

В. А. СВИРИДЕНКО  
(Москва)

## АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ СОКРАЩЕНИЯ ИЗБЫТОЧНОСТИ В АНАЛОГОВЫХ СООБЩЕНИЯХ, ПЕРЕДАВАЕМЫХ ПО КАНАЛУ С ШУМОМ

Количество исследований, в которых рассматривается эффективность методов сжатия данных, велико (см., например, [1—3]). Однако в большинстве из них оценка эффективности дается безотносительно к возможным ошибкам при передаче данных по каналу связи [1, 2].

В этой работе рассматриваются методы определения фактора сжатия данных, передаваемых по каналу с аддитивным гауссовым шумом, и приводятся результаты расчета эффективности некоторых алгоритмов сжатия данных при фиксированных процедурах кодирования сообщения в передаваемом сигнале и методах приема.

Пусть сообщение  $m(t)$  представляет собой непрерывный случайный процесс на интервале  $(0, T)$ , подлежащий передаче по каналу с аддитивным нормальным шумом  $n(t)$ , статистические характеристики которого известны:  $N[0; R(t_1; t_2)]$ . Так как предполагается передача дискретизированного сообщения  $m(t)$ , то рассмотрению подвергается передача характеризующих его параметров, т. е. передаче подлежит случайная последовательность  $\{m_i\}$ , адекватная в некотором смысле исходному процессу  $m(t)$  [3, 5]. Величины  $m_i$  могут быть непрерывными или дискретными.

Очень многие методы преобразования  $m(t)$  в  $\{m_i\}$  можно свести к разложению процесса  $m(t)$  в ряд по ортогональным функциям:

$$m(t) \approx \sum_{k=1}^N m_k \varphi_k(\bar{a}_k; t), \quad (1)$$

где  $\{\varphi_k(\bar{a}_k; t)\}$  — система базисных функций;  $\bar{a}_k$  — вектор параметров функции  $\varphi_k(t)$ . Часто система  $\{\varphi_k(\bar{a}_k; t)\}$  фиксирована. Если она полностью известна на приемной стороне, то имеем методы сокращения избыточности в виде разложения в обобщенный ряд Фурье (методы сжатия с преобразованием [1]); если неизвестны некоторые параметры  $\bar{a}_k$  компонент базиса, то приходим к алгоритмам дискретизации сообщения, требующим передачи «адресной» информации о параметрах  $\bar{a}_k$  (например, полиномиальные методы сокращения избыточности, когда тип полинома фиксирован, но некоторые его коэффициенты — «адресная» информация — передаются и т. п.).

Отметим, что во многих случаях информация об  $\bar{a}_k$  носит дискретный характер и требует точного восстановления на приемной стороне для отсутствия ошибок, обусловленных эффектом накопления.

Таким образом, сообщение  $m(t)$  задается вектором  $m = (m_1, m_2; \dots; m_N)$ , размерность которого на интервале  $(0, T)$  определяется заданной ошибкой аппроксимации и методами получения компонент  $m_k$  ( $1 \leq k \leq N$ ) вектора  $m$ , и вектором  $\bar{a} = (\bar{a}_1; \bar{a}_2; \dots; \bar{a}_N)$ .

В последующем изложении принят часто используемый в вопросах передачи аналоговых сообщений среднеквадратический (СК) критерий аппроксимации [1—5]. Поэтому ряд (1) адекватен  $m(t)$  при СК ошибке (СКО)  $\epsilon_a^2$ .

При передаче сообщения  $m(t)$  информация о нем закладывается в сигнал  $s(t; \bar{m}; \bar{a})$  известной формы, где  $\bar{m}$  и  $\bar{a}$  — интересующие нас параметры сигнала. Во многих ситуациях передаваемый по каналу связи сигнал имеет вид [4, 5]:

$$s(t; \bar{m}; \bar{a}) = \sum_{k=1}^N s_{ok}(t; m_k; \bar{a}_k), \quad (2)$$

где  $\{s_{ok}(t; m_k; \bar{a}_k)\}$  — известная на приемном конце система ортогональных функций, некоторые параметры которых модулированы исходным сообщением.

При сделанных предположениях на вход приемника поступает сигнал  $u(t) = s(t; \bar{m}; \bar{a}) + n(t)$ . Приемное устройство производит оценку  $\bar{a}^*$  и  $\bar{m}^*$  вектора  $\bar{m}$ , связанных соотношением  $\bar{m}^* = \bar{m} + \Delta\bar{m}$ , где  $\Delta\bar{m}$  — вектор ошибок, обусловленных помехами канала связи. Очевидно, что статистика ошибки  $\Delta\bar{m}$  зависит от метода кодирования компонент  $m_k$  в сигнале, статистики помех и способов приема сигнала  $u(t)$ .

Расчет ошибок  $\Delta\bar{m}$  можно провести известными методами теории оценок закодированных в сигнале  $s(t; \bar{m}; \bar{a})$  компонент вектора  $\bar{m}$  [4, 5].

Возможны две ситуации при передаче сигнала  $s(t; \bar{m}; \bar{a})$ : априорная статистика вектора  $\bar{m}$  известна, и априорные сведения о  $m(t)$  отсутствуют.

В первом случае оптимальным методом приема является байесовский [5]. Функцией приемного устройства является при этом формирование апостериорной плотности вероятности  $p(\bar{m}/u)$  по наблюдаемому входному колебанию  $u(t)$ , которая может быть выражена через априорную статистику сообщения  $p(\bar{m})$  и функцию правдоподобия  $p(u/\bar{m})$  в виде  $p(\bar{m}/u) = K p(\bar{m}) p(u/\bar{m})$ , где  $K$  — нормирующий множитель. Во втором случае вся доступная информация извлекается из функции правдоподобия  $p(u/\bar{m})$ .

При СК критерии качества оценка вектора  $\bar{m}$  представляет собой среднее значение, а информация о дисперсиях ошибок  $\Delta\bar{m}$  заключена в корреляционной матрице распределений  $p(\bar{m}/u)$  или  $p(u/\bar{m})$ .

Определим теперь СКО восстановления сообщения  $m(t)$  формулой

$$\delta_N^2 = M \int_0^T [m(t) - m^*(t)]^2 dt, \quad (3)$$

где  $M$  — оператор математического ожидания.

Пусть энергия, затрачиваемая на передачу сообщения  $\bar{m}$  по каналу связи

$$E = M \int_0^T s^2(t; \bar{m}; \bar{a}) dt = M \sum_{k=1}^N E_{ok}(m_k; \bar{a}_k). \quad (4)$$

Таким образом, эффективным методом преобразования сообщения  $m(t)$  в вектор  $\bar{m}$ , передаваемый по каналу с шумом при фиксированных методах модуляции и приема, считаем тот, который обеспечивает минимальную величину энергии  $E$  при заданной СКО восстановления  $\delta_N^2$ .

Рассмотрим некоторые конкретные методы сжатия данных и передачи их по каналу с аддитивным нормальным шумом, который в последующем будем полагать «белым» с интенсивностью  $N_0$ .

Для определения эффективности этих методов необходимо задаться статистическими характеристиками сообщения  $m(t)$ . Пусть  $m(t)$  представляет собой квазистационарный случайный процесс с нулевым средним значением, единичной дисперсией  $\sigma^2 = 1$  и корреляционной функцией  $R(\tau)$  на интервале стационарности  $(0, T)$ . Пусть максимально воз-

можная ширина спектра сообщения  $m(t)$  равна  $W_M$ , а текущая —  $W_T < W_M$  и обработке подлежит решетчатый процесс  $m_0(t)$ , представляющий собой результат дискретизации  $m(t)$  с частотой  $f_0$ , определяемой величиной  $W_M$  и заданной СКО аппроксимации  $\varepsilon_a^2$ .

Подвергнем анализу импульсные методы передачи сообщения  $\{m_i\}$ , когда кодируемые в сигнале  $s(t; \bar{m}; \bar{a})$  компоненты  $m_i$  вектора  $\bar{m}$  представляют собой непрерывные величины\*. Аналоговые методы модуляции сигнала  $s(t; \bar{m}; \bar{a})$  накладывают ограничения на способ образования вектора  $\bar{m}$ . Предполагая, что параметры  $\bar{a}_k$  базисных функций  $\varphi_k(\bar{a}_k; t)$  в выражении (1) должны быть восстановлены на приемном конце точно, целесообразными следует признать такие методы преобразования  $m(t)$  в  $\bar{m}$ , когда система  $\{\varphi_k(t)\}$  полностью определена. При этом приходим к методам сжатия с преобразованием или методам дискретизации с известной фиксированной частотой считывания  $f'_0 \leq f_0$ .

Величина СКО восстановления при представлении процесса  $m(t)$  обобщенным рядом Фурье определяется формулой

$$\delta^2 = M \int_0^T \left[ \sum_{k=1}^{\infty} m_k \varphi_k(t) - \sum_{k=1}^N (m_k + \Delta m_k) \varphi_k(t) \right]^2 dt = M \int_0^T \left[ \sum_{k=N+1}^{\infty} m_k \varphi_k(t) - \sum_{k=1}^N \Delta m_k \varphi_k(t) \right]^2 dt = \varepsilon_a^2 + \sum_{k=1}^N M \{\Delta m_k^2\} \quad (5)$$

и представляет собой сумму СКО аппроксимации  $\varepsilon_a^2$  и ошибки  $\varepsilon_k^2$ , определяемой шумами канала связи.

При дискретизации  $m(t)$  с частотой  $f$  величина СКО  $\delta^2$  также определяется соотношением (5), если считать, что предварительно процесс  $m(t)$  проходит через фильтр низких частот с граничной частотой

$f_c = \frac{f}{2}$ , а интервал  $T \gg \frac{2\pi}{W_T}$  [8]. При этом величина СКО  $\varepsilon_a^2$  определяется из соотношения

$$\varepsilon_a^2 = 2 \int_{2\pi f_c}^{\infty} G_m(\omega) d\omega, \quad (6)$$

где  $G_m(\omega)$  — энергетический спектр исходного сообщения  $m(t)$ .

Рассмотрим линейную модуляцию (АИМ) и прием по методу максимального правдоподобия сигнала  $s(t; \bar{m}) = \sum_{k=1}^N m_k s_{ok}(t)$  для трех методов обработки сообщения:

а) дискретизации  $m(t)$  с частотой  $f_0$  (при этом размерность вектора равна  $N$ );

б) «адаптивной» выборки, под которой предполагается любой метод, связанный с определением текущей полосы  $W_T$  (при этом вектор  $\bar{m}$  получен путем дискретизации  $m(t)$  с частотой  $f$ , определяемой  $W_T$ , а его размерность  $N' = NW_T/W_M = N/K_{сж}$ );

в) сжатия с преобразованием (вектор  $\bar{m}$  получен путем разложения  $m(t)$  в ряд Фурье, а его размерность  $N'' = N'$  [1, 9]).

В первых двух случаях дисперсии  $\sigma_k^2$  компонент  $m_k$  вектора  $\bar{m}$  равны дисперсии исходного процесса ( $\sigma_k^2 = \sigma^2 = 1$ ), в третьем  $\sigma_k^2$  — разные и определяются степенью неравномерности спектра  $G_m(\omega)$ , их вели-

\* Дискретные (цифровые) методы передачи непрерывных сообщений по каналу с шумом рассмотрены в [3] при полностью определенной системе функций  $\{\varphi_k(t)\}$ , а также в [6, 7], где учитывается наличие «адресной» информации о параметрах  $\bar{a}_k$  базисных функций  $\varphi_k(\bar{a}_k; t)$ .

чины при больших размерностях  $N''$  вектора  $\overline{m}$  значительно меньше 1.

При сделанных предположениях относительно сигнала, шума и метода приема оценки  $m_k^*$  компонент вектора  $\overline{m}$  независимы, среднее значение их  $M\{m_k^*\} = 0$ , а дисперсия ошибки  $M\{\Delta m_k^2\} = N_0/2E_{ok}$  [4, 5, 10].

Таким образом, при равномерной дискретизации процесса  $m(t)$  ошибка будет тем больше, чем больше размерность  $N$  вектора  $\overline{m}$ , при условии, что увеличение  $N$  сверх  $N'$  почти не влияет на величину  $\epsilon_a^2$ . Последнее справедливо, если  $G_m(\omega)$  резко убывает при  $\omega > W_T$ . Следовательно, сжатие данных при отсутствии априорных сведений о статистике  $m(t)$  обуславливает энергетический выигрыш  $B_1$ , который можно определить из соотношения  $\delta_N^2 = \delta_{N'}^2$ , т. е.

$$\epsilon_a^2(N) + \sum_{k=1}^N M\{\Delta m_k^2\} = \epsilon_a^2(N') + \sum_{k=1}^{N'} M\{(\Delta m_k')^2\}. \quad (7)$$

Полагая, что  $\epsilon_a^2(N) = \epsilon_a^2(N')$  и энергии элементарных сигналов равны, т. е.  $E_{ok} = E_0$  и  $E'_{ok} = E_0$ , можно из (7) получить  $B_1 = E/E_1 = [N/N']^2 = K_{сж}^2$ .

Аналогично можно определить выигрыш  $B_2$  для метода сжатия с преобразованием при приеме по методу максимального правдоподобия. Очевидно, что оптимальным набором функций  $\{\varphi_k(t)\}$  будет тот, который минимизирует величину  $N$  при заданной СКО  $\epsilon_a^2$ . Для нормальных процессов оптимальным набором являются собственные функции оператора Фредгольма с ядром  $R(\tau)$ , т. е. представление  $m(t)$  рядом Карунена — Лоева [3, 9, 10]. Заметим, что для методов сжатия данных, передаваемых по каналу с шумом, целесообразно ограничиться такой величиной  $N$ , при которой СКО  $\epsilon_k^2$  не больше ошибки  $\epsilon_a^2$ . Последующее увеличение  $N$  приводит к росту  $\delta_N^2$ , так как  $\epsilon_a^2$  становится меньше ошибки, обусловленной шумами канала [3, 5]. Это, однако, справедливо, если  $\epsilon_k^2$  возрастает с увеличением  $N$  быстрее, чем  $\epsilon_a^2$  убывает.

Для АИМ-передачи компоненты  $m_k$  требуются энергии  $E_k = \sigma_k^2 E_{ok}$ . Отсюда величина  $E_2$ , необходимая для передачи  $m(t)$  путем его представления рядом Фурье при заданной СКО  $\delta^2$ , определяется выражением

$$E_2 = \sum_{k=1}^{N''} \sigma_k^2 E_{ok}'' = E_0'' \sum_{k=1}^{N''} \sigma_k^2 = \sigma^2 E_0'' \quad (8)$$

при некоррелированности компонент  $m_k$ , что меньше соответствующей величины энергии для метода «адаптивной» выборки. При  $T \gg \tau_k$ , где  $\tau_k$  — максимальное время корреляции процесса  $m(t)$ , корреляцией между компонентами  $m_k$  ряда Фурье можно пренебречь [10]. Тогда величины  $\sigma_k^2$  можно приближенно определить так:  $\sigma_k^2 \approx 2G_m(k\Delta\omega)\Delta\omega$ , где  $\Delta\omega = \pi/T$  [9].

Таким образом, при АИМ-передаче равномерная дискретизация с частотой  $f_0$  требует для обеспечения СКО  $\delta^2$  энергии  $E$ , метод «адаптивной» выборки ( $f$ ) —  $E_1 = E/K_{сж}^2$ , а представление рядом Фурье — энергии  $E_2 = E(K_{сж}^2 N'')$ . Значит, метод сжатия с преобразованием дает максимальный выигрыш  $B_2$ , увеличивающийся с ростом размерности  $N''$  вектора  $\overline{m}$ . Однако, как отмечалось, целесообразно ограничиться такой оптимальной величиной  $N''$ , когда  $\epsilon_a^2 = \epsilon_k^2$  ( $N''$  зависит от статистики процессов  $m(t)$  и  $n(t)$ ).

Для нелинейных методов аналоговой модуляции неэнергетических параметров сигнала  $s(t; \overline{m})$  (например, для ВИМ) выигрыш  $B_2 = B_1$ , т. е. определяется только величиной  $K_{сж}$ , так как энергии элементарных

сигналов  $s_{ok}(t)$  одинаковы для всех видов обработки  $m(t)$ . Величина  $E_0$  для нелинейной модуляции, обеспечивающей заданное значение  $M\{\Delta m_k^2\}$ , при достаточно высоких отношениях с/ш, позволяющих пренебречь пороговыми эффектами, естественно меньше соответствующей величины  $E_0$  при АИМ-передаче\* [4, 5].

Таким образом, аналоговая модуляция энергетических параметров сигнала  $s(t; \bar{m})$  при методе сжатия с преобразованием позволяет учесть различную информативность компонент  $m_k$  вектора  $\bar{m}$ , определяемую величинами  $\sigma_k^2$ , и дает максимальный энергетический выигрыш.

Исследуем теперь эффективность рассмотренных алгоритмов сжатия данных с известными статистическими характеристиками, прием которых ведется байесовским приемником.

При нелинейных методах модуляции неэнергетических параметров сигнала  $s(t; \bar{m})$  и больших отношениях с/ш допустима аппроксимация функции правдоподобия  $p(u/\bar{m})$  в окрестности максимума нормальным распределением с нулевым средним и диагональной корреляционной

матрицей  $\Phi = S^{-1}$  [5], где матрица  $S$  имеет элементы  $s_{ij} = \frac{2}{N_0} \int_0^T \frac{\partial s(t; \bar{m})}{\partial m_i} \cdot \frac{\partial s(t; \bar{m})}{\partial m_j} dt$ . При АИМ-передаче  $p(u/\bar{m})$  имеет точный нормальный вид

$N[0, \Phi]$ , где  $\Phi = S^{-1}$ , а матрица  $S$  имеет элементы  $s_{ij} = \frac{2}{N_0} \int_0^T s_i(t) s_j(t) dt$

и является диагональной.

Если вектор  $\bar{m}$  нормальный ( $N[0, R]$ ), то апостериорное распределение вектора  $\bar{m}$  также нормальное ( $N[0, C]$ ), причем матрица  $C$  определяется из соотношения  $C^{-1} = \Phi^{-1} + R^{-1} = S + V$ . Дисперсия байесовских оценок определяется диагональными элементами  $c_{ii}$  матрицы  $C$  [5].

Практически оптимальный байесовский приемник для нормального сообщения, подвергнутого равномерной дискретизации, реализуется просто: он представляет собой последовательное соединение приемника максимального правдоподобия и оптимального линейного фильтра [5].

Для рассматриваемого случая помеха имеет характер «белого» шума с дисперсией  $M\{\Delta m_k^2\}$  в полосе  $\Delta\omega$ , равной  $W_m$  или  $W_T$  в зависимости от частоты дискретизации, а сообщение представляет нормальную последовательность со спектральной плотностью  $G_{m_0}(\omega)$ . Если справедливо условие  $N \gg 1$ , то минимальная СКО при байесовском приеме может быть найдена приближенно из соотношения [11].

$$M\{\Delta m_k^2\} = \int_{-\Delta\omega}^{\Delta\omega} \{G_{m_0}(\omega) G_n(\omega) / [G_{m_0}(\omega) + G_n(\omega)]\} d\omega. \quad (9)$$

Для определения эффективности методов сжатия данных необходимо задать конкретным энергетическим спектром сообщения. Часто в качестве модели  $m(t)$  используется нормальный процесс с  $L$ -образным спектром. Пусть

$$G_m(\omega) = \begin{cases} k_1, & \text{если } \omega \leq W; \\ k_2, & \text{если } W < \omega < W_T \text{ } (k_2 < k_1); \\ k_2 e^{-\gamma(\omega - W)}, & \text{если } \omega \geq W_T \end{cases} \quad (10)$$

\* Оптимальное распределение энергий  $E_k$  по компонентам  $m_k$  здесь не рассматривается. Однако заметим, что его можно определить методом множителей Лагранжа [3, 5].

(при  $\gamma \rightarrow \infty$  спектр имеет  $L$ -образную форму и ограничен полосой  $W_T$ ).  
 Пусть  $N \gg 1$ , тогда дискретизация  $\epsilon^2 (N \sigma_{ok})^2 / N \ll \sigma^2$  выражение для  $\delta_N^2$

имеет вид (11), но  $A = \frac{M \{(\Delta m'_k)^2\}}{W_T}$ .

Пусть для простоты  $W_T = W$  — спектр  $G_m(\omega)$  прямоугольный. Тогда выражение (11) упрощается:

$$\delta_N^2 \approx \frac{W_T N k_1 N_0 / 2 E_{ok} W_M}{k_1 + N_0 / 2 E_{ok} W_M}. \quad (12)$$

Приравнивая  $\delta_N^2$  и  $\delta_{N'}^2$  и проводя алгебраические преобразования, можно найти, что

$$B_1 = K_{сж} \frac{\sigma^2 + N_0 / 2 E'_{ok}}{\sigma^2 + N_0 / 2 E_{ok} K_{сж}}, \quad (13)$$

т. е. при больших отношениях с/ш  $B_1 \approx K_{сж}$ , а при малых отношениях с/ш, когда ошибка максимального правдоподобия соизмерима с величиной  $\sigma^2$ ,  $B_1 \approx 2K_{сж}$ .

Можно показать, что линейная зависимость  $B_1$  от  $K_{сж}$  сохраняется и для  $L$ -образного энергетического спектра.

Для метода сжатия сообщения путем представления сигнала  $m(t)$ , спектр которого прямоугольный, рядом Фурье размерность вектора  $\bar{m}$  равна  $N'' = N'$ , а ошибка

$$\delta_{N''}^2 \approx \sum_{k=1}^{N''} M \{(\Delta m''_k)^2\} = \frac{\sigma^2}{1 + 2\sigma^2 E''_{ok} / N'' N_0}. \quad (14)$$

Тогда из равенства  $\delta_N^2 = \delta_{N''}^2$  можно найти, что

$$B_2 = K_{сж} N'' [N_0 (N'' - 1) / (2E''_{ok} \sigma^2) + 2], \quad (15)$$

т. е. при больших отношениях с/ш величина  $B_2$  пропорциональна  $K_{сж}$  и размерности вектора  $\bar{m}$ , а при малых отношениях с/ш  $B_2$  пропорциональна  $K_{сж}$  и квадрату размерности вектора  $\bar{m}$ .

Для нелинейных методов модуляции и байесовского приема величина  $B_1$  имеет такой же вид, как и при АИМ, а величина  $B_2$  в  $N''$  раз меньше, если процесс  $m(t)$  имеет прямоугольный энергетический спектр. Поэтому при больших отношениях с/ш выигрыши  $B_1$  и  $B_2$  соизмеримы, а при малых отношениях с/ш, но таких, что вероятность аномальных ошибок мала, отношение  $B_2/B_1$  пропорционально размерности вектора  $\bar{m}$ .

## ВЫВОДЫ

При аналоговых методах модуляции передаваемого по каналу связи с шумами сигнала  $s(t; \bar{m})$  сокращение избыточности в закодированном в нем непрерывном сообщении  $m(t)$  позволяет получить энергетический выигрыш тем больший, чем сильнее избыточность в  $m(t)$  и чем меньше известно о его статистике.

Максимальный выигрыш по энергии для нормальных сообщений дают методы их представления обобщенным рядом Фурье.

Методы модуляции энергетических параметров сигнала  $s(t; \bar{m})$  позволяют учитывать различную информативность компонент вектора  $\bar{m}$  в отличие от модуляции неэнергетических параметров.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сокращение избыточности. Тематический выпуск.—ТИИЭР, 1967, т. 55, № 3.
2. Л. Дэвиссон. Теоретический анализ систем сжатия данных.—ТИИЭР, 1968, т. 56, № 2.
3. P. Wintz, A. Kurtenbach. Waveform Error Control in PCM Telemetry.—IEEE Tr., 1968, v. IT-14, № 5.
4. Дж. Возенкрафт, И. Джекобс. Теоретические основы техники связи, М., «Наука», 1969.
5. С. Е. Фалькович. Оценка параметров сигнала. М., «Советское радио», 1970.
6. В. А. Свириденко. Помехоустойчивость цифровых методов передачи аналоговых сообщений с повышенной информативностью.—Радиотехника, 1973, № 4.
7. В. А. Свириденко. Энергетическая эффективность кодирования источника аналоговых сообщений, передаваемых по каналу с шумом.—Труды V конференции по теории кодирования и передачи информации, секция VI. Кодирование в сложных системах. Обработка сообщений. М.—Горький, 1972.
8. W. Wolf, R. Elsner. Über die Minimisierung von Abtast — Quantisierungs und Kanalfehler.—AEÜ, 1971, v. 25, № 4.
9. В. С. Пугачев. Теория случайных функций. М., Физматгиз, 1962.
10. В. Давенпорт, В. Рут. Введение в теорию случайных сигналов и шумов. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
11. А. М. Яглом. Введение в теорию стационарных случайных функций.—УМН, 1952, т. VII, вып. 5 (51).

Поступила в редакцию 3 августа 1971 г.

УДК 512.24

В. С. КИРИЧУК, Б. Н. ЛУЦЕНКО

(Новосибирск)

### ОБНАРУЖЕНИЕ ЗНАЧИМЫХ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Пусть имеется комплекс  $n$  измерительных средств, обслуживающих некоторый эксперимент. Исследуемый процесс в каждый момент времени характеризуется  $m$ -мерным вектором параметров  $A$ . Некоторые из приборов могут поставлять на всем интервале наблюдения смещенные данные. Смещение предполагается постоянным во времени. Игнорирование этих систематических ошибок при обработке приводит к недостоверным результатам. Обращение же к общей модели, предполагающей наличие постоянных ошибок в показаниях всех приборов, существенно занижает точность получаемых оценок. Представляется целесообразным выделить из всего комплекса средства, данные от которых не содержат систематических ошибок. Построение и последующее использование скорректированной модели, предполагающей смещение лишь в части приборов, приводят к более точным оценкам параметров. Эффект особенно ощутим, если удастся выделить  $m$  достоверных приборов, позволяющих однозначно охарактеризовать состояние исследуемого явления в каждый момент времени.