

Сущность способа — построение сложной матрицы путем комбинирования простых однотипных матриц-блоков. Из какой-либо одной базовой матрицы циклической перестановкой пачек получаем семейство матриц, которое используется для построения сложной матрицы.

На рис. 2, а показана матрица для $p=400$, $n=10$, $g=5$, код однопеременный. Она состоит из четырех блоков $p=100$, $n=10$, $H=7$, $g=5$. Все блоки имеют идентичное строение. Так, второй блок получен из первого при циклической перестановке пачек на один шаг вправо, у третьего блока те же пачки смещены на два шага. Эта закономерность несколько нарушена у четвертого блока в связи с необходимостью обеспечить цикличность кода, но все однотипные пачки расположены

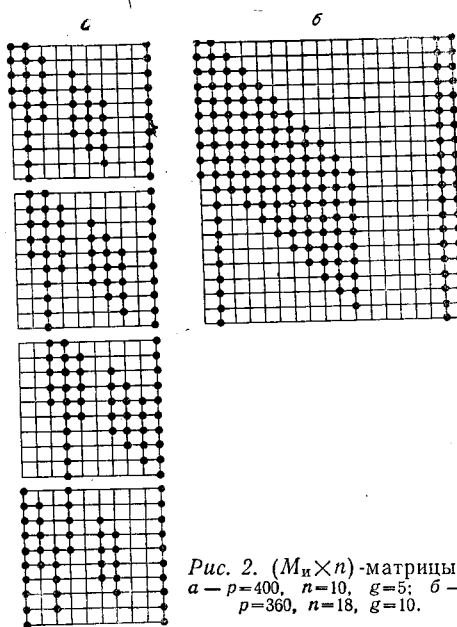


Рис. 2. $(M_n \times n)$ -матрицы:
а — $p=400$, $n=10$, $g=5$; б —
 $p=360$, $n=18$, $g=10$.

в пределах одних и тех же строк, изменились лишь столбцы.

На рис. 2, б показан блок $p=360$, $n=18$. Объединив десять подобных блоков, мы получили ККУ для 3600 уровней квантования. Шкала имеет $H=100$ пачек, длина которых кратна десяти вместо 3600 пачек для аналогичной двоичной шкалы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Шарин. Способ построения кольцевых кодирующих устройств.— *Автометрия*, 1970, № 4.
2. Д. Риордан. Введение в комбинаторный анализ. М., Изд-во иностр. лит., 1963.

Поступила в редакцию 17 декабря 1971 г.

УДК 621.391.3 : 621.391.8

Л. А. МИРОНОВСКИЙ, В. А. СЛАЕВ

(Ленинград)

УМЕНЬШЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ В АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛАХ

Среди задач, возникающих при разработке и эксплуатации любой системы передачи или хранения информации, большое значение имеет повышение помехоустойчивости. Довольно часто помехи имеют вид пиков шума малой длительности и большой амплитуды, которые называются импульсными помехами. Другим видом импульсных помех являются пропадания сигнала. В ряде случаев импульсные помехи имеют спектр, совпадающий со спектром сигнала, и не могут быть отфильтро-

ваны обычными способами. Метод, описываемый в настоящей статье, позволяет уменьшить влияние импульсных помех без изменения полосы частот, скорости передачи, средней мощности и длительности сигнала временной области [1].

Описание способа. Сущность рассматриваемого метода [2] состоит в линейном преобразовании исходного сигнала в сигнал, предназначенный для передачи по каналу связи, в соответствии с некоторым оператором $\Phi = S^{-1}AS$, а принимаемого сигнала — оператором $\Phi^{-1} = S^{-1}A^{-1}S$ (рис. 1). Здесь S — оператор сдвига; S^{-1} — обратный ему оператор; A — оператор, описываемый матрицей A , и A^{-1} — обратный ему оператор.

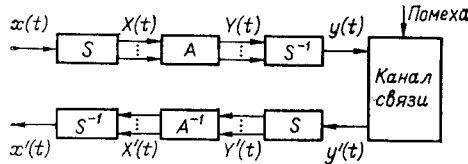


Рис. 1.

Похожие процедуры преобразования информации с целью повышения ее помехоустойчивости рассматривались в [3—5] для случая передачи цифровой информации по каналу связи, в [6] для повышения точности решения задач, описываемых дифференциальными уравнениями, на вычислительной машине

и в [7] для использования в вокодере. Интересно, что аналогичный вид имеет схема преобразования сигнала при голографии [8], позволяющей получать высококачественные изображения с большой разрешающей способностью.

Опишем подробнее процедуру линейных прямого и обратного преобразований некоторого непрерывного сигнала $x(t)$, $0 \leq t < T$. Действие оператора Φ состоит в последовательном применении линейных операторов S , A и S^{-1} . Применение оператора сдвига S эквивалентно разбиению исходного сигнала $x(t)$ на n участков равной длительности $\Delta t = T/n$ и получению n сигналов вида:

$$x_1(t) = x(t), x_2(t) = x\left(t + \frac{T}{n}\right), \dots, x_n(t) = x\left(t + \frac{n-1}{n}T\right); \quad 0 \leq t < T/n, \quad (1a)$$

т. е. получению n -мерной вектор-функции $X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$. При помощи

неособенной квадратной матрицы $A = [a_{ij}]_{1, n}$, элементами которой являются действительные числа, вектор X преобразуется в вектор $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}$:

$$Y = AX. \quad (16)$$

Оператор S^{-1} является обратным оператору S и производит операцию «склеивания» сигналов $y_i(t)$; $0 \leq t < T/n$; $i = 1, 2, \dots, n$.

Заметим, что в результате выполненного преобразования каждая из n составляющих $y_i(t)$ содержит информацию о всем сигнале $x(t)$, а информация о значении сигнала $x(t)$ в любой момент времени $0 \leq t < T$ содержится в каждой составляющей $y_i(t)$. Именно этот факт (полностью аналогичный случаю голографической записи изображений) обеспечивает высокую помехоустойчивость преобразованной информации по отношению к импульсным помехам. Даже в случае полной потери информации с одного или более участков y_i исходный сигнал может быть восстановлен полностью (с некоторой погрешностью) в процессе выполнения обратного преобразования, которому подвергается вектор $Y + \Delta Y$, где ΔY — вектор помехи. При этом ошибка ΔX в восстановленном сигнале определяется по формуле

$$\Delta X = A^{-1}\Delta Y. \quad (2)$$

Если в результате действия импульсной помехи одна из составляющих вектора ΔY окажется отличной от нуля, то это приводит в общем случае к появлению вектора ΔX , все компоненты которого отличны от нуля. Таким образом, вместо помехи по одной составляющей появились помехи по всем составляющим, т. е. произошло растягивание импульсной помехи по всей длительности сигнала.

Геометрический смысл такого преобразования состоит в следующем. Однократная помеха Δy_i представляет собой вектор, имеющий направление одной из координатных осей. При использовании изометрического преобразования вектор ΔY оказывается повернутым относительно координатных осей n -мерного пространства на некоторый угол без изменения своей величины. Помехи Δx_j суть его проекции на координатные оси x_1, x_2, \dots, x_n ; следовательно, каждая из них меньше, чем Δy_i . Коэффициенты $a_{ij}, i=1, 2, \dots, n$, являются направляющими косинусами вектора ΔY .

Постановка задачи. Целью настоящей работы является исследование требований к операторам прямого и обратного преобразований аналогового сигнала и поиск операторов, удовлетворяющих этим требованиям. Требования к операторам будут в общем случае различными в зависимости от поставленных задач. Сформулируем основные четыре задачи: 1) получение равномерного распределения импульсной помехи по длительности выходного сигнала $x'(t)$; 2) исключение разрывов на границах между участками $y_i(t)$ преобразованного сигнала; 3) обеспечение стационарности сигнала $y(t)$ по дисперсии; 4) простота технической реализации.

Требования к матрице A и A^{-1} . Ниже анализируются свойства, которыми должна обладать матрица A (или обратная ей матрица A^{-1}) в каждой из указанных задач.

1. Из формулы (2) следует, что для получения равномерного распределения импульсной помехи по длительности выходного сигнала все элементы матрицы A^{-1} должны быть равны по абсолютной величине. Среди ортогональных матриц такому требованию удовлетворяют матрицы Адамара [5]. Из неортогональных матриц необходимо отметить [3] матрицу вида

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} -1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & -1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & -1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

которая совпадает с одной из модификаций матрицы Адамара при $n=4$.

2. При произвольном выборе матрицы A сигнал $y(t)$ будет иметь в общем случае $(n-1)$ разрывов на границах участков $y_i(t)$. На практике это приводит к тому, что в выходном сигнале появляются дополнительные помехи из-за конечной полосы пропускания реального канала связи.

Рассмотрим условия, накладываемые на выбор матрицы A для получения непрерывной на $[0, T]$ функции $y(t)$. Они могут быть записаны в виде:

$$y_i(T/n) = y_{i+1}(0); \quad i=1, 2, \dots, n-1. \quad (4)$$

По (1) $y_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j(t)$; $i=1, 2, \dots, n$. Тогда (4) перепишем следующим образом:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j(T/n) = \sum_{j=1}^n a_{i+1,j}x_j(0); \quad i=1, 2, \dots, n-1. \quad (5)$$

Учитывая, что $x_j(T/n) = x_{j+1}(0)$, $j=1, 2, \dots, n-1$, получим

$$a_{i,n}x(T) - a_{i+1,1}x(0) + \sum_{j=2}^n (a_{i,j-1} - a_{i+1,j})x_j(0) = 0; \quad i=1, 2, \dots, n-1. \quad (6)$$

Для выполнения уравнения (6) при произвольном $x(t)$ необходимо, чтобы:

$$a_{i,j-1} - a_{i+1,j} = 0; \quad i=1, 2, \dots, n-1; \quad j=2, 3, \dots, n; \quad (7)$$

нение условия (8), которое связывает значения на краях интервала $[0, T]$. Можно выделить четыре различных случая:

$$x(0) = x(T) = 0; \quad (9)$$

$$x(0) = x(T) \neq 0; \quad (10)$$

$$x(0) = \alpha x(T), \quad \alpha = \text{const} \neq 1;$$

где $x(0)$, $x(T)$ — произвольные.

Практически важными случаями являются условия (9) и (10). Для (9) тёплицева матрица является необходимым и достаточным условием для обеспечения непрерывности $y(t)$. Для (10) добавляется дополнительное требование $a_{i,n} = a_{i+1,1}$. В этом случае получается циклическая матрица (циркулянта).

Следует отметить, что условия непрерывности производных функции $y(t)$ требуют идентичных ограничений на выбор матрицы A . Таким образом, имеет место следующая теорема.

Т е о р е м а. Пусть функция $x(t)$ и ее первые k производных непрерывны на интервале $[0, T]$ и равны нулю на краях интервала. Тогда для непрерывности на том же интервале функции $y(t)$, получаемой из $x(t)$ при помощи линейных преобразований (1), и ее первых k производных необходимо и достаточно, чтобы матрица A была тёплицевой.

3. Для рационального использования динамического диапазона канала связи необходима стационарность преобразованного сигнала $y(t)$ по дисперсии. Известно, что разложение Карунена — Лозва диагонализует автокорреляционную матрицу R сигнала и заключается в преобразовании подобия матрицы R с помощью матрицы ее собственных векторов $H: D = HRH^{-1}$, где D — диагональная матрица:

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Для нестационарного исходного сигнала в общем случае $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_n$. Преобразование подобия матрицы D с помощью некоторой ортогональной матрицы V дает новую матрицу

$$C = VDV^{-1} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{1i} U_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{1i} U_{ni} \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{2i} U_{1i} & \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{2i}^2 & \dots & \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{2i} U_{ni} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{ni} U_{1i} & \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{ni} U_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{ni}^2 \end{bmatrix},$$

где $V = [U_{ij}]_{1, n}$; $V^{-1} = V^T = [U_{ij}]_{1, n}$. Здесь V^T — транспонированная матрица V . В частности, если V — матрица Адамара, то $U_{1i}^2 = U_{2i}^2 = \dots = U_{ni}^2 = 1$ и $\sum_{i=1}^n \lambda_i U_{1i}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{2i}^2 = \dots = \sum_{i=1}^n \lambda_i U_{ni}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i = SpD$, т. е. матри-

ца C имеет одинаковые элементы по главной диагонали (дисперсии), равные следу матрицы D . Разложение, использующее матрицу преобразования $A = VH$, кроме получения одинаковой дисперсии, приводит к максимальной коррелированности участков $y_i(t)$ между собой. Другими словами, каждый участок сигнала $y_i(t)$ содержит максимальную величину информации о всех участках сигнала $x_j(t)$.

4. Проведенные расчеты для некоторых наиболее часто встречающихся автокорреляционных матриц сигнала показали, что матрицы преобразования, удовлетворяющие третьему требованию, не являются в общем случае, к сожалению, ни матрицами, имеющими элементы, равные по абсолютной величине, ни матрицами Адамара, ни тепличевыми. Следовательно, требования, рассмотренные выше, противоречивы, и нужно искать оптимальную матрицу с учетом этих требований и условия простоты практической реализации.

С этой точки зрения одной из близких к оптимальной будет матрица, полученная из матрицы Адамара, записанной в нормальной форме, отбрасыванием первых строки и столбца, а в тех случаях, когда она не существует, — матрица типа (3). Урезанная указанным образом матрица Адамара является циркулянтной и вместе с тем мало отличается от ортогональной, особенно при больших n . Кроме того, она удовлетворяет требованию равенства абсолютных величин элементов и мало отличается от оптимальной в смысле третьего требования в случае, когда автокорреляционная матрица сигнала близка к диагональной.

Примеры технической реализации. Если исходный сигнал $x(t)$ был записан на кольцо магнитной ленты, то для реализации описанных преобразований при циклической матрице A может быть использована схема, приведенная на рис. 2. Вдоль кольца магнитной ленты расположены на равных расстояниях n магнитных головок воспроизведения. Сигналы $x_j(t)$ с головок поступают на сумматор Σ каждый со своим весом. Весовые коэффициенты сложения сигналов представляют собой элементы первой строки циркулянтной матрицы. При движении ленты на расстояние, равное расстоянию между двумя соседними головками, на выходе сумматора Σ получается участок $y_i(t)$; при дальнейшем движении ленты получается участок $y_{i+1}(t)$ и т. д. Преобразованный сигнал $y(t)$ в интервале $[0, T]$ получается за один оборот кольца. Условие получения непрерывного сигнала $y(t)$ выполняется, так как соблюдение условия $x(0) = x(T)$ на практике легко может быть достигнуто за счет сведения к нулевому или какому-то постоянному уровню сигнала в начале и в конце записи. Следует отметить, что эта же схема годится и для обратного преобразования при условии записи принятого сигнала $y'(t)$ на кольцо магнитной ленты и замены весовых коэффициентов сумматора на элементы строки обратной матрицы, которая также будет циркулянтной.

Другой вариант аппаратной реализации способа [9] при работе с сигналом в реальном масштабе времени (без его хранения) приведен на рис. 3. Устройство состоит из линии задержки (ЛЗ₀) с отводами через T/n , n вентилях B_i , синхронизирующего устройства (СУ), открывающего вентили на время $\Delta t = T/n$ с периодом T , n сумматоров Σ_i со своими весовыми коэффициентами по каждому входу, n линий задержки ЛЗ_{*i*}, $i = 1, 2, \dots, n$, со временем задержки iT/n каждая и сумматора Σ_0 . Линия задержки ЛЗ₀ осуществляет операцию сдвига S , сумматоры

$\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n$ — операцию A , линии задержки $ЛЗ_1, ЛЗ_2, \dots, ЛЗ_n$ с сумматором Σ_0 — операцию S^{-1} , а вентили B_1, \dots, B_n с синхронизирующим устройством $СУ$ — временную синхронизацию работы устройства. Обратное преобразование принятого сигнала $y'(t)$ выполняется аналогичным устройством при условии смены весовых коэффициентов сумматоров.

Введение избыточности. Имеется возможность введения избыточности в преобразованный сигнал $y(t)$ при использовании прямоугольной матрицы A . Существует два пути использования введенной избыточности [1]. Первый путь — это диагностика и коррекция импульсных помех методами теории кодирования [10], второй путь реализуется исполь-

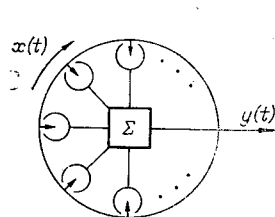


Рис. 2.

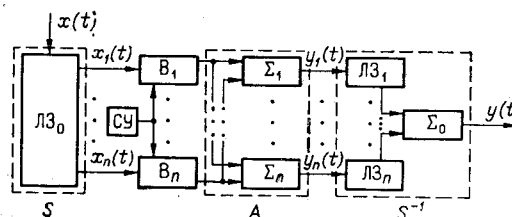


Рис. 3.

зованием при обратном преобразовании псевдообратной матрицы $A^+ = (A^T A)^{-1} A^T$ [4], где A^T — транспонированная матрица A , что эквивалентно применению метода наименьших квадратов.

Заключение. Описанный способ преобразования аналоговых сигналов позволяет ослабить влияние импульсных помех. Для упрощения практической реализации способа целесообразно использовать циклическую матрицу, описывающую линейное преобразование.

Наиболее подходящими областями применения метода представляется использование его при передаче, обработке и хранении данных измерений, которым присущи импульсные помехи, при магнитной и видеозаписи и в системах связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Мироновский, В. А. Слаев. Способ помехоустойчивого хранения и передачи аналоговой информации. — Труды IV симпозиума по проблеме избыточности в информационных системах. Л., 1970.
2. Л. А. Мироновский, В. А. Слаев. Способ записи и воспроизведения аналогового сигнала. Авторское свидетельство № 355648. — ОИПОТЗ, 1972, № 31.
3. G. R. Lang. Rotational Transformation of Signals. — IEEE Trans., 1963, IT-9, № 3.
4. В. Пирс. Linear — real Codes and Coders. Экспресс-информация, серия «Передача информации», 1968, № 46.
5. Прайт, Кейн, Эндрюс. Кодирование изображений посредством преобразования Адамара. — ТИИЭР, 1969, т. 57, № 1.
6. М. Б. Игнатъев. Вычислительные системы с жесткой избыточной структурой без обратной связи. — Труды ЛИАП, вып. 48. Л., 1966.
7. Н. Р. Крамер, М. В. Матthews. A Linear Coding for Transmitting a Set of Correlated Signals. — IRE Trans. on Information Theory, IT-2, 1956, September.
8. E. N. Leith, J. Upatnieks. Reconstructed Wavefronts and Communication Theory. — J. of the Opt. Society of America, 1962, v. 52, № 10.
9. Л. А. Мироновский, В. А. Слаев. Устройство для получения сигнала с постоянной дисперсией. Авторское свидетельство № 349113. — ОИПОТЗ, 1972, № 25.
10. Л. А. Мироновский. Некоторые вопросы диагностического контроля процессов обработки информации. — Труды ЛИАП, вып. 54. Л., 1967.

Поступила в редакцию 24 сентября 1970 г.,
окончательный вариант — 28 ноября 1972 г.