gas Laser.— IEEE Jour. of Quant. Electronics, 1966, v. 2, № 3.
6. Н. И. Кабаев. Контур провала по мощности в газовом ОКГ при наличии упругих столкновений.— ЖПС, 1969, т. 10, вып. 5.
7. Ю. В. Троицкий. Сравнение методов селекции продольных мод оптического резонатора.— ЖПС, 1970, т. 12, вып. 3.
8. A. Bambini, P. Burlamacchi. Analysis of Gain Interaction in a Multimode Gas Laser.— Jour. Appl. Phys., 1969, v. 40, № 11.
9. R. L. Fork, M. A. Pollack. Mode Competition and Collision Effects in Gaseous Optical Masers.— Phys. Rev., 1965, v. 139, № 5A.

*Поступила в редакцию
17 августа 1970 г.*