

а решение можно принимать по величине

$$y = \frac{\sum_{i=1}^j s_i}{j} \quad (43)$$

или в непрерывном представлении

$$y(T) = \frac{\int_0^T x(t) s(t) dt}{\int_0^T x(t) dt}. \quad (44)$$

В последнем случае обработка оказывается нелинейной в отличие от аналогичной задачи обнаружения сигналов в гауссовых помехах [7].

Необходимость дополнительного нормирования выходного сигнала согласованного фильтра и обусловлена отсутствием априорной информации относительно среднего значения интенсивности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. К. Таточенко. Радиоактивные изотопы в приборостроении. М., Атомиздат, 1960.
2. Ю. Н. Дубнищев, В. П. Коронкевич, В. С. Соболев, А. А. Столповский, Е. Н. Уткин, Н. Ф. Шмойлов. Измерение параметров турбулентных потоков с помощью лазерного допплеровского измерителя скорости.— Автометрия, 1971, № 1.
3. В. И. Тихонов. Статистическая радиотехника. М., «Советское радио», 1966.
4. В. И. Солодовников. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.
5. А. Г. Сенин. О восстановлении непрерывного случайного процесса по дискретной последовательности с пуссоновским распределением частоты следования импульсов.— Автоматика и телемеханика, 1973, № 3.
6. К. Хелстром. Статистическая теория обнаружения сигналов. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
7. А. Г. Сенин. Оптимальное обнаружение сигнала на фоне помех с неизвестным средним значением.— Радиотехника, 1969, № 9.

Поступила в редакцию 18 мая 1973 г.

УДК 621.391.822.3 : 621.317.799

В. А. ГЕРАНИН, Н. А. МИРОНОВ,
В. В. ПОДОПРИГОРИН, М. И. ШЛЯКЦУ
(Киев)

КОРРЕЛЯЦИЯ ОТКЛИКОВ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА НЕСТАЦИОНАРНОЕ СЛУЧАЙНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

Точность и достоверность результатов статистического анализа, проводимого с помощью многоканальных измерительных систем, в значительной мере определяется степенью взаимной корреляции откликов отдельных каналов измерительной системы на общее воздействие. В частности, исследователю важно знать соотношение между характеристиками воздействия $X(t)$ и параметрами измерительной системы, при котором коэффициент взаимной корреляции $r_{Y_p Y_q}(t_1, t_2)$ настолько мал, что отклики $Y_p(t)$ и $Y_q(t)$ (p -го и q -го каналов соответственно) практически некогерентны.

Корреляция откликов многоканальной системы на случайное воздействие $X(t)$ исследовалась в ряде работ (см., например, [1—4]), причем неизменно принималось, что $X(t)$ — стационарный случайный процесс.

Между тем стационарные случайные модели реальных процессов уже давно не удовлетворяют исследователей. Есть все основания полагать, что при переходе от стационарной к нестационарной модели случайного воздействия корреляционные закономерности откликов многоканальной системы существенно изменятся.

В [5] приведено выражение для функции корреляции откликов многоканальной стационарной линейной системы на нестационарное случайное воздействие, полученное посредством канонических разложений. Однако общая запись приведенного выражения не позволяет непосредственно выявить влияние нестационарности воздействия на характер корреляционной связи откликов каналов распространенных измерительных систем.

В настоящей работе объектом исследования явились многоканальные системы в виде набора узкополосных фильтров с разнесенными центральными частотами ω_0 , т. е.

$$\vec{K}_p(\omega) = \vec{K}_q(\omega + v \operatorname{sign} \omega), \quad (1)$$

где $\vec{K}_p(\omega)$ — комплексная частотная характеристика канала; v — расстояние между центральными частотами p -го и q -го каналов ($v = \omega_{0q} - \omega_{0p}$).

В качестве модели воздействия принят распространенный в радиофизических и акустических приложениях (см., например, [6—7]) мультипликативно нестационарный случайный процесс вида

$$X(t) = [1 + m \cos(\Omega_0 t - \Psi_0)] Z(t), \quad (2)$$

где $Z(t)$ — стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием; Ω_0 , Ψ_0 и $0 \leq m \leq 1$ — константы. В этом случае выкладки удастся довести до конца и результаты анализа наиболее прозрачны.

Полученные выражения $r_{Y_p Y_q}(t_1, t_2)$ для каналов с конкретным видом частотных характеристик в работе не приводятся, так как оказываются громоздкими и труднообозримыми. Здесь мы ограничимся графической иллюстрацией результатов вычислений.

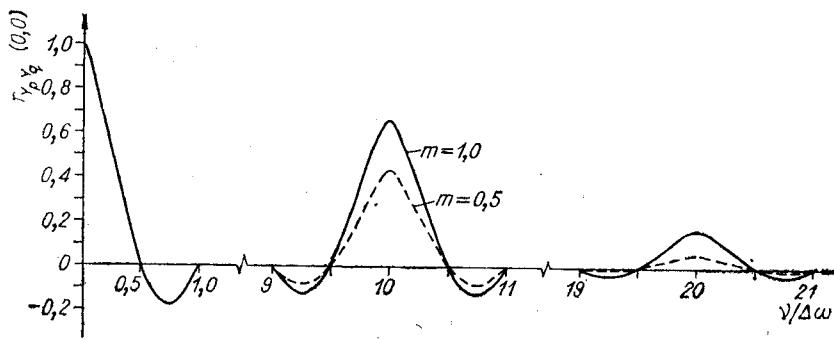
1. Каналы с прямоугольными частотными характеристиками. Рассмотрим вначале многоканальную систему, составленную из идеальных полосовых фильтров (ИПФ). Роль модели избирательной системы типа ИПФ в исследуемой задаче исключительна. Дело в том, что лишь в случае прямоугольной формы $|\vec{K}(\omega)|$ возможна ситуация, когда частотные характеристики каналов не перекрываются. При этом отклики каналов на стационарное случайное воздействие не коррелированы. Влияние нестационарности воздействия на корреляцию откликов проявляется наиболее отчетливо. Физика образования исследуемых корреляционных связей за счет перехода случайного воздействия из класса стационарных в класс нестационарных очевидна.

Комплексная частотная характеристика ИПФ имеет вид

$$\vec{K}(\omega) = \operatorname{rect}\left(\frac{|\omega| - \omega_0}{\Delta\omega}\right) \exp[-j(|\omega| - \omega_0)t_0 \operatorname{sign} \omega],$$

где $\Delta\omega$ — полоса прозрачности;

$$\operatorname{rect}\{u\} = \begin{cases} 1, & u \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]; \\ 0, & u \notin \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]. \end{cases}$$



Rис. 1.

На рис. 1 представлена зависимость $r_{Y_p Y_q}(0,0)$ от $v/\Delta\omega$ при $\Psi_0=0$, $t_0=\pi/\Delta\omega$, $\Omega_0/\Delta\omega=10$ и $m=0; 0,5; 1,0$. При $v/\Delta\omega < 1$ кривые для всех значений совпадают.

Физически когерентность откликов системы на гармонически модулированный «белый» шум при расстройках $v > \Delta\omega$ поясняется тем, что в результате модуляции стационарного шума $Z(t)$ гармоникой частоты Ω_0 образуются три жестко коррелированные между собой спектральные компоненты с частотами

$$\omega - \Omega_0, \omega \text{ и } \omega + \Omega_0,$$

где ω — текущая частота в спектре шума $Z(t)$. Отметим, что при $v < \Omega_0/2$ кривые, соответствующие различным m , совпадают, поскольку «боковые» спектральные компоненты, порожденные модуляцией, в рассматриваемые каналы не попадают.

2. Каналы типа одиночных резонансных контуров. Если p -й канал системы — усилитель с одиночным резонансным контуром (ОРК), то

$$\vec{K}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)},$$

где $\Delta\omega = \omega_0/Q$ — полоса прозрачности на уровне 3 дБ.

На рис. 2 приведена зависимость $r_{Y_p Y_q}(0,0)$ от $v/\Delta\omega$ при $\Psi_0=0$, $\Omega_0/\Delta\omega=10$, $m=0; 0,5; 1,0$. Заметим, что при $v/\Delta\omega < 3$ кривые для всех значений m практически совпадают.

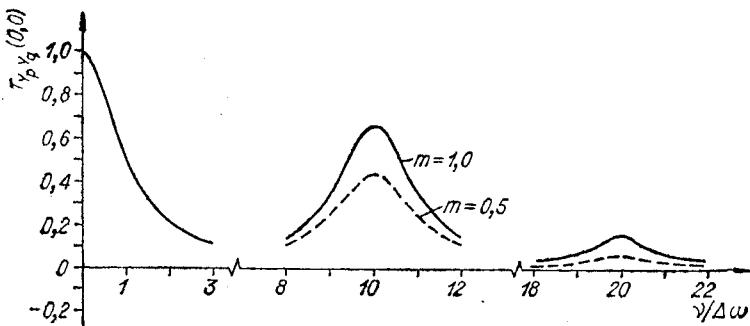


Рис. 2.

3. Каналы типа многоакаскадных резонансных усилителей. Использование точного выражения частотной характеристики p -го канала

$$\vec{K}_n(\omega) = \frac{1}{\left[1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^n}$$

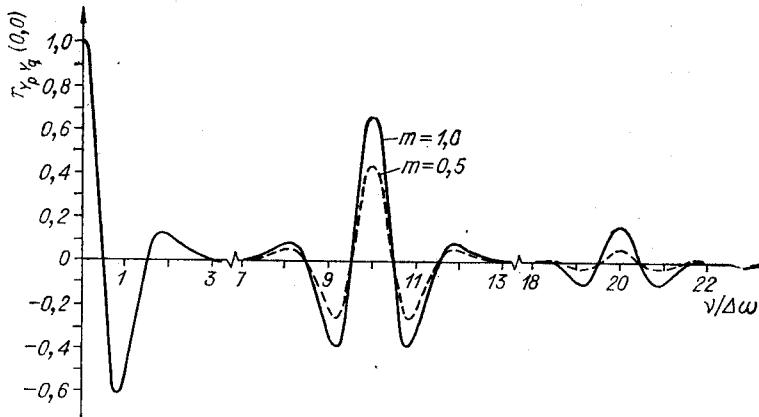


Рис. 3.

(n — число каскадов ОРК) приводит к существенным аналитическим трудностям. Поэтому для вычислений удобно воспользоваться выражением $\vec{K}_n(\omega)$, которое получится в результате Фурье-преобразования приближенного выражения импульсной переходной характеристики* канала:

$$\vec{K}_n(\omega) = \frac{1}{\left(1 + j2 \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega}\right)^n} + \frac{1}{\left(1 + j2 \frac{\omega + \omega_0}{\Delta\omega}\right)^n}.$$

На рис. 3 представлена зависимость $r_{Y_p Y_q}(0,0)$ от $v/\Delta\omega_n$ при $\Omega/\Delta\omega_n = 10$, $n = 5$, $\omega_0 = 0$, $m = 0; 0,5; 1,0$, где $\Delta\omega_n = \Delta\omega \sqrt{2^{1/n} - 1}$ — полоса прозрачности на уровне 3 дБ.

4. Каналы с гауссовыми частотными характеристиками. Частотная характеристика p -го канала системы, рассмотренная в предыдущем разделе, при $n \geq 5$ удовлетворительно аппроксимируется выражением [8]

$$\vec{K}(\omega) = \exp \left[- \left(\frac{|\omega| - \omega_0}{\Delta\omega/2} \right)^2 \right] \exp [-j(|\omega| - \omega_0) t_0 \operatorname{sign} \omega],$$

где $t_0 = \sqrt{n \ln 2} / \Delta\omega_n / 2$, $\Delta\omega_n = \Delta\omega \sqrt{\ln 2 / 2}$ — полоса прозрачности на уровне 3 дБ. Зависимость $r_{Y_p Y_q}(0,0)$ от $\frac{v}{\Delta\omega_n}$ при $n = 10$, $m = 0; 0,5; 1,0$, $\Omega_0/\Delta\omega_n = 10$, $\omega_0 = 0$ изображена на рис. 4.

Анализ показал, что даже простейший перевод модели случайного воздействия из класса стационарных в класс нестационарных процессов путем гармонической модуляции по уровню стационарного «белого» шума позволяет выяснить существенные изменения в характере взаимной корреляции откликов многоканальной системы.

1. Воздействие — стационарный «белый» шум:

А. Коэффициент взаимной корреляции откликов каналов типа ИПФ отличен от нуля лишь при перекрытии частотных характеристик.

Б. В случае избирательных каналов с пологими скатами частотных характеристик отклики каналов практически не коррелированы при расположениях, заметно (в 2—3 раза) превышающих эффективную полосу прозрачности канала.

2. Воздействие — гармонически модулированный по уровню «белый» шум:

* Приближенное выражение импульсной переходной характеристики n -каскадного резонансного усилителя приведено в [8].

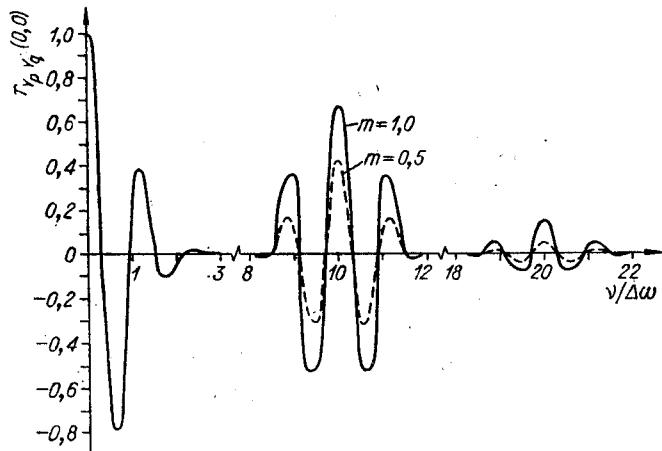


Рис. 4.

А. Корреляция откликов может быть существенной и при неперекрывающихся частотных характеристиках типа ИПФ. На шкале расстроек расположены отрезки длиной $2\Delta\omega$ с абсциссами средин (соответствующих максимальным значениям коэффициента корреляции) 0, Ω_0 и $2\Omega_0$. За пределами этих отрезков коэффициент взаимной корреляции тождественно равен нулю.

Б. При иных частотных характеристиках за пределами указанных отрезков коэффициент взаимной корреляции аннулируется не так резко, как в случае ИПФ.

В. В случае $\Omega_0 > (2 \div 3)\Delta\omega$ ($\Omega_0 \ll \omega_0$) отклики каждого канала практически стационарны (для ИПФ условие стационарности отклика $\Omega_0 > \Delta\omega$). При этом в диапазоне расстроек $|v| < (2 \div 3)\Delta\omega$ отклики оказываются стационарно связаны, при $l\Omega_0 - (2 \div 3)\Delta\omega < |v| < l\Omega_0 + (2 \div 3)\Delta\omega$ (для ИПФ $l\Omega_0 - \Delta\omega < |v| < l\Omega_0 + \Delta\omega$), $l = 1,2$ отклики связаны нестационарно, при других расстройках отклики многоканальной системы практически не коррелированы.

Г. Физически существование трех характерных областей на шкале расстроек при $\Omega_0/\Delta\omega > 1$ (вне зависимости от вида частотных характеристик каналов) объясняется тем, что жестко коррелированные спектральные компоненты воздействия разделены частотными интервалами 0, Ω_0 и $2\Omega_0$.

ЛИТЕРАТУРА

- М. И. Карновский. К вопросу об энергетическом суммировании.— В сб. трудов Киевского института киноинженеров, вып. 2. Киев, Гостехиздат УССР, 1954.
- М. И. Карновский. К вопросу об интерференции сложных сигналов.— Труды комиссии по акустике, № 8. М., Изд-во АН СССР, 1955.
- М. В. Максимов. Взаимная корреляция флюктуационных помех на выходе частотных фильтров.— Радиотехника, 1956, т. II, № 9.
- Ю. Б. Черняк. Взаимная корреляция напряжений шумов на выходе усилителей с перекрывающимися частотными характеристиками.— Радиотехника и электроника, 1960, № 4.
- В. С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1962.
- С. М. Козел. Преобразование периодически нестационарных флюктуаций линейным фильтром.— Труды МФТИ. Исследования по физике и радиотехнике, вып. 4. М., Оборонгиз, 1959.
- А. Ф. Романенко, Г. А. Сергеев. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. М., «Советское радио», 1968.
- С. И. Евтиянов. Переходные процессы в приемно-усилительных схемах. М., «Связьиздат», 1948.

Поступила в редакцию 21 октября 1971 г.