

Для анализа ситуации, когда помимо сигнальных отсчетов присутствуют и шумовые, а амплитуда сигнальных отсчетов флюктуирует, при невысокой интенсивности шума можно пользоваться приближенной формулой:

$$P \cong P_1 P_2, \quad (11)$$

где P_1 — вероятность отсутствия «ложных» выбросов за порог x_0 .

$$P_1 \cong 1 - \mu \varepsilon N^2. \quad (12)$$

Здесь μ — среднее число выбросов шума за порог на единицу длины.

$$P_2 \cong (1 - F(x_0))^n \left(1 - \frac{n-1}{N^2}\right)^n. \quad (13)$$

Выпишем, наконец, формулы для вероятности правильного решения задачи при использовании для сканирования двух щелевых диссекторов (предполагается, что порог квантования единствен).

$$P = \left(1 - \frac{n-1}{N}\right)^{2n} \quad (14)$$

в случае, если шум отсутствует. Ситуация, когда амплитуда сигнальных отсчетов флюктуирует, описывается формулой (14). В общем случае

$$P \cong (1 - \mu \varepsilon N)^2 (1 - F(x_0))^n \left(1 - \frac{n-1}{N}\right)^{2n}. \quad (15)$$

Полученные соотношения дают возможность сравнить качество рассмотренных методов считывания и оценить их перспективность применительно к решению ряда конкретных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Ефимов, А. М. Искольдский, Э. В. Яншин. Выделение точечного сигнала в присутствии шума на изображении дискретной структуры.— *Автометрия*, 1971, № 6.
2. Р. Д. Баглай, А. М. Искольдский, М. И. Кудряшов, Ю. Е. Нестерихин. Электронно-оптический регистратор «Спектр» как элемент системы автоматизации спектральных исследований.— *Автометрия*, 1971, № 6.
3. В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М., «Мир», 1966.
4. В. М. Ефимов, А. М. Искольдский, З. А. Лившиц. О надежности считывания двоичной информации в оптических запоминающих устройствах.— *Автометрия*, 1973, № 1.
5. Уилкс. Математическая статистика. М., «Мир», 1966.

Поступила в редакцию 13 сентября 1972 г.

УДК 51.681.14.155

М. П. БАЙДАКОВ, Н. Н. КРАСИЛЬНИКОВ, О. В. ПАСТУХОВ

(Ленинград)

О РАЗЛИЧИЕНИИ ЧЕЛОВЕКОМ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ГАУССОВОМ ШУМЕ

В [1] Дж. Светс, Б. Теннер, Т. Бердзалл выдвинули гипотезу о возможности применения методов теории статистических решений для описания восприятия человеком зашумленных изображений и экспери-

ментально подтвердили ее для частного случая, когда наблюдатель должен был обнаруживать яркостное пятно на шумовом поле при фиксированном его положении. Форма пятна и закон распределения двумерной помехи при этом не учитывались. В [2] экспериментальным путем была доказана справедливость этой гипотезы также для случая различения двухградационных изображений на фоне некоррелированной мультипликативной двухградационной помехи.

Однако на практике при проектировании радиолокационных и телевизионных систем мы встречаемся с более общей проблемой, когда а) оператор должен различать полутоновые изображения на фоне аддитивного шума с нормальным законом распределения, б) различаемые изображения имеют значительные линейные (частотные) искажения, в) помеха является коррелированной, т. е. спектральная интенсивность шума зависит от частоты.

Цель публикуемой работы состоит в исследовании возможности использования методов теории статистических решений для описания результатов работы наблюдателя в этих условиях.

Различение изображений на фоне гауссова шума, спектральная интенсивность которого не зависит от частоты. Для проверки гипотезы о возможности описания методами теории статистических решений восприятия полутоновых изображений на фоне «квазибелого» шума человеком, были изготовлены зашумленные изображения с помощью экспериментальной установки, данные о которой приводятся ниже.

Установка включает в себя: 1) фототелеграфный аппарат «Нева», посредством которого передавались изображения, подлежащие зашумлению, 2) генератор помехи, генерирующий шум, распределенный по нормальному закону; спектральная интенсивность шума была постоянна в интервале частот 0—1100 Гц и равнялась нулю за его пределами, 3) сумматор, в котором складывались напряжения сигнала изображения, поступающего с передающей части фототелеграфа, и шума, 4) прибор для измерения отношения размаха видеосигнала к среднеквадратичному значению шума, подключавшийся непосредственно к выходу сумматора. Установка позволяла регулировать уровень шума, замешиваемого в сигнал изображения. Видеосигнал с выхода сумматора поступал в приемную часть фототелеграфа. Фототелеграф работал в режиме 120 об/мин. Изображения записывались на фотобумаге Унибром № 3 с контрастом, который при отсутствии шума составлял около 30%.

Эксперименты проводились с двумя алфавитами полутоновых изображений, в качестве которых были использованы: 1) портреты в количестве $L=20$ шт. (T_1) и 2) пейзажи в количестве $L=20$ шт. (T_2). Всего было изготовлено восемь зашумленных реализаций для различных соотношений размаха видеосигнала к среднеквадратичному значению шума φ . Масштаб (число растровых элементов, на которое разлагалось изображение N_p) выбирался достаточно крупным с тем, чтобы помехой дискретизации, возникающей в результате разложения изображения на строки, можно было бы пренебречь [3].

Полученные таким образом зашумленные реализации по очереди предъявлялись наблюдателю, которому предлагалось путем сопоставления их с исходными незашумленными изображениями (образцами) определить, к какому образцу относится каждое зашумленное изображение.

Здесь и во всех дальнейших опытах условия наблюдения (освещенность, расстояние рассматривания) каждым наблюдателем выбирались такими, какие казались ему наиболее удобными.

Результаты различения (правильно, неправильно) записывались экспериментатором, но не сообщались наблюдателю. Априорная вероят-

ность предъявления каждого из L изображений, составляющих алфавит, равнялась $1/L$. Всего в опытах было использовано восемь предваритель-но тренированных наблюдателей.

На основании результатов проведенных измерений были вычислены вероятности правильного различения изображений наблюдателем p_n , которые приведены в табл. 1.

Для определения вероятностей правильного различения зашумлен-ных изображений приемником, работающим по байесовскому критерию, был использован специ-

Т а б л и ц а 1

Тест	Вероят-ность пра-вильного различения	ψ				Примеча-ние
		1,0	1,5	2,0	3,0	
T_1	p_n	0,33	0,55	0,70	0,94	$N_p = 260$
	p_n	0,30	0,55	0,70	1,00	$L = 20$
T_2	p_n	0,25	0,42	0,74	0,91	$N_p = 260$
	p_n	0,30	0,50	0,70	0,95	$L = 20$

ально изготовленный для этой цели прибор. Прибор включал в себя теледиа-передатчик с «раздвоен-ным бегущим лучом», све-товой поток в котором по-средством полупрозрачно-го зеркала расщеплялся на два канала.

В одном из каналов помещался диапозитив ис-следуемого зашумленного изображения, во второй

канал по очереди устанавливались диапозитивы исходных незашум-ленных изображений (образцы), с которыми производилось сравне-ние. Диапозитивы были изготовлены путем перефотографирования изо-бражений, используемых в первой части эксперимента. При изготовле-нии диапозитивов были приняты специальные меры, направленные на то, чтобы получить изображения, идентичные по контрасту и средней плотности.

В приборе была предусмотрена возможность перемещения диа-позитивов в плоскости их установки.

С выхода каждого из каналов сигналы подавались на вычитающее устройство, после которого последовательно были включены: квадра-рирующее и интегрирующее устройства. К выходу интегрирующего ус-тройства был подключен вольтметр, с которого снимались отсчеты.

Схема прибора позволила регулировать в каждом из каналов как размах видеосигнала, так и его среднюю составляющую и тем самым устранять в видеосигнале следы «остаточной» неидентичности диапозитивов.

В процессе эксперимента сначала осуществлялось «наилучшее совмещение» сравниваемых изображений как в пространстве, так и по динамическому диапазону путем регулировки размаха и среднего значе-ния видеосигнала в канале образца, при котором средний квадрат раз-ности сравниваемых изображений достигал минимума. Затем измеря-лось среднее значение квадрата разности видеосигналов зашумленного изображения и образца.

Решение о принадлежности зашумленного изображения к тому или иному образцу принималось по минимуму среднего квадрата разности, что соответствует правилу, по которому работает байесовский приемник.

На основании результатов измерений были вычислены вероятности правильного различения изображений прибором p_n , которые приведены в табл. 1.

Из табл. 1. видно, что человек при различении полутоновых изобра-жений на фоне квазibelого шума обеспечивает примерно ту же вероят-ность их правильного различения p_n , что и байесовский приемник. При этом эффект фильтрации шума на изображении наблюдателем удобно описать, вводя в рассмотрение эквивалентный фильтр, который

в данном случае совпадает с эквивалентным фильтром байесовского приемника, имеющего коэффициент передачи

$$K_{\Pi}(\omega_x; \omega_y) = ce^{-i(\omega_x x_0 + \omega_y y_0)} M_{\Delta}^*(\omega_x; \omega_y), \quad (1)$$

где ω_x, ω_y — пространственные частоты спектра изображения в направлении двух взаимно перпендикулярных осей x и y ; x_0, y_0 — эквивалентные координаты взятия отсчетов. $M_{\Delta}^*(\omega_x; \omega_y)$ — функция, комплексно сопряженная спектру разности различаемых изображений; c — постоянный коэффициент.

Выражения для сигнальной составляющей e_c и среднего квадрата шума $e_{\text{ш}}^2$ на выходе такого фильтра могут быть записаны как:

$$e_c \frac{c}{4\pi^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |M_{\Delta}(\omega_x; \omega_y)|^2 d\omega_x d\omega_y; \quad (2)$$

$$e_{\text{ш}}^2 = \frac{c^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{ш}}(\omega_x; \omega_y) |M_{\Delta}(\omega_x; \omega_y)|^2 d\omega_x d\omega_y, \quad (3)$$

где $S_{\text{ш}}(\omega_x; \omega_y)$ — спектральная интенсивность квазизелого шума на изображении. При этом отношение сигнала к шуму с учетом эффекта фильтрации Ψ_{Δ} , которое совместно с числом изображений L , составляющих алфавит, определяет вероятность их правильного различения p_{Π} , будет составлять

$$\Psi_{\Delta} = \frac{e_c}{\sqrt{e_{\text{ш}}^2}}. \quad (4)$$

Различение изображений, имеющих линейные (частотные) искажения на фоне гауссова шума. Выше был исследован случай, когда зашумленные изображения, предъявляемые наблюдателю, кроме шума, во всем остальном совпадали с передаваемыми, а следовательно, и с образцами, используемыми наблюдателем в процессе различения. Однако, как правило, при передаче изображений в них вносятся частотные искажения, обусловленные несовершенством устройства, посредством которого они передаются. При этом принятые изображения, даже если они свободны от шума, отличаются от переданных, а следовательно, и от образцов, имеющих у наблюдателя.

До настоящего времени оставалось неясным, в какой степени это отличие скажется на вероятности правильного различения зашумленных изображений наблюдателем, поскольку было неизвестно, чем же собственно определяется коэффициент передачи эквивалентного фильтра $K_{\Pi}(\omega_x; \omega_y)$, описывающего процесс фильтрации шума наблюдателем, определяется ли $K_{\Pi}(\omega_x; \omega_y)$ спектром разности неискаженных образцов $M_{\Delta}(\omega_x; \omega_y)$ (первая гипотеза) или же спектром разности принятых, а следовательно, имеющих частотные искажения изображений $M_{\Delta_{\text{иск}}}(\omega_x; \omega_y)$ (вторая гипотеза). Другими словами, было неясно, производит ли наблюдатель в процессе фильтрации шума поправки на имеющие место частотные искажения в принятых изображениях.

Информация о величине этих искажений содержится в зашумленных изображениях и в принципе может быть использована наблюдателем, поскольку ему известен исходный алфавит.

Для получения ответа на этот вопрос был произведен специальный эксперимент, в процессе которого наблюдателю для различения дважды предъявлялись неискаженные изображения на фоне квазизелого гауссова шума. В первом случае при различении использовался набор неискажен-

ных образцов, во втором — набор образцов, имеющих большие частотные искажения (заметим, что для постановки эксперимента совершенно безразлично, имеют ли место частотные искажения в зашумленных изображениях или в образцах).

Искаженные образцы были получены с помощью фототелеграфного аппарата «Нева» путем дифференцирования видеосигнала при перезаписи исходного алфавита и представляли собой контурные изображения.

Эксперимент проводился с двумя алфавитами полутоновых изображений T_1 и T_2 . Предварительно эти изображения были переданы по шумящему каналу при различных отношениях размаха видеосигнала к среднеквадратичному значению шума ψ с разложением на N_p растровых элементов.

В эксперименте приняли участие восемь предварительно тренированных наблюдателей. По данным эксперимента были вычислены средние вероятности правильного различения изображений наблюдателем p_n , которые сведены в табл. 2. Из таблицы видно, что замена неискаженных

Таблица 2

Тест	Вид образца	Вероятность правильного различения	ψ				Примечание
			1,0	1,5	2,5	3,0	
T_1	Неискаженный	p_n	0,33	0,55	0,70	0,94	$N_p=260$
	Искаженный	p_n	0,28	0,43	0,70	0,89	$L=20$
T_2	Неискаженный	p_n	0,25	0,42	0,74	0,91	$N_p=260$
	Искаженный	p_n	0,25	0,43	0,70	0,95	$L=20$

образцов искаженными, во всяком случае при $p_n \geq 0,25$, практически не влияет на величину вероятности правильного различения изображений наблюдателем, что говорит в пользу второй гипотезы.

Аналогичный результат был получен при передаче по каналу с квазibelым шумом «дифференцированных» изображений. Вместе с тем расчеты, выполненные графически по формулам (1) — (4) с использованием сведений о спектре изображений, показывают, что в случае справедливости первой гипотезы замена неискаженных образцов искаженными привела бы к уменьшению отношения сигнала к шуму на выходе эквивалентного фильтра ψ_d примерно в 1,5 раза. Такое уменьшение отношения сигнала к шуму ψ_d вызвало бы заметное падение вероятности правильного различения изображений p_n и при выполнении эксперимента было бы замечено*.

На основании проведенных исследований можно заключить, что при фильтрации наблюдателем квазibelого шума на изображении коэффициент передачи эквивалентного фильтра $K_n(\omega_x; \omega_y)$, описывающего процесс фильтрации шума наблюдателем, определяется спектром разности принятых изображений, а не исходных образцов, используемых в процессе различения. Это утверждение справедливо, во всяком случае, при $p_n \geq 0,25$.

Отметим, что при увеличении зашумленности изображений рано или поздно сложится ситуация, когда из зашумленных реализаций невоз-

* Действительно, из табл. 1 и 2 следует, что уменьшение отношения сигнала к шуму в 1,5 раза приводит к уменьшению p_n на 20—70% в зависимости от исходного значения p_n .

можно будет получить достаточную информацию о величине частотных искажений и сделанный вывод станет несправедливым.

Различение изображений на фоне гауссова шума, спектральная интенсивность которого зависит от частоты. Исследуя проблему влияния спектральной интенсивности шума, которая в общем случае зависит от частоты, на алгоритм работы наблюдателя, рассмотрим две взаимно исключающие друг друга гипотезы.

Первая гипотеза. Коэффициент передачи эквивалентного фильтра $K_H(\omega_x; \omega_y)$, описывающего процесс фильтрации шума наблюдателем, совпадает с коэффициентом передачи эквивалентного фильтра байесовского приемника, т. е.

$$K_H(\omega_x; \omega_y) = \frac{cM_{\Delta_{иск}}^*(\omega_x; \omega_y)}{S_{ш}(\omega_x; \omega_y)} e^{-i(\omega_x x_0 + \omega_y y_0)}, \quad (5)$$

где $S_{ш}(\omega_x; \omega_y)$ — спектральная интенсивность шума.

Вторая гипотеза. Коэффициент передачи эквивалентного фильтра $K_H(\omega_x; \omega_y)$ определяется только спектром разности различаемых изображений, т. е.

$$K_H(\omega_x; \omega_y) = cM_{\Delta_{иск}}^*(\omega_x; \omega_y) e^{-i(\omega_x x_0 + \omega_y y_0)}. \quad (6)$$

Выбор между этими гипотезами может быть сделан на основании сравнительно несложного эксперимента. Для этого достаточно сравнить вероятности правильного различения p_H двух серий зашумленных изображений, из которых первая должна быть получена путем записи на приемном фототелеграфном аппарате суммы видеосигнала и квазислучайного шума, а вторая — путем записи аналогичной суммы, но предварительно пропущенной через фильтр с неравномерной амплитудно-частотной характеристикой.

Если справедлива первая гипотеза, то вероятность правильного различения изображений наблюдателем в обоих случаях будет одинаковой и равной той, которую обеспечивает байесовский приемник.

Отношение сигнала к шуму на выходе эквивалентного фильтра байесовского приемника, как это следует из теории оптимальной фильтрации, может быть вычислено по формуле (4)

$$\Psi_{\Delta_1}^2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M_{\Delta_{иск}}(\omega_x; \omega_y)|^2}{S_{ш}(\omega_x; \omega_y)} d\omega_x d\omega_y. \quad (7)$$

Если же справедлива вторая гипотеза, вероятность правильного различения изображений второй серии наблюдателем будет ниже, чем первой, по причине неоптимальной фильтрации. В этом случае отношение сигнала к шуму на выходе эквивалентного фильтра Ψ_{Δ_2} следует вычислить по формулам (1) — (4). Очевидно,

$$\Psi_{\Delta_2} < \Psi_{\Delta_1}.$$

В результате расчетов, выполненных графическим способом, для алфавитов T_1 и T_2 было найдено, что $\Psi_{\Delta_1}/\Psi_{\Delta_2} = 2,15$.

При проведении описанного выше эксперимента были использованы установка, параметры которой приведены выше, а также специальный фильтр, включающийся в видеотракт после сумматора и состоящий из дифференцирующей цепи и фильтра нижних частот с граничной частотой 2800 Гц. Отношение сигнала к шуму ψ , как и прежде, измерялось непосредственно на выходе суммирующего устройства.

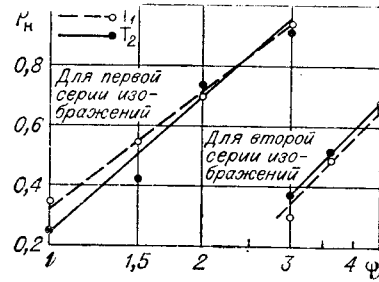
Зашумленные изображения совместно с исходными образцами были предъявлены восьми наблюдателям для различения. Результаты эксперимента представлены в табл. 3, а также на рисунке в виде экспери-

Тест	Вид зашумленного изображения	Вероятность правильного различения	ψ						Примечание
			1,0	1,5	2,0	3,0	3,6	4,5	
T ₁	Недифференцировано	p_n	0,33	0,55	0,70	0,94	—	—	$N_p=260$
	Дифференцировано	p_n	—	—	—	0,30	0,50	0,67	$L=20$
T ₂	Недифференцировано	p_n	0,25	0,42	0,74	0,92	—	—	$N_p=260$
	Дифференцировано	p_n	—	—	—	0,37	0,51	0,681	$L=20$

ментальных точек и аппроксимирующих их кривых. Из рисунка видно, что кривые, соответствующие первой и второй сериям изображений, смещены по оси ψ так, что равным значениям p_n соответствуют отношения сигнала к шуму ψ , отличающиеся примерно в 2,3—2,8 раза, т. е. смещение кривых близко к предсказанному второй гипотезой.

Таким образом, результаты эксперимента свидетельствуют в пользу второй гипотезы. Имеющие место расхождения ожидаемых и измеренных смещений кривых следует отнести за счет неточности исходных данных о спектре изображений, которые были положены в основу расчета.

Справедливость второй гипотезы была также подтверждена путем непосредственного сравнения вероятностей различения изображений на фоне шума с $S_{ш}(\omega_x; \omega_y) \sim \omega_x^2$ наблюдателем p_n и приемником p_n , у которого $K_n(\omega_x; \omega_y)$ определяется равенством (6). При этом p_n и p_n в среднем совпали.



ВЫВОДЫ

На основании экспериментальных исследований, включающих 5400 измерений, можно сделать следующие выводы:

1) при различении полутоновых изображений на фоне аддитивного гауссова шума наблюдатель осуществляет фильтрацию смеси сигнала и шума;

2) эффект фильтрации, осуществляемый наблюдателем, можно описать, введя в рассмотрение эквивалентный фильтр с коэффициентом передачи, полностью определяемым двумерным спектром разности различаемых изображений с учетом линейных искажений, если они имеют место, и не зависящим от спектральной интенсивности шума, т. е.

$$K_n(\omega_x; \omega_y) = ce^{-i(\omega_x x_0 + \omega_y y_0)} M_{\Delta_{иск}}^*(\omega_x; \omega_y);$$

3) если спектральная интенсивность шума не зависит от частоты, наблюдатель обеспечивает примерно ту же среднюю вероятность правильного различения изображений, что и прибор, алгоритм работы которого определяется байесовским правилом. В противном случае вероятность правильного различения изображений оказывается ниже, чем у байесовского приемника, хотя она может быть и выше, чем была у на-

блюдателя при белом шуме. Последнее определяется видом спектральной интенсивности шума.

Таким образом, для случая, реализующего условия, в которых выполнялись эксперименты, подтверждена применимость методов теории статистических решений для описания результатов визуального различения изображений на фоне аддитивного гауссова шума.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Светс, Б. Теннер, Т. Бердзалл. Статистическая теория решений и восприятий.— В сб. «Инженерная психология». Перевод с англ. под ред. Д. Ю. Панова. М., «Прогресс», 1964.
2. М. П. Байдаков, Н. Н. Красильников, О. В. Пастухов, В. К. Поточкий. К вопросу о различении наблюдателем зашумленных изображений.— Автометрия, 1970, № 3.
3. Н. Н. Красильников. К вопросу о шуме пространственной дискретизации изображений.— Вопросы радиоэлектроники. Техника телевидения, 1971, вып. 1.
4. Л. А. Вайштейн, В. Д. Зубаков. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М., «Советское радио», 1959.

Поступила в редакцию 18 ноября 1971 г.

УДК 621.391

В. А. СВИРИДЕНКО

Москва

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИХ АЛГОРИТМОВ СЖАТИЯ ДАННЫХ

Введение. Апертурные методы сжатия данных, использующие предсказание, известны как эффективные методы сокращения естественной информационной избыточности в аналоговых сообщениях [1—4]. Анализ эффективности этих методов является трудной в математическом плане задачей, тесно связанной с решением так называемых «пороговых» задач, ввиду нелинейных функциональных операций, проводимых над исходным сообщением [3]. В [2, 4] даны оценки эффективности полиномиальных предсказателей. Однако выбранная авторами этих работ модель аналогового сообщения в виде винеровского или одномерного марковского процесса во многих ситуациях представляется физически необоснованной, так как реальные измерительные процессы являются обычно «гладкими» (дифференцируемыми в среднем квадратическом).

В данной работе предложена методика расчета эффективности предсказывающих алгоритмов сжатия данных (СД), представляющих собой локально-стационарный «гладкий» нормальный процесс $U(t)$, для произвольного типа аппроксимирующих (опорных) функций. Методика позволит проводить теоретический анализ эффективности предсказателей для широкого класса измерительных процессов и выработать требования к устройствам согласования нерегулярного потока информативных выборок с синхронным каналом связи и к самому каналу связи.

При дискретной обработке сообщения $U(t)$ частота опроса f_0 обычно выбирается из расчета на максимально возможную ширину F_{\max} спектра исходного процесса, в то время как текущая ширина $F_T \ll F_{\max}$. Поэтому в дальнейшем можно принять считывание непрерывным.