

УДК 621.391.2

Е. С. НЕЖЕВЕНКО

(Новосибирск)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ БЛИЗОСТИ ФУНКЦИЙ В КОГЕРЕНТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ

В практике научного эксперимента часто приходится сравнивать экспериментальные результаты с теоретическими, расчетными или полученными ранее экспериментальными данными, представленными в виде изображений. В таком виде можно записывать как непрерывные физические процессы (радиолокационные импульсы, спектры поглощения веществ, отклики систем на стандартные воздействия), так и конечные множества числовых значений параметров этих процессов (в виде графиков, по одной оси которых отложены порядковые номера параметров, а по другой — их числовые значения).

Операцию сравнения можно интерпретировать как определение близости функций в конечномерном или бесконечномерном функциональном пространстве с заданной метрикой. При автоматизации этой операции большой интерес представляют когерентные оптические вычислительные устройства (КОВУ), основанные на принципе оптической пространственной фильтрации [1] и позволяющие производить сравнение в весьма короткие промежутки времени. Сложилось представление, что такие устройства предназначены для вычисления лишь коэффициента корреляции функций, которым пропорционально амплитудное пропускание транспарантов. Менее известно, однако, что КОВУ могут быть эффективно использованы для вычисления близости функций и по другим критериям. Ниже показано, что, комбинируя способ задания одномерных функций в виде изображений с обработкой световых сигналов в выходной и частотной плоскостях КОВУ, можно вычислять их близость по всем практически важным критериям — среднеквадратичному, среднемодульному, равномерному. При этом основные преимущества таких устройств сохраняются, поскольку упомянутая обработка сводится к пропусканию световой волны через дополнительный фильтр-маску. Определение амплитудного пропускания масок, обеспечивающих вычисление близости по заданным критериям, и является целью настоящей работы. Отметим, что аналогичная задача автором уже рассматривалась в [2], однако она была решена для узкого класса функций (кривые с мало отличающимися по модулю производными) и для небольшого числа критериев. В отличие от [2] здесь функции должны быть лишь ограниченными и дифференцируемыми почти всюду; кроме того, расширен класс критериев, на которые распространяется предлагаемый метод.

При определении близости функций в КОВУ возникает вопрос о форме представления их в виде изображений. Ниже всюду используются двухградационные изображения, поскольку: а) их можно изготовить в соответствии с заданной функцией точнее, чем полутоновые (исключается влияние нелинейной характеристики регистрирующей среды); б) шумы, возникающие из-за зернистости фотоматериалов, в двухградационных изображениях меньше, чем в полутоновых; в) фильтры, используемые в КОВУ, легче изготовить более качественными для двухградационных изображений, чем для полутоновых. В соответствии со сказанным рассмотрим различные способы задания одномерных функций.

I. Контурные изображения. Под ними будем понимать либо изображения с амплитудным пропусканием

$$A(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in G; \\ 0, & (x, y) \text{ не принадлежит } G; \end{cases} \quad \begin{array}{l} G \text{ ограничено} \\ y = f(x) - \frac{d}{2 \cos \alpha} \text{ и} \\ y = f(x) + \frac{d}{2 \cos \alpha}; \\ a \leq x \leq b; \alpha = \arctg f'(x), \end{array} \quad (1)$$

либо

$$A(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in G; \\ 0, & (x, y) \text{ не принадлежит } G; \end{cases} \quad \begin{array}{l} G \text{ ограничено} \\ y = f(x) - \frac{d}{2} \\ \text{и } y = f(x) + \frac{d}{2}; \\ a \leq x \leq b, \end{array} \quad (2)$$

причем в (1) и (2) $d \ll b - a$.

Отметим, что для изображения (1) при любом x одинаковы сечения, нормальные к кривой $f(x)$; у изображения (2) одинаковы вертикальные сечения. Если в частотной плоскости КОВУ разместить фильтр, изготовленный в соответствии с изображением $B(x, y)$, определяемым аналогично (1) или (2), но с заменой $f(x)$ на $\varphi(x)$, то распределение амплитуды световой волны в выходной плоскости (η, ξ)

$$r(\eta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) B(x - \eta, y - \xi) dx dy.$$

Задача сводится к нахождению такого $K(\eta, \xi)$, что

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(\eta, \xi) K(\eta, \xi) d\eta d\xi = P[f(x) - \varphi(x)],$$

где вид функционала $P(f, \varphi)$ определяется заданным критерием близости. Поскольку $f(x)$ и $\varphi(x)$ сравниваются при одних и тех же значениях аргумента, можно положить $K(\eta, \xi) = \delta(\eta)K(\xi)$. Тогда, принимая, что $f(x) - \varphi(x) = \varepsilon(x)$, можно получить

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_a^b \rho_0(x, \xi - \varepsilon) K(\xi) dx \right] d\xi, \quad (3)$$

где

$$\rho_0(x, \xi - \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) B(x, y - \xi + \varepsilon) dy \quad [\text{для изображения (1)}];$$

$$\rho_0(x, \xi - \varepsilon) = \rho_0(\xi - \varepsilon);$$

$$R = (b - a) \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(\xi - \varepsilon) K(\xi) d\xi = F(\varepsilon) \text{ [для изображения (2)]}. \quad (4)$$

Решение интегрального уравнения (4) для некоторых $F(\varepsilon)$ приведено в [2]. В результате получено, что для определения среднемодульной и среднеквадратичной близости функций амплитудное пропускание масок должно быть соответственно:

$$K(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum n \right) \delta(\xi - dn); \quad n = 1, 2, \dots$$

$$K(\xi) = \begin{cases} 0; & 0 \leq \xi \leq d; \\ \Sigma n; & nd < \xi \leq (n+1)d. \end{cases}$$

Процесс вычисления равномерной близости функций при решении задачи распознавания целесообразно объединить со сравнением с порогом. В противном случае понадобится сканирование светового распределения в выходной плоскости, что резко усложнит устройство и уменьшит его быстродействие.

Пусть $f(x) \in \Phi$, если $\max [f(x) - \varphi(x)] \leq t$. Тогда, установив в выходной плоскости фильтр с амплитудным пропусканием

$$K(\xi) = 1 - \text{rect}\left(\xi/t + \frac{d}{2}\right), \quad (5)$$

где

$$\text{rect}(\xi/z) = \begin{cases} 1; & |\xi| \leq z; \\ 0; & |\xi| > z, \end{cases}$$

будем иметь $f(x) \in \Phi$, если

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(\xi - \varepsilon) \left[1 - \text{rect}\left(\xi/t + \frac{d}{2}\right) \right] d\xi > 0. \quad (6)$$

Практически величину R необходимо сравнивать не с нулем, а с некоторым порогом, определяемым уровнем шума устройства. Таким образом, решение о принадлежности к классу по критерию равномерной близости выносится на основании сравнения с некоторым порогом светового потока, прошедшего через узкую щель с пропусканием, описываемым выражением (5).

При контурном изображении (1) ρ_0 зависит от x . Вводя допущение о том, что $f'(x) \approx \varphi'(x)$ и, следовательно, $\arctg f'(x) \approx \arctg \varphi'(x) \approx \alpha(x)$ и переходя в выражении (3) от переменной x к переменной α , будем иметь

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^M \int_0^{\pi} \rho_0(\alpha, \xi - \varepsilon) F_i(\alpha) K(\xi) d\xi, \quad (7)$$

где $F_i(\alpha) = \frac{dx}{d\alpha}$ при $x_i < x < x_{i+1}$; x_i — значения x , при которых $\frac{d\alpha}{dx} = 0$. Если принять допущение, что суммарное ε равномерно распределено по всем α , то

$$F_i(\alpha) = F(\alpha) t(\varepsilon), \quad (8)$$

где $F_\varepsilon(\alpha) = \sum_{i=1}^M F_i(\alpha)$, для которой $\varepsilon + \frac{\Delta\varepsilon}{2} \leq \alpha < \varepsilon - \frac{\Delta\varepsilon}{2}$, $\Delta\varepsilon \rightarrow 0$.

Учитывая, что в устройстве должен вычисляться некоторый функционал

$$\int_a^b S[f(x) - \varphi(x)] dx = \int_a^b S[\xi(x)] dx,$$

производя над этим выражением те же преобразования, что и выше, и приравняв его к (7) с учетом (8), получим интегральное уравнение

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) \int_0^{\pi} \rho(\alpha, \xi - \varepsilon) F(\alpha) d\alpha d\xi = S(\varepsilon) \int_0^{\pi} F(\alpha) d\alpha.$$

Легко заметить, что $\int_0^{\pi} F(\alpha) d\alpha$ есть $(b-a)$, а $\int_0^{\pi} \rho(\alpha, \xi - \varepsilon) F(\alpha) d\alpha = T(\xi - \varepsilon)$ — это автокорреляционная функция изображения $A(x, y)$ при смещении его по оси ξ . Таким образом, задача сводится к нахождению функции $K(\xi)$, которая удовлетворяла бы интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) T(\xi - \varepsilon) d\xi = (b-a) S(\varepsilon). \quad (9)$$

Ядро $T(\tau)$ представляет собой функцию симметричную и, как можно показать, имеет производную, не убывающую по модулю, т. е. оно имеет вид, показанный на рис. 1. Такие функции хорошо аппроксимируются суммой экспонент, поэтому уравнение (8) можно решить аналитически. Так, если $T(\xi - \varepsilon) = B e^{-\mu|\xi - \varepsilon|}$, т. е. ядро аппроксимируется одной экспонентой, то, согласно [3],

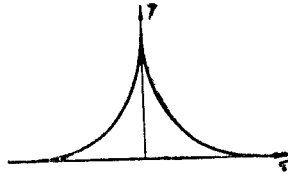


Рис. 1.

$$K(\xi) = \frac{1}{2\mu B} ([\mu S(c) - S'(-c)] \delta(\xi + c) + [\mu S(c) + S'(c)] \delta(\xi - c) + \mu^2 S(\xi) - S''(\xi)); -c \leq \varepsilon \leq c.$$

Здесь $S(\xi)$ дифференцируется так, будто она непрерывна при $\xi = \pm c$. Для среднемодульной близости $S(\varepsilon) = k|\varepsilon|$. Тогда

$$K(\xi) = \frac{\mu k}{2B} |\xi| + \frac{\mu kc + 1}{2\mu B} [\delta(\xi + c) + \delta(\xi - c)]. \quad (10)$$

Аналогично для среднеквадратичной близости $S(\varepsilon) = k\varepsilon^2$, а

$$K(\xi) = \frac{\mu k}{2B} \xi^2 - \frac{k}{\mu B} + \frac{\mu kc^2 + 2kc}{2\mu B} [\delta(\xi + c) + \delta(\xi - c)]. \quad (11)$$

Таким образом, для вычисления величин, характеризующих среднемодульную и среднеквадратичную близость, в корреляционной плоскости должны быть установлены фильтры, представляющие собой узкие щели, ориентированные по оси ξ с коэффициентом амплитудного пропускания, изменяющимся в соответствии с выражениями (10) и (11). Заметим, что в этих выражениях члены с δ -функциями при быстро затухающей $T(\tau)$ и достаточно больших c можно опустить.

II. Силуэтные изображения. Под силуэтным будем понимать изображение, амплитудное пропускание которого

$$A(x, y) = \begin{cases} 1; & (x, y) \in G; \\ 0; & (x, y) \notin G; \end{cases} \quad (12)$$

G ограничена $y=0$ и $y=f(x)$; $a \leq x \leq b$. Если фильтр изготавливается по изображению

$$B(x, y) = \begin{cases} 1; & (x, y) \in G; \\ 0; & (x, y) \notin G; \end{cases} \quad (13)$$

G ограничена $y=0$ и $y=\varphi(x)$; $a \leq x \leq b$, то после суммирования амплитуд в плоскости η, ξ с весом $K(\eta, \xi) = \delta(\eta)K(\xi)$ получим

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \int_a^b \rho(x, \xi) dx K(\xi) d\xi, \quad (14)$$

где $\rho(x, \xi) = e[\xi + \varepsilon(x)]h(\xi + \varepsilon(x))$; $h(z) = \begin{cases} 1; & z \geq 0; \\ 0; & z < 0; \end{cases}$

e — коэффициент размерности.

Для обеспечения большей точности изображения $B(x, y)$ целесообразно задавать в виде дополнения к изображению $A(x, y)$.

Пусть, например, требуется вычислить функционал

$$R = k \int_a^b [f(x) - \varphi(x)]^2 dx.$$

Для $\varepsilon(x) \geq 0$ решение уравнения (14) имеет вид

$$K(\xi) = \frac{k}{e} \xi; \xi \geq 0.$$

Чтобы вычислить $K(\xi)$ для $\varepsilon(x) < 0$, необходимо каждую из функций $f(x)$ и $\varphi(x)$ представить двумя изображениями — негативным и позитивным (рис. 2).

Для силуэтного способа задания изображений можно довольно просто вычислить и равномерную близость функций, установив в корреляционной плоскости фильтр с пропусканием $K(\xi) = 1 - h(|\xi| - t)$. Решение о принадлежности к классу выносится аналогично (6).

Используя силуэтный способ задания изображений, можно вычислить и коэффициент корреляции функций. Действительно,

пусть требуется вычислить $\int_a^b f(x) \varphi(x) dx$,

где $f(x)$ и $\varphi(x)$ задаются изображениями (12) и (13). Установим в частотной плоскости p, q достаточно узкую щель, ориентированную по оси p [теоретически $\delta(q)$]. Тогда результат фильтрации можно описать выражением

$$r(\eta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(p\eta + q\xi)} \left[\int_a^b \frac{e^{jpx} e^{jqf(x)} - 1}{jq} dx \times \right. \\ \left. \times \int_a^b \frac{e^{-jpx} e^{jq\varphi(x)} - 1}{jq} dx \right] \delta(q) dpdq.$$

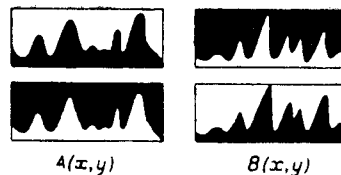


Рис. 2.

После несложных преобразований получим

при $\xi=0$

$$r(\eta, 0) = \int_a^b f(x) \varphi(x - \eta) dx.$$

а при $\eta=0$

$$r(0, 0) = \int_a^b f(x) \varphi(x) dx.$$

Отличие этого метода вычисления коэффициента корреляции между функциями от традиционного заключается в том, что он не требует полугоновой формы записи изображений.

Итак, используя лишь двухградационные изображения, в КОВУ можно вычислять близость функций одной переменной по всем наиболее важным критериям. Из форм представления функций в виде изображений наиболее предпочтительна форма, описываемая выражением (2) и позволяющая, с одной стороны, определять среднестепенную и равномерную близость, а с другой — изготавливать качественные и экономичные фильтры, пропускание которых не зависит от самих функций.

Путем обобщения рассмотренный способ определения близости одномерных функций можно применить и к функциям двух переменных, которые могут быть представлены в виде двухградационных изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vander Lugt, F. B. Rotz, A. Klooster. Character — reading by Optical Spatial Filtering. — Optical and Electro-Optical Information Processing, 1965.
2. Е. С. Нежевенко. Вычисление мер близости в системах оптической пространственной фильтрации. — Системы автоматизации научных экспериментов (труды X Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений). Новосибирск, 1971.
3. К. Хелстром. Статическая теория обнаружения сигналов. М., Изд-во иностр. лит., 1965.

Поступила в редакцию
5 февраля 1971 г.