

Тогда относительную погрешность корреляционной функции запишем следующим образом:

$$\gamma_R = \frac{R_x(k) - R_y(k)}{R_x(k)} = \frac{\omega_0^2 - \omega_\Phi \omega_0}{\omega_0^2 - \omega_\Phi^2} e^{-(\omega_\Phi - \omega_0)k}$$

При $\frac{\omega_0}{\omega_\Phi} \ll 1$

$$\gamma_R \cong \frac{\omega_0^2}{\omega_\Phi^2} + \frac{\omega_0}{\omega_\Phi} e^{-k(\omega_\Phi - \omega_0)}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Алексеев, А. Н. Касперович, Н. В. Литвинов. Динамическая погрешность аналого-цифрового преобразователя с устройством фиксации уровня измеряемого напряжения.— *Автоматика*, 1966, № 5.
2. В. А. Алексеев. Об измерительной цепи быстродействующего АЦП.— В сб. «Методы и средства аналого-цифрового преобразования». Труды семинара, вып. 1. Новосибирск, «Наука», 1969.
3. Хакимовлу, Кальвин. Аналого-цифровой анализатор формы видеопульсов с темпом выборки 10^7 ординат/сек.— *Электроника*, 1961, № 6.
4. А. А. Харкевич. Спектры и анализ. М., Физматгиз, 1962.

Поступило в редакцию
8 января 1971 г.

УДК 621.317.33

А. В. ШКУЛИПА
(Одесса)

СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОДНОРОДНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ RC-ЦЕПЕЙ

В настоящее время в связи с развитием направления микроинтегральной электронной аппаратуры большое внимание уделяется разработке, расчету и конструированию RC-цепей с распределенными параметрами [1—3]. В связи с этим возникла необходимость измерения параметров этих цепей.

Распределенная RC-цепь характеризуется суммарной емкостью C и суммарным сопротивлением R или электрической постоянной времени $\tau = RC$.

Цель настоящего сообщения — обосновать способ измерения указанных параметров распределенной RC-цепи путем превращения ее в нулевую цепь [4].

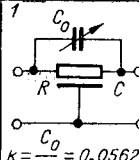
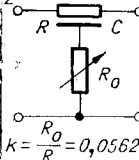
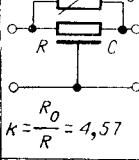
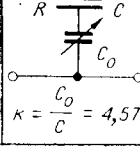
Нулевую цепь можно образовать подключением параллельно или последовательно к RC-цепи четырехполюсника, образованного из сопротивления или емкости. Таким путем получают четыре схемы, приведенные в таблице. Первая и третья схемы состоят из параллельного соединения RC-цепи и образцовой цепи, вторая и четвертая — из последовательного соединения этих же цепей.

Рассмотрим первую схему из таблицы, изображенную на рисунке в виде параллельного соединения двух четырехполюсников. Условия равновесия такой схемы будут следующими [5]:

$$y_{21} = y_{21}^1 + y_{21}^2 = 0, \quad (1)$$

где y_{21}^1 — параметр четырехполюсника 1, а y_{21}^2 — параметр четырехполюсника 2 (см. рисунок). Подставив в (1) значения y -параметров, выраженные через соответствующие элементы схемы, получим

$$j\omega C_0 + \frac{1}{Z_C \operatorname{sh} \gamma l} = 0, \quad (2)$$

Схема	Матрица	θ_0	C	R	τ	S
 $\kappa = \frac{C_0}{C} = 0,0562$	$y = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_c} \operatorname{cth} \gamma l + j\omega C_0 & -\frac{1}{z_c \operatorname{sh} \gamma l} - j\omega C_0 \\ -\frac{1}{z_c \operatorname{sh} \gamma l} - j\omega C_0 & \frac{1}{z_c} \operatorname{cth} \gamma l + j\omega C_0 \end{bmatrix}$	2,365	$17,8 C_0$	$\frac{1}{10 C_0 f_0}$	$\frac{1,78}{f_0}$	0,165
 $\kappa = \frac{R_0}{R} = 0,0562$	$z = \begin{bmatrix} z_c \operatorname{cth} \gamma l + R_0 & \frac{z_c}{\operatorname{sh} \gamma l} + R_0 \\ \frac{z_c}{\operatorname{sh} \gamma l} + R_0 & z_c \operatorname{cth} \gamma l + R_0 \end{bmatrix}$	2,365	$\frac{1}{10 R_0 f_0}$	$17,8 R_0$	$\frac{1,78}{f_0}$	0,165
 $\kappa = \frac{R_0}{R} = 4,57$	$y = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_c} \operatorname{cth} \gamma l + \frac{1}{R_0} & -\frac{1}{z_c \operatorname{sh} \gamma l} - \frac{1}{R_0} \\ -\frac{1}{z_c \operatorname{sh} \gamma l} - \frac{1}{R_0} & \frac{1}{z_c} \operatorname{cth} \gamma l + \frac{1}{R_0} \end{bmatrix}$	3,9266	$\frac{22,43}{R_0 f_0}$	$\frac{R_0}{4,57}$	$\frac{4,91}{f_0}$	0,038
 $\kappa = \frac{C_0}{C} = 4,57$	$z = \begin{bmatrix} z_c \operatorname{cth} \gamma l + \frac{1}{j\omega C_0} & \frac{z_c}{\operatorname{sh} \gamma l} + \frac{1}{j\omega C_0} \\ \frac{z_c}{\operatorname{sh} \gamma l} + \frac{1}{j\omega C_0} & z_c \operatorname{cth} \gamma l + \frac{1}{j\omega C_0} \end{bmatrix}$	3,9266	$\frac{C_0}{4,57}$	$\frac{22,43}{C_0 f_0}$	$\frac{4,91}{f_0}$	0,038

где $Z_c = \sqrt{\frac{R}{j\omega C}}$ — характеристическое сопротивление, а $\gamma l = \sqrt{j\omega RC}$ — постоянная распространения RC-цепи. Введя обозначения $\theta = \sqrt{\frac{\omega}{2} RC}$, уравнение (2) можно представить в виде

$$C + (1+j)\theta C_0 \cdot \operatorname{sh}(\theta + j\theta) = 0. \quad (3)$$

Выделив в уравнении (3) вещественную и мнимую части, найдем два уравнения, которым удовлетворяет множество значений θ ; наименьшее из них

$$\theta = \theta_0 = 2,365. \quad (4)$$

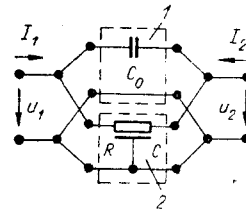
Данному значению θ_0 соответствует соотношение

$$\frac{C_0}{C} = k = 0,0562. \quad (5)$$

Отсюда получим следующие формулы для определения R, C и τ :

$$R = \frac{1}{10 C_0 f_0}; \quad C = 17,8 C_0; \quad \tau = \frac{1,78}{f_0}. \quad (6)$$

Измерение по схеме 1 таблицы производится следующим образом. Присоединив к входу цепи генератор, а к выходу — индикатор, изменяем поочередно частоту генератора и величину образцової емкости до тех пор, пока не получим нулевое отклонение индикатора, причем частоту изменяем, начиная от 0. В формулах (6) C_0 — величина образцової емкости при первой частоте баланса f_0 .



Изложенным выше способом можем найти формулы для определения искомых параметров RC-цепи и при измерениях по схеме 3 (см. таблицу). Для схем 2 и 4 необходимо использовать условие равновесия, выраженное через z-параметры

$$z_{21} = z_{21}^1 + z_{21}^2 = 0.$$

Сводка матриц схем и выражений для искомых параметров дана в столбцах 2—6 таблицы.

Определим приведенную относительную чувствительность предлагаемых нулевых схем, выражаемую формулой

$$S = \frac{\Delta u_2}{\Delta x} \frac{x}{u_1} = \frac{\Delta T_u}{\Delta x} x,$$

где Δu_2 — изменение напряжения на выходе схемы, вызванное изменением сопротивления Δx , а ΔT_u — соответствующее приращение коэффициента передачи цепи по напряжению. Для $x=C_0$ данное соотношение можно переписать в виде

$$S^{C_0} = \frac{\Delta T_u}{\Delta C_0} C_0, \quad (7)$$

где ΔC_0 — приращение настраиваемого элемента C_0 .

Коэффициент передачи цепи по напряжению T_u для схемы 1 рисунка определяется из выражения

$$T_u = - \frac{y_{21}}{y_{22}}. \quad (8)$$

Учитывая в (8) параметры второго столбца таблицы и производя некоторые преобразования, получим

$$T_u = - \frac{(k^2a + kb + d) + j(ke - l)}{k^2a + kf + g}, \quad (9)$$

где

$$a = 2\theta^2(\text{sh}^2\theta + \sin^2\theta); \quad b = \theta(\text{sh}\theta - \sin\theta)(\text{ch}\theta + \cos\theta);$$

$$d = \text{ch}\theta \cos\theta; \quad k = \frac{C_0}{C}; \quad e = \theta(\text{sh}\theta - \sin\theta)(\text{ch}\theta - \cos\theta);$$

$$l = \text{sh}\theta \sin\theta; \quad f = (\text{sh}2\theta - \sin2\theta); \quad g = (\text{sh}^2\theta + \cos^2\theta).$$

Приращение коэффициента передачи цепи ΔT_u , вызванное изменением настраиваемой емкости C_0 до $(C_0 + \Delta C_0)$, определяется из (9) путем подстановки $(C_0 + \Delta C_0)$ вместо C_0 и некоторых преобразований. Подставив указанное ΔT_u в (7), определим выражение для искомой чувствительности

$$S^{C_0} = \frac{k[(2ka + b) + je]}{k^2a + kf + g}. \quad (10)$$

Используя постоянные соотношения (4) и (5), окончательно найдем $S^{C_0} = 0,165$. Аналогично определена чувствительность и остальных схем.

Результаты сведены в столбце 7 таблицы. Как видим, чувствительность схем 1 и 2 в четыре раза превышает чувствительность схем 3 и 4.

В заключение автор считает своим долгом поблагодарить д-ра техн. наук проф. Э. В. Зеляха за ценные замечания, которые способствовали улучшению данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Ф. Мацевич. Исследование RC-цепей с распределенными параметрами. Автореферат канд. дисс. Одесса, ОЭИС, 1965.
2. Paul M. Chirlion. Integrated and active network analysis and synthesis. By Prentice — hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1967.
3. Ghausis and Kelly. Introduction to distributed parameter networks with application to integrated circuits. Holt, Rinehart and Winston, 1968.

4. А. В. Шкулипа Способ измерения суммарной емкости. Авторское свидетельство № 253923.— ОИПОТЗ, 1969, № 31.
 5. Э. В. Зелях. Основы теории линейных электрических схем. М., Изд-во АН СССР, 1951.

Поступило в редакцию
 4 мая 1970 г.,
 окончательный вариант —
 30 июля 1970 г.

УДК 621.317.42+621.3.018.783.3

Н. С. БАБЕНКО
 (Новосибирск)

О ЧАСТОТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ Э. Д. С. ХОЛЛА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ПЕРЕМЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

В настоящее время датчики Холла нашли широкое применение при физическом эксперименте и в измерительной технике [1—3] в качестве преобразователей, в том числе для измерения переменных магнитных полей. Нагрев датчика вихревыми токами и искажения магнитного поля в нем увеличивают погрешность измерений и этим ограничивают частотный и амплитудный диапазоны измеряемых магнитных полей. В связи с этим актуален вопрос оценки частотной зависимости э. д. с. Холла датчика.

1. Авторами [4] приведено выражение для э. д. с. Холла датчика в однородном гармоническом магнитном поле при ферромагнитном окружении

$$U_x = \frac{R}{d} I B_0 \operatorname{ch} \left(\frac{1+i}{2\delta} b \right) e^{i\omega t}. \quad (1)$$

где R — постоянная Холла; d — толщина датчика; I — ток питания датчика; B_0 — амплитуда измеряемого магнитного поля; b — ширина датчика; δ — толщина скин-слоя; ω — частота измеряемого поля. Экспериментально не удалось получить удовлетворительного подтверждения выражения (1) [4, 5], которое выведено при условии постоянства результирующего магнитного поля по толщине датчика, что справедливо при высоте зазора, равной толщине датчика. Обычно высота зазора существенно больше, поэтому представляет интерес решение задачи о влиянии частоты поля на э. д. с. Холла для датчика без ферромагнитного окружения.

Точный расчет распределения магнитного поля в прямоугольной пластинке для рассматриваемого случая является задачей весьма сложной. Проведем приближенное решение этой задачи для низких частот. Пусть датчик представляет собой бесконечно длинную пластинку шириной $2b$ и толщиной h (см. рисунок); σ — удельная проводимость материала датчика; μ_0 — магнитная проницаемость. Измеряемое магнитное поле $\dot{B}_0 = B_m e^{i\omega t}$ направлено по оси y . Из условия симметрии следует, что $\partial/\partial z = 0$, $E_y = E_x = 0$, а на основании неравенства $h \ll \delta$ можно принять $\frac{\partial \bar{E}}{\partial y} = 0$ и считать, что вихревые токи создаются только внешним магнитным полем \dot{B}_0 . Считая поле квазистационарным, в соответствии со вторым уравнением Максвелла $\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \dot{B}}{\partial t}$ можно записать $-\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} = i\omega \dot{B}_0$. Отсюда следует, что $\dot{E}_z = -i\omega \dot{B}_0 x$, а плотность

