

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.323 : 621.317.757.32

А. И. ГРЕЧИШНИКОВ, В. Н. ЛУТАЙ, И. Г. ЧАЛАБОВ
 (Таганрог)

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ НАД ВЕКТОРАМИ
 ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ**

Известное выражение для получения коэффициентов Фурье с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) выглядит следующим образом:

$$A_i + 1(j) = A_i(j) + A_i(k) e^{-2\pi jrk/N}; \quad A_i + 1(k) = A_i(j) - A_i(k) e^{-2\pi jrk/N};$$

$$i = 0, 1, \dots, (\log_2 N - 1), \quad (1)$$

где $A_i(j)$ и $A_i(k)$ — комплексные величины, выполняемые в i -й итерации и находящиеся соответственно в j -й и k -й ячейках памяти вычислительного устройства; N — количество дискрет реализации исследуемого процесса:

$$e^{-2\pi jrk/N} = \cos \frac{2\pi rk}{N} - j \sin \frac{2\pi rk}{N}.$$

Основной частью операционных устройств процессоров БПФ, реализующих алгоритм (1), является блок перемножения двух комплексных величин $A_i(k)$ и $e^{\frac{2\pi jrk}{N}}$. Перемножение ведется по следующему алгоритму:

$$\operatorname{Re} [A_i(k) e^{-2\pi jrk/N}] = \operatorname{Re} [A_i(k)] \cos \frac{2\pi rk}{N} - \operatorname{Im} [A_i(k)] \sin \frac{2\pi rk}{N};$$

$$\operatorname{Im} [A_i(k) e^{-2\pi jrk/N}] = \operatorname{Im} [A_i(k)] \cos \frac{2\pi rk}{N} + \operatorname{Re} [A_i(k)] \sin \frac{2\pi rk}{N}. \quad (2)$$

При одновременном получении действительных и мнимых частей произведения в операционном устройстве необходимо иметь четыре сумматора и шесть регистров [1]. Выражение (2) представляет собой запись результатов умножения двух комплексных чисел, представленных в алгебраической форме. Геометрически операция умножения $e^{-\frac{2\pi rk}{N}}$ означает поворот вектора $A_i(k)$ под действием вектора $e^{-\frac{2\pi rk}{N}}$ на угол, образуемый последним с осью действительных чисел.

Известен специализированный алгоритм Волдера [2], с помощью которого операции поворота вектора выполняются очень быстро и точно. Алгоритм Волдера имеет два вычислительных режима: режим вращения и векторный режим. В режиме вращения задаются координатные составляющие вектора и угол θ , на который он должен быть повернут. В результате выполнения алгоритма вычисляются координатные составляющие повернутого вектора. Процесс вращения на заданный угол разбивается на ряд инкрементных поворотов, количество и величина которых определяются заранее.

После одного поворота (рис. 1) координатные составляющие вектора вычисляются, согласно выражениям:

$$Y_{k+1} = Y_k \pm 2^{-(k-2)} X_k; \quad X_{k+1} = X_k \pm 2^{-(k-2)} Y_k. \quad (3)$$

Величина инкрементного поворота α_k определяется следующим образом:

$$X_k = \operatorname{arctg} 2^{-(k-2)}, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4)$$

Процесс инкрементных поворотов продолжается до тех пор, пока сумма углов α_k не станет равной по величине и обратной по знаку углу θ , т. е.

$$-\theta = \sum_{k=1}^n \alpha_k. \quad (5)$$

В векторном режиме по координатным составляющим вектора определяется его модуль и угол, который он образует с осью действительных чисел. Инкрементные повороты заканчиваются при $X_k \cong 0$. При этом Y_k совпадает с осью действительных чисел, т. е. совпадает с модулем вектора, а сумма инкрементных поворотов становится равной углу φ , т. е.

$$\varphi = \sum_{k=1}^n \alpha_k. \quad (6)$$

Следует отметить, что ряд (6) быстро сходится. Практически за двенадцать поворотов можно получить модуль и величину угла φ с точностью до 0,01%. Очевидно, что все операции, необходимые для реализации обоих режимов, сводятся к операциям сдвига и суммирования.

Для реализации алгоритма БПФ воспользуемся режимом вращения алгоритма Волдера. При

этом $A_i(k)$ является вектором, который необходимо повернуть на угол $\theta = \frac{-2\pi r k}{N}$. Координатными составляющими вектора служат действительная $\text{Re}[A_i(k)]$ и мнимая $\text{Im}[A_i(k)]$ части, хранящиеся в оперативном запоминающем устройстве (ОЗУ). На рис. 2 показана структурная схема операционного устройства процессора БПФ. В нее входят три сумматора и три регистра, соединенные между собой таким образом, что над величинами, входящими из ОЗУ, выполняются операции, описанные (3).

В сдвиговых регистрах P_1 и P_2 хранятся как начальные, так и промежуточные операнды, полученные в результате выполнения операций сдвига и суммирования. В регистр P_3 одновременно с поступлением чисел в регистры P_1 и P_2 записывается величина

$\theta = \frac{-2\pi r k}{N}$. В сумматоре C_3 производится сложение содержимого регистра P_3 со значениями углов инкрементных поворотов, поступающих из постоянного ЗУ. Результат суммирования переписывается из сумматора в регистр. Знаковый разряд регистра управляет знаком операции сложения в C_1 , C_2 и C_3 при выполнении следующего инкрементного поворота [2].

После окончания вращения вектора в регистре P_3 записан ноль, так как выполнено условие (5), а в регистрах P_1 и P_2 — реальные и мнимые части произведения

$A_i(k) e^{\frac{-2\pi r k}{N}}$ соответственно. Далее они суммируются, согласно с выражениями (1), с величинами $\text{Re}[A_i(j)]$ и $\text{Im}[A_i(j)]$, поступающими из ОЗУ. Необходимо отметить, что, несмотря на явную экономию оборудования, быстродействие и точность описанного вычислительного устройства (ВУ) не уступают параметрам ВУ, рассмотренного в работе [1].

В процессорах БПФ может найти применение и векторный режим алгоритма Волдера. При вычислении амплитудного и фазового спектров обычно затрачивается большое количество машинного времени на выполнение операций деления, извлечения квадратного корня и определения функции арктангенса. В то же время очевидно, что величины, получаемые после выполнения векторного режима, являются составляющими этих спектров. При этом в качестве координатных составляющих вектора служат действительные и мнимые части вычисленных спектральных коэффициентов. Векторный режим реализуется с помощью того же оборудования, что и режим вращения.

После окончания инкрементных поворотов в регистре P_2 находится число, совпадающее с величиной, подсчитанной по формуле

$$R_n = \sqrt{[\text{Re}(C_n)]^2 + [\text{Im}(C_n)]^2},$$

где C_n — спектральный коэффициент. Число же в регистре P_3 равно

$$\varphi_n = -\arctg \frac{\text{Im}[C_n]}{\text{Re}[C_n]}.$$

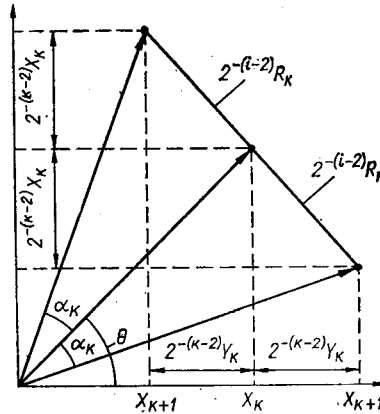


Рис. 1.

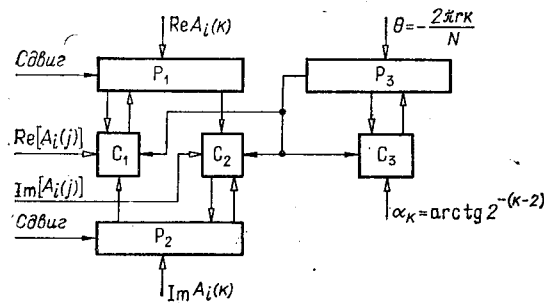


Рис. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Клан, Шайвли, Гомец, Гилмартин. Специализированный процессор для быстрого решения задач гармонического анализа.—Электроника (перевод с англ.), 1968, т. 41, № 13.
2. J. E. Volder. The CORDIC Trigonometric Computing Technique.—IRE Trans. on Electronic Computers, 1969, p. 330.

Поступило в редакцию 4 мая 1972 г.

УДК 621.374.387

Б. И. СУВОРОВ, В. А. ТИТОВ

(Томск)

АМПЛИТУДНО-ВРЕМЕННОЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ

Известны преобразователи амплитуды импульсов в длительность интервала времени, в которых используют разряд конденсатора от амплитудного значения до напряжения сравнения [1, 2].

В сообщении анализируется амплитудно-временной преобразователь, выполненный на полупроводниковых элементах (рис. 1).

В исходном режиме транзисторы T_1 и T_2 находятся в состоянии насыщения, а туннельный диод D_2 типа 3И301А — в «высоковольтном» состоянии. Входной импульс отрицательной полярности заряжает через сопротивления перехода исток — затвор полевого транзистора T_1 и диода D_1 , включенных параллельно, конденсатор C до напряжения, равного примерно амплитуде импульса. По окончании входного импульса положительное напряжение на конденсаторе C воздействует на затвор транзистора T_1 , токи через транзисторы T_1 и T_2 прекращаются и туннельный диод D_2 оказывается в «низковольтном» состоянии. Конденсатор C разряжается через параллельно соединенные резистор R_1 и обратное сопротивление диода D_1 , а также током затвора полевого транзистора T_1 . Когда напряжение на затворе транзистора T_1 достигает напряжения отсечки, то через транзистор T_1 начинает протекать ток, что приводит к открыванию транзистора T_2 , и при

токе коллектора транзистора T_2 , равно пиковому току туннельного диода перейдет из «низковольтного» состояния в «высоковольтное». Таким образом, на туннельном диоде получается прямоугольный импульс, длительность которого пропорциональна амплитуде входного импульса.

На рис. 2 приведены зависимости длительности выходного импульса T и коэффициента преобразования $K_{пр} = \partial T / \partial U_m$ от амплитуды входного импульса U_m для амплитудно-временного преобразователя, выполненного по схеме на рис. 1.

Параллельно входу транзистора T_1 поставлен полупроводниковый диод D_1 типа 2Д503А, чтобы уменьшить постоянную времени заряда конденсатора C . Ошибка преобразования, возникающая в связи с недозарядом зарядной емкости C , рассчитана в работе [3], величина ее не превышает 1% при длительности входного импульса 0,5 мкс.

Назначение диода D_3 — предохранить туннельный диод от перегрузок на диффузионной ветви вольт-амперной характеристики диода.

В температурном диапазоне от $+15$ до $+50^\circ\text{C}$ величина $K_{пр}$ изменялась на $0,12\%/^\circ\text{C}$. Температурная нестабильность коэффициента преобразования обусловлена в основном нестабильностью обратного тока диода D_1 .

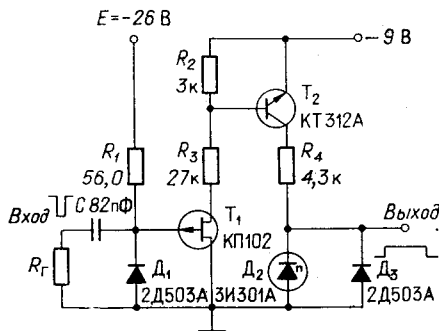


Рис. 1.

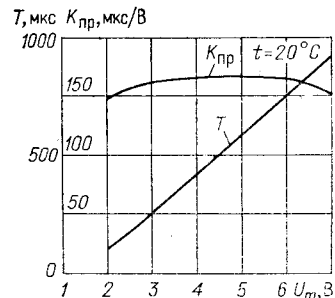


Рис. 2.