

## ТЕОРИЯ СИСТЕМ СБОРА И ОБРАБОТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

УДК 53.08+535.853

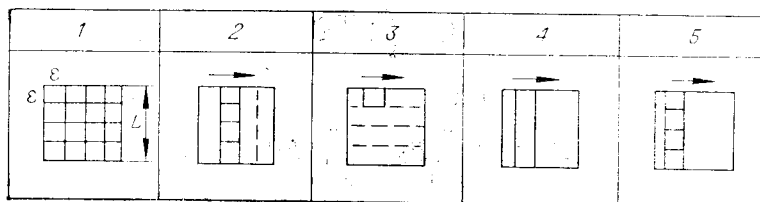
В. М. ЕФИМОВ, А. М. ИСКОЛЬДСКИЙ,  
 Ю. М. КРЕНДЕЛЬ, З. А. ЛИВШИЦ

(Новосибирск)

### О ХАРАКТЕРИСТИКАХ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ СЧИТЫВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДИСКРЕТНОЙ СТРУКТУРЫ

Для реализации систем регистрации и обработки пороговых изображений дискретной структуры [1], работающих в реальном времени, необходимо обеспечить возможность быстрого и точного определения числа и координат фотоотсчетов сигнала.

В данной работе рассматриваются некоторые аспекты важной проблемы рациональной организации считывания дискретных изображений. На рисунке схематически определены наиболее естественные методы считывания: 1 — считывание изображения матрицей с ячейкой  $\epsilon \times \epsilon$ ; 2 — считывание столбцом, разбитым на ячейки  $\epsilon \times \epsilon$ , дискретно (с шагом  $\epsilon$ ) движущимся по оси  $x$ ; 3 — «телевизионный» метод — построчная развертка; 4 — считывание щелью шириной  $\epsilon$ , движущейся непрерывно по полю изображения; 5 — считывание непрерывно движущейся щелью, разбитой на ячейки. Под термином считывание понимается следующая процедура: интегрирование сигнала по элементу  $\epsilon \times \epsilon$  (или по щели — вариант 4) с последующим квантованием амплитуды выходного сигнала интегратора на заданные  $k$  уровней, а также принятие решения о количестве и координатах сигнальных отсчетов, формирующих изображение. Рассмотрим вкратце некоторые особенности описанных выше методов. Матричный метод (1), допускающий параллельное считывание, обладает потенциально высоким быстродействием, однако его реализация (изготовление фотоприемных матриц с  $L/\epsilon > 100$ ) связана с большими технологическими трудностями. Несколько менее сложны в этом отношении методы 2, 5. «Телевизионный» метод (3), который наиболее распространен, достаточно прост техно-



логически, однако существенным его недостатком является сравнительно низкое быстродействие.

Что касается метода считывания движущимися щелями, то он весьма эффективен для анализа одномерных структур (спектрограммы и т. д.) [2]; при считывании двумерных дискретных изображений достаточно просто находится одна координата, а для нахождения второй требуется: либо останавливать щель на найденной координате и анализировать изображение внутри щели, либо, если используются две движущиеся независимо по  $x$  и  $y$  щели, проверять  $n^2$  точек изображения, из которых лишь  $n$  являются сигнальными отсчетами. Однако считывание двумя щелями может оказаться эффективным, если необходимо выделять движущийся точечный объект на фоне неподвижных.

Под правильным решением задачи считывания здесь понимается точное определение количества сигнальных отсчетов и нахождение их координат с точностью порядка  $\varepsilon$ . Правильное решение задачи является, вообще говоря, случайным событием, зависящим от многих факторов: случайного размещения сигналов в поле изображения, шумов, флуктуаций яркости, количества порогов и т. п. Оценка вероятности этого события и оценка влияния на нее указанных факторов являются целью работы.

Естественное в данном рассмотрении ограничение: апертура  $\varepsilon \times \varepsilon$  мала в сравнении с размерами рабочего поля ( $L \times L$ ), но велика по сравнению с характерными пространственными размерами «сигнала», — позволяет воспользоваться «точечной» моделью сигнала, т. е. считать его математической точкой (в общем случае случайной яркости). Кроме того, будем предполагать, что число отсчетов сигнала много меньше числа разрешаемых элементов изображения.

Для обсуждения вопроса о вероятности правильного решения задачи (в указанном выше смысле) при использовании различных методов считывания хорошим «приближением к действительности» являются две математические модели. Дискретные методы считывания (1, 2) естественно изучать в терминах размещения сигнальных отсчетов по ячейкам фотоприемника; при этом предположение о независимости шумового фона в различных ячейках оправдывается в случае пуассоновости пространственного распределения отсчетов шума. Для анализа непрерывных и дискретно-непрерывных способов считывания (3—5) будем использовать одномерную модель движения щели по случайному полю; ниже будет показано, что в рассматриваемых условиях такое приближение возможно.

Прежде чем перейти к изложению основных результатов, укажем один технический прием, который существенно используется при их получении (что, по-видимому, целесообразно, так как в дальнейшем подробных выкладок приводить мы не будем). Пусть требуется найти  $Q$  — вероятность того, что некоторое событие произойдет хотя бы один раз, причем вероятность того, что оно произойдет бесконечное количество раз, равна нулю. Тогда, если  $P_k$  есть вероятность того, что событие произойдет ровно  $k$  раз, то

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} P_k$$

и очевидны следующие неравенства:

$$P_1 \geq Q = \sum_{k=1}^{\infty} P_k \geq \sum_{k=1}^{\infty} k P_k = m, \quad (1)$$

где  $m$  — среднее число наступлений данного события. В ряде случаев

(в частности, в рассматриваемых ниже) левая и правая части неравенства (1) оказываются асимптотически эквивалентными и (1) позволяет получить асимптотическую оценку для  $Q$  (в данной работе — для вероятности неправильного решения задачи об определении числа и координат сигнальных отсчетов).

Перейдем теперь к рассмотрению дискретных методов считывания. Если  $n$  сигнальных отсчетов распределены равномерно по полю, то эту ситуацию можно интерпретировать как равновероятное размещение  $n$  сигнальных точек по  $N^2 = L^2/\epsilon^2$  ячейкам. В предположении об отсутствии флюктуаций яркости сигнальных отсчетов и отсутствии шумовых вероятностей правильного решения задачи при квантовании выходного сигнала с  $k$  пороговыми уровнями задается следующей асимптотической формулой, верной при  $n \ll N^2$ ,

$$P \cong 1 - \binom{n}{k+1} \frac{1}{N^{2k}}. \quad (2)$$

Соотношение (2) получается с помощью (1); в данном случае событием, появление которого приводит к неверному решению задачи, является наличие в какой-либо ячейке более чем  $k$  отсчетов.

Если имеется лишь один порог квантования, то для вероятности правильного решения задачи справедлива следующая точная формула:

$$P = \prod_{m=1}^n \left(1 - \frac{m-1}{N^2}\right). \quad (3)$$

Соотношения (2) и (3) дают представление о зависимости «качества» дискретных методов от числа порогов устройства считывания.

Заметим, что формула (3) описывает и случай, когда возможны флюктуации яркости сигнальных отсчетов, если значение порога выбрано оптимальным (равным нулю).

Распределение числа потерянных отсчетов сигнала при квантовании с одним порогом описывается вероятностями [3]

$$q_r = \binom{N^2}{n-r} \sum_{j=0}^{n-r} (-1)^j \binom{n-r}{j} \left(1 - \frac{N^2 - n + r + j}{N^2}\right)^n. \quad (4)$$

Здесь  $q_r$  — вероятность потери равно  $r$  сигнальных отсчетов.

Ниже мы будем использовать стандартные обозначения  $F_1 * F_2(x)$  для функции распределения композиции независимых случайных величин с функциями распределения  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ , а также  $F^{*n}(x)$  для функции распределения суммы  $n$  независимых случайных величин с функцией распределения  $F(x)$ .

В этих обозначениях формула для вероятности правильного решения задачи в случае, когда производится квантование выходного сигнала с единственным порогом, равным  $x_0$ , присутствует шум, и амплитуды сигнальных отсчетов флюктуируют, запишется так:

$$P = [G(x_0)]^{N^2-n} [1 - F * G(x_0)]^n \prod_{m=1}^n \left(1 - \frac{m-1}{N^2}\right). \quad (5)$$

Здесь  $F(x)$  — функция распределения амплитуды сигнальной точки;  $G(x)$  — распределение суммарной амплитуды шума в ячейке  $\epsilon \times \epsilon$ ; предполагается, что значения амплитуды шума в различных ячейках независимы, а также независимость сигнала и шума.

Справедливость формулы (5) очевидна: для полного решения задачи выделения сигналов необходимо, чтобы все сигнальные отсчеты

попали в разные ячейки (третий сомножитель (5)), чтобы в этих ячейках сумма амплитуд сигнала и шума превзошла порог  $x_0$  (второй сомножитель), а в остальных ячейках амплитуда шума была ниже порога (первый сомножитель).

При известной статистике сигнала и шума естественно возникает задача об оптимальном выборе значений порогов квантования (если их число фиксировано). Так, например, если число сигнальных отсчетов в ячейке имеет пуассоновское распределение с параметром  $\lambda$ , то задача заключается в выборе  $x_1, \dots, x_k$ , максимизирующих выражение

$$P = \left\{ \sum_{m=1}^k \frac{\lambda^m}{m!} \exp(-\lambda) [F^{*m}G(x_{m+1}) - F^{*m}G(x_m)] + \exp(-\lambda) G(x_1) \right\}^{N^2}, \quad (6)$$

где  $x_{k+1} = \infty$ . Таким образом, система уравнений для определения оптимальных порогов принимает вид

$$-\frac{\lambda}{m} \frac{d}{dx_m} F^{*m}G(x_m) + \frac{d}{dx_m} F^{*(m-1)}G(x_m) = 0; \quad m = 2, \dots, k; \quad (7)$$

$$\frac{d}{dx_1} G(x_1) - \lambda \frac{d}{dx_1} F * G(x_1) = 0.$$

Примеры определения оптимальных порогов при различных распределениях амплитуд сигнала и шума содержатся в [4].

Как отмечалось выше, исследование задачи определения координат сигнальных отсчетов, равномерно распределенных по полю фотоотсчетов, при использовании непрерывных и дискретно-непрерывных методов сканирования, естественно свести к изучению одномерного случая в предположении, что «одномерные координаты» сигнальных отсчетов равномерно распределены на отрезке  $[0, N^2/\epsilon]$ . Строго говоря, в некоторых случаях (варианты 3, 5) такое сведение не совсем корректно (из-за переходов со строки на строку), однако при рассматриваемых условиях ( $n \ll L^2/\epsilon$ ) этим эффектом можно пренебречь.

Итак, ниже рассматривается следующая ситуация: щель шириной  $\epsilon$  движется на отрезке  $[0, L^2/\epsilon]$ , на котором находится  $n$  сигнальных отсчетов, координаты которых суть равномерно распределенные на  $[0, L^2/\epsilon]$  случайные величины; выходной сигнал (суммарная амплитуда отсчетов, находящихся в щели при каждом ее положении) квантуется по уравнению с  $k$  порогами.

Для вероятности правильного решения задачи в этом случае справедливо следующее приближенное соотношение (см. (1)):

$$P \cong 1 - \binom{n}{k} (n-k) \frac{1}{N^{2k}}, \quad (8)$$

являющееся асимптотическим при  $N \rightarrow \infty$ ;  $n \ll N$ . Если квантование по уровню производится с одним порогом, то можно выписать (см., например, [5]) точную формулу для вероятности правильного решения задачи:

$$P = \left( 1 - \frac{(n-1)}{N^2} \right)^n. \quad (9)$$

В этом случае можно также определить распределение вероятностей числа потерянных отсчетов

$$q_r = \binom{n-1}{r} \sum_{m=0}^r (-1)^m \left( 1 - \frac{n-r-1+m}{N^2} \right)^n \binom{r}{m}. \quad (10)$$

Ясно, что (9) является частным случаем (10) при  $r=0$ .

Для анализа ситуации, когда помимо сигнальных отсчетов присутствуют и шумовые, а амплитуда сигнальных отсчетов флюктуирует, при невысокой интенсивности шума можно пользоваться приближенной формулой:

$$P \cong P_1 P_2, \quad (11)$$

где  $P_1$  — вероятность отсутствия «ложных» выбросов за порог  $x_0$ .

$$P_1 \cong 1 - \mu \varepsilon N^2. \quad (12)$$

Здесь  $\mu$  — среднее число выбросов шума за порог на единицу длины.

$$P_2 \cong (1 - F(x_0))^n \left(1 - \frac{n-1}{N^2}\right)^n. \quad (13)$$

Выпишем, наконец, формулы для вероятности правильного решения задачи при использовании для сканирования двух щелевых диссекторов (предполагается, что порог квантования единствен).

$$P = \left(1 - \frac{n-1}{N}\right)^{2n} \quad (14)$$

в случае, если шум отсутствует. Ситуация, когда амплитуда сигнальных отсчетов флюктуирует, описывается формулой (14). В общем случае

$$P \cong (1 - \mu \varepsilon N)^2 (1 - F(x_0))^n \left(1 - \frac{n-1}{N}\right)^{2n}. \quad (15)$$

Полученные соотношения дают возможность сравнить качество рассмотренных методов считывания и оценить их перспективность применительно к решению ряда конкретных задач.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Ефимов, А. М. Искольдский, Э. В. Яншин. Выделение точечного сигнала в присутствии шума на изображении дискретной структуры.— *Автометрия*, 1971, № 6.
2. Р. Д. Баглай, А. М. Искольдский, М. И. Кудряшов, Ю. Е. Нестерихин. Электронно-оптический регистратор «Спектр» как элемент системы автоматизации спектральных исследований.— *Автометрия*, 1971, № 6.
3. В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М., «Мир», 1966.
4. В. М. Ефимов, А. М. Искольдский, З. А. Лившиц. О надежности считывания двоичной информации в оптических запоминающих устройствах.— *Автометрия*, 1973, № 1.
5. Уилкс. Математическая статистика. М., «Мир», 1966.

*Поступила в редакцию 13 сентября 1972 г.*

УДК 51.681.14.155

**М. П. БАЙДАКОВ, Н. Н. КРАСИЛЬНИКОВ, О. В. ПАСТУХОВ**

*(Ленинград)*

#### **О РАЗЛИЧИИ ЧЕЛОВЕКОМ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ГАУССОВОМ ШУМЕ**

В [1] Дж. Светс, Б. Теннер, Т. Бердзалл выдвинули гипотезу о возможности применения методов теории статистических решений для описания восприятия человеком зашумленных изображений и экспери-