

Полученный результат дополняет сделанный в [1] вывод об условиях применимости метода скользящей средней для сглаживания реализаций нестационарных случайных функций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.
2. Титчмарш. Введение в теорию интегралов Фурье. М.—Л., Гостехиздат, 1948.
3. Э. Пинни. Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения. М., Изд-во иностр. лит., 1961.

Поступило в редакцию  
4 октября 1971 г.

УДК 621.372.44

Е. Е. СОЛТАН  
(Красноярск)

#### ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОБОБЩЕННЫХ ИНЕРЦИОННОСТЕЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ НЕКОТОРЫХ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Обширный класс задач, с которыми приходится встречаться при анализе нестационарных режимов в объектах с распределенными параметрами, как правило, описывается дифференциальными уравнениями в частных производных. В большинстве случаев нецелесообразно выяснять точные решения таких уравнений, так как их выражения либо громоздки, либо вообще не выражаются через конечное число элементарных функций. Поэтому при исследовании динамических характеристик сложных технологических процессов широко применяются косвенные методы. Таковым, в частности, является метод, основанный на понятии инерционности.

Пусть рассматривается непрерывный процесс взаимодействия двух противоточно движущихся сред. Известно, что дифференциальные уравнения, описывающие этот процесс, имеют вид

$$\begin{cases} v_1 \frac{\partial u_1(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial u_1(t, x)}{\partial x} = \alpha_1 [u_2(t, x) - u_1(t, x)]; \\ v_2 \frac{\partial u_2(t, x)}{\partial t} - \frac{\partial u_2(t, x)}{\partial x} = \alpha_2 [u_1(t, x) - u_2(t, x)], \end{cases} \quad (1)$$

где  $u_1(t, x)$  и  $u_2(t, x)$  — температуры или концентрации движущихся сред;  $v_1, v_2, \alpha_1$  и  $\alpha_2$  — некоторые постоянные.

Решение задач, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, представляет особую сложность как для аналоговых, так и для цифровых вычислительных машин [1]. Применение аналоговых методов осложняется тем, что в таких задачах имеются две или более независимых переменных, тогда как типовые вычислительные машины приспособлены для непосредственного решения задач с одной независимой переменной — временем. Применение же цифровых методов требует пошагового интегрирования по времени, что часто приводит к неэкономичным затратам машинного времени, когда нужно обеспечить достаточную точность вычислений.

Указанных выше недостатков можно в некоторой степени избежать, если при решении задач, описываемых уравнениями в частных производных, использовать замкнутые цепи аналоговой и цифровой аппаратуры. Получающаяся при этом гибридная вычислительная система, в которой аналоговые блоки используются для реализации подпрограмм цифровых вычислений, позволяет достигнуть значительного быстродействия даже при использовании относительно небольших вычислительных машин [2].

Предположим, что с помощью гибридной вычислительной системы удалось полу-

чить одно из решений системы (1), например  $u_1(t, x)$ . Здесь  $x$  — параметр, длина объекта. Для определенности считаем, что  $0 \leq x \leq 1$ . В тех случаях, когда аналитический вид функции  $u_1(t, x)$  либо громоздкий, либо не записывается конечным выражением, возникает задача приближения функции  $u_1(t, x)$  с помощью некоторого выражения, обеспечивающего достаточную точность описания интересующего нас процесса и записывающегося в виде простой функциональной зависимости.

Как и в [3], введем для функции  $u_1(t, x)$  понятие обобщенного момента  $C_n(x)$ :

$$C_n(x) = \int_0^{\infty} t^n \frac{\partial f(t, x)}{\partial t} dt, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где  $f(t, x) = u_1(t, x)e^{-(\lambda-c)t}$ . Перепишем формулу (2) в виде

$$C_n(x) = t^n u_1(t, x) e^{-(\lambda-c)t} \Big|_0^{\infty} - n \int_0^{\infty} t^{n-1} u_1(t, x) e^{-(\lambda-c)t} dt. \quad (3)$$

Если для всех  $x \in [0, 1]$  функция  $u_1(t, x)$  ограничена, то для всех  $\lambda > 0$  (если  $c < 0$ ) и для всех  $\lambda > c$  (если  $c > 0$ ) выполняется соотношение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t^n u_1(t, x) e^{-(\lambda-c)t} = 0.$$

Поэтому

$$C_n(x) = -n \int_0^{\infty} t^{n-1} u_1(t, x) e^{-(\lambda-c)t} dt, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Обозначим через  $S_n(x) = \frac{1}{n!} C_n(x)$  обобщенную инерционность функции  $u_1(t, x)$ .

Тогда

$$S_n(x) = -\frac{1}{(n-1)!} \int_0^{\infty} t^{n-1} u_1(t, x) e^{-(\lambda-c)t} dt. \quad (5)$$

Покажем, что обобщенные инерционности  $S_n(x)$  нетрудно могут быть получены экспериментальным путем. Пусть для практических целей нам достаточно рассмотреть функции  $u_1(t, x)$ , у которой переменная времени изменяется в интервале  $0 < t < T$ . Учитывая, что сигнал  $u_1(t, x)$  представляет собой воспроизведение некоторой характеристики физического объекта или зависимости, заданной графиком, мы имеем возможность получить зеркальный к  $u_1(t, x)$  (относительно прямой  $t = \frac{1}{2}T$ ) сигнал, а именно:  $u_1(T-t, x) = \pi(t, x)$ . Если теперь сигнал  $\pi(t, x)$  подать на вход последовательной цепочки аperiodических ненагружающих друг друга звеньев с одной и той же передаточной функцией  $\frac{1}{p + (\lambda - c)}$ , то можно записать

$$\Phi_i(p, x) = \left( \frac{1}{p + \lambda - c} \right)^i \Pi(p, x), \quad (6)$$

где  $\Phi_i(p, x)$  — изображение по Лапласу сигнала на выходе  $i$ -го звена ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $\Pi(p, x)$  — изображение функции  $\pi(t, x)$ . Применим к обеим частям равенства (6) обратное преобразование Лапласа. Если при этом обозначим через  $\varphi_i(t, x)$  оригинал для соответствующего изображения  $\Phi_i(p, x)$ , то получим

$$\varphi_i(T, x) = \int_0^{\infty} \pi(T-t, x) \frac{t^{i-1}}{(i-1)!} e^{-(\lambda-c)t} dt = \int_0^{\infty} u_1(t, x) \frac{t^{i-1}}{(i-1)!} e^{-(\lambda-c)t} dt. \quad (7)$$

Из сравнения выражений (5) и (7) следует, что

$$\varphi_i(T, x) = -S_i(x) \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (8)$$

Таким образом, блок-схема, по которой можно осуществить вычисление обобщенных

инерционностей, должна иметь примерно следующий вид (см. рисунок). Здесь  $Y$  — устройство, позволяющее получить зеркальный к  $u_1(t, x)$  сигнал, т. е. сигнал вида  $u_1(T-t, x) = \pi(t, x)$ .

Воспользуемся теперь разложением функции  $u_1(t, x)$  в ряд, предложенный в [3]. Имеем

$$u_1(t, x) = 2\lambda e^{-(c+\lambda)t} \sum_{n=0}^{\infty} d_n(x) L_n(2\lambda t), \quad (9)$$

где  $L_n(2\lambda t)$  — полином Лагерра. В этой же работе было показано, что коэффициенты ряда (9) вычисляются через обобщенные инерционности по правилу

$$d_n(x) = \sum_{i=0}^n (-1)^{i+1} C_n^i (2\lambda)^i S_{i+1}(x). \quad (10)$$

Из формулы (10) непосредственно следует возможность выбора структуры преобразователя для экспериментального определения столь необходимых коэффициентов  $d_n(x)$ . Зная теперь значения коэффициентов  $d_n(x)$  и используя разложение (9), мы можем представлять функцию  $u_1(t, x)$  с точностью, вполне достаточной для инженерной практики.

Установленная связь между обобщенными инерционностями сигнала и его коэффициентами Пуассона открывает дополнительные возможности аппаратного определения коэффициентов  $d_n(x)$  и вместе с этим решает вопрос о приближении трансцендентной функции  $u_1(t, x)$  с помощью полиномов Лагерра.

Данная статья появилась в итоге сопоставления автором результатов [3] и идеи [4].

Автор выражает глубокую благодарность Ф. Я. Гимельштейну за внимание к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. У. Карплюс. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
2. Дж. Беки, У. Карплюс. Теория и применение гибридных вычислительных систем. М., «Мир», 1970.
3. Л. А. Айзенберг, Б. Н. Девятов, Е. Е. Солтан. К вопросу применения рядов Бурмана — Лагранжа для анализа переходных процессов в химико-технологических аппаратах. — Изв. СО АН СССР, серия техн. наук, 1971, вып. 1, № 3.
4. Р. Д. Баглай. Об экспериментальном определении моментов и их связи с обобщенным преобразованием Фурье. — Автометрия, 1970, № 4.

Поступило в редакцию  
18 июня 1971 г.

УДК 621.317.776 : 621.317.795.3

Е. А. ОБИДЕНКО  
(Москва)

#### ПРИБОР ДЛЯ ОЦЕНКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПОТОКОВ

При разработке и эксплуатации стохастических вычислителей всегда имеется необходимость в контроле и измерении основных статистических характеристик элементов и узлов вычислителя, статистических свойств образуемых ими потоков. Для случая, когда случайный поток представляет собой тактированную последовательность нулей

